MATEMATIKA

Hirugarren Maila

1. MULTZOEN HASTAPENAK. GOGORAZKETA

1.1 — Joan den Ikastaroan ikasi genuenez, ikasle-talde batek, esate baterako, MULTZO bat osatzen du; artalde batek ere, ardi-talde bat delako, beste MULTZO bat osatzen du; eta, era berean, zeure zorroan daramazkizun iburuek, Eguzkiaren inguruko planetek, etxeko arrainontzian dituzun arraintxoek, eta beste edozein gauza-mordok, MULTZO bana osatzen dute.

MULTZOA, hitz batez, edozein gauza edo elemendu **sorta** da.

Hementxe, goiko aldean, gonbarazio batez, Bilbo-ko Atletik delakoa ikus dezakezu: hamaika fubolari dituzu ilaran, eta hamaikok MULTZO bat osatzen dute. Multzo hori nahi dugun bezala bataia dezakegu, «A» multzoa esate baterako.

Hortxe ere, goiko aldean, Ondarrabi-ko treinerua. Treineruko hamalau arraunlariek MULTZO bat osatzen dute; eta hori «T» dei dezakegu, edo «O», edo nahi dugun letraz edo ikurrez.

DONOSTIA

Era berean, azkenekorik, «Donostia» hitzaren zortzi letrek multzo bat osatzen dute: D-O-N-O-S-T-I-A.

1.2 — Nola idatz multzo bat?

Oroi zaitez, igaz ikasia zenuen-eta.

Alde batetik badugu **«Euler-Venn-en Diagrama»** deritzana:

Aegia: elemenduak banan-banan idatzi edo marraztu ondoren, soka batez multzoa inguratzea.

Eta bestetik badugu **giltzazko** idazpidea:

$$E = \{ D, O, N, O, S, T, I, A \}$$

Alegia: elemenduak banan-banan kakotxen artean idatzi, eta dena bi giltzaren artean hestea.

Mutzo baten elemenduak bi modutara adieraz daitezke:

1/ BANAKETAZ: multzoko elemendu **guztiak,** banan-banan emanez:

A = { astelehena, asteartea, asteazkena, osteguna, ostirala, larunbata, igandea }

2/ EZAGUPIDEZ, multzoko elemenduen EZAGUGARRIA emanez:

A = { aste-egunak }

1.3 — Nola idazten da elemendu bat multzo batetan dagoela? Nola idazten da, alderantziz, ez dagoela?

Hau ere ikasia zenuen:

D $\in$ E (= «D, E-ren barrenean dago»)
O $\in$ E (= «O, E-ren barrenean dago»)
T $\in$ E

Eta, ere berean,

L $\notin$ E (= «L, ez dago E-ren barrenean»)
X $\notin$ E (= «X, ez dago E-ren barrenean»)
M $\notin$ E

Eman dezagun orain multzo hau:

A = $\{$ zakurra, etxea, llargia, zubia, pitxarra $\}$

Osa itzazu zerorrek ondoko berdintza hauek, falta den sinua erantsiz:

zakurra ... ... A
mahaina ... ... A
zubia ... ... A
katua ... ... A
zaldia ... ... A
Eguzkia ... ... A
maisua ... ... A

1.4 — Multzo baten BARRENEAN, menpeko multzoak hauta daitezke. Esate baterako:

E = { astelehena, asteartea, asteazkena, osteguna, ostirala, larunbata, igandea }

Hauta ditzagun orain A-z hasten diren egunak: astelehena, asteartea, asteazkena. Egun hauek «A» multzoa osatzen dute:

A = { astelehena, asteartea, asteazkena }

A multzoko elemenduak, E multzoko elemendu dira; eta berdintza hauek idatz daitezke:

astelehena $\in$ A	;	astelehena $\in$ E
asteartea $\in$ A	;	asteartea $\in$ E
asteazkena $\in$ A	;	asteazkena $\in$ E

A multzoa, beraz, **osoki** dago E-ren barrenean; eta hau idatz daiteke:

A $\subset$ E (= «A, E-ren menpeko-multzoa da»)

edo alderantziz: E $\supset$ A (= «E multzoak, A menpeko multzoa biltzen du»)

Era berean, O-z hasten diren egunez beste multzo bat egin daiteke:

O = { osteguna, ostirala }

eta berdintza hauek idatz daitezke:

osteguna $\in$ O	;	osteguna $\in$ E
ostirala $\in$ O	;	ostirala $\in$ E

O, hitz batez, E-ren barrenean dago, E-ren menpeko multzoa da; eta berdintza hauek idatz daitezke:

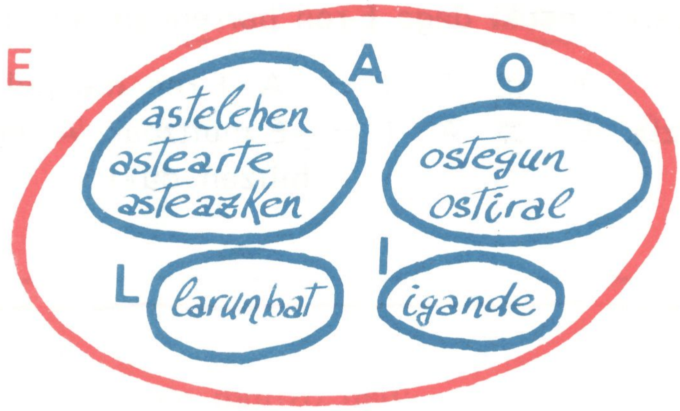
eta $O \subset E$ («O, E-ren menpeko multzoa da»)
$E \supset O$ («E-k, O menpeko biltzen du»)

Era berean, berriz, beste bi multzo hauek hauta daitezke:

$L = \{$ larunbata $\}$ (L-z hasten diren egunen multzoa)

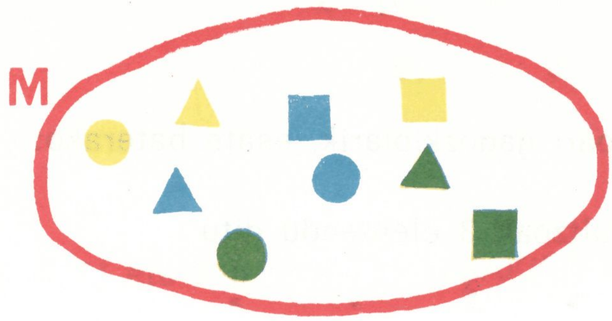
$I = \{$ igandea $\}$ (I-z hasten direnena)

Eta marrazki hau egin genezake:

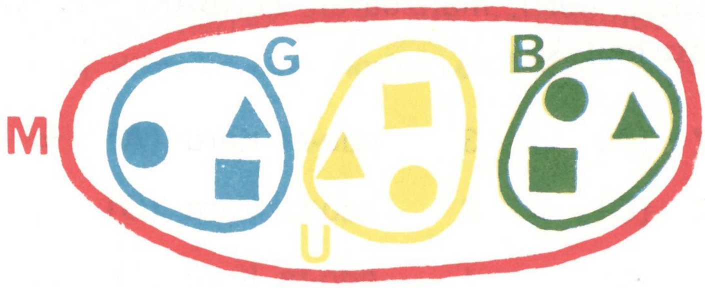


Ohar garrantzitsu bat hartu behar duzu gogoan: E multzo jatorriak, eta multzo zatituak (A, O, eta abar) denera elemendu berberak dituztela. Hortaz: multzo bat menpeko-multzotan zatituz ere, ez dela elemenduen kopurua aldatzen.

Eman dezagun M multzoa:



Koloreen araberako menpeko multzoak moldatzen baditugu: elemenduen kopurua ez da aldatzen (beti **9** elemendu).



Kontutan har zazu bestalde, G menpeko multzoa (elemendu urdinez osatua) MULTZO bat dela; eta, ere berean, U eta B menpeko multzoak, MULTZO direla. Menpeko multzoak oro multzo dira.

Kasu honetan hau idatz daiteke:

$$G \subset M$$
$$U \subset M$$
$$B \subset M$$

Eta, hortaz, hiruak dira M-ren menpeko multzo.

Jakina: $\not\subset$ sinuak, aurkakoa adierazten du; alegia, **ez da** menpeko multzoa (= ez dago osoriko multzoaren barrenean).

1.5 — Aurreko punduan ageri den bezala, multzo batek elemendu bat bakarra izan dezake; edo bi, hiru, lau, bost, mila, eta abar.

Aste-egunen multzoari gagozkiolarik, esate baterako:

A	multzoak	3	elemendu	ditu
O	»	2	»	»
L	»	1	»	»
I	»	1	»	»

Elemenduen kopuru horri, multzoaren ZENBAKI edo KARDINALA deritza; eta honela idatz deiteke:

$Z\ (A) = 3$ edo-ta $\text{Kard}\ (A) = 3$

$Z\ (O) = 2$ edo-ta $\text{Kard}\ (O) = 2$

$Z\ (L) = 1$ edo-ta $\text{Kard}\ (L) = 2$

$Z\ (I) = 1$ edo-ta $\text{Kard}\ (I) = 1$

Eman dezagun orain beste multzo hau: M-z hasten diren aste-egunek osatua. Euskaraz horrelakorik ez dagoenez gero, M multzoak elemendurik batere ez du, eta M, multzoa **hutsa** da. Hau honela idatziko dugu:

$$M = \emptyset$$

eta $Z\ (M) = 0$ edo $\text{Kard}\ (M) = 0$.

Bi multzoren zenbaki edo kardinalak berbera direnean, multzo horiek ZENBAKIDE direla diogu.

Aurreko punduan, esate baterako:

$$Z\ (G) = 3$$
$$Z\ (U) = 3$$
$$Z\ (B) = 3$$

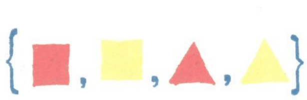
Hortaz, G, U eta B multzoak ZENBAKIDE dira; eta hori honela adieraziko dugu:

$$\boxed{G \sim U \sim B}$$

multzo sorta bat marraz ezazu eta zenbakidetzaren arabera taxu ezazu. Goian ikusten dituzun sinu horiek erabiltzen saia zaitez.

1.6 — Beste pundu bat ere ikusi genuen igaz: bi multzoren BILKETARENA.

Eman ditzagun A eta B multzoak:

A = 

B = 

Hauxe da bi multzo horien bilketa:

$A \cup B =$ 

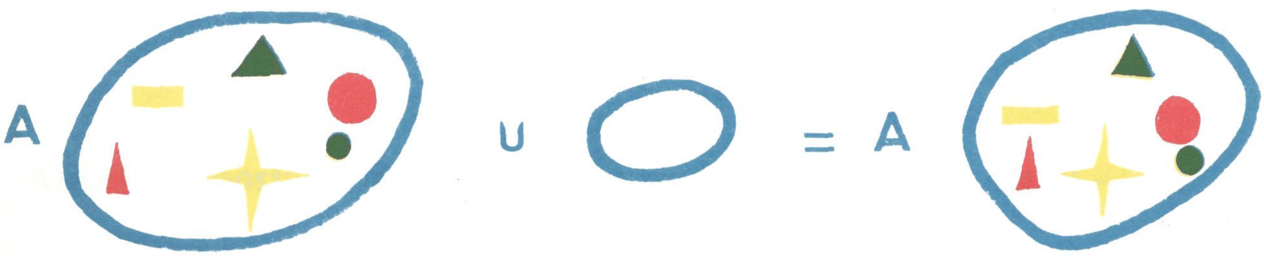
eta bilketaren sinua hau da: $\boxed{\cup \quad (= «\text{bil}»)}$

$$\boxed{A \cup B = (A \text{ bil } B)}$$

Jakina da: $A \cup \emptyset = A$

(alegia: A bil multzo hutsa, edo A; multzo hutsak ez baitu elemendurik erasten).

Gauza bera ikus daiteke marrazki bidez:



1.7 — Hona hemen hiru multzo:

G = { Legazpia, Arrasate, Tolosa, Beasain, Leaburu }

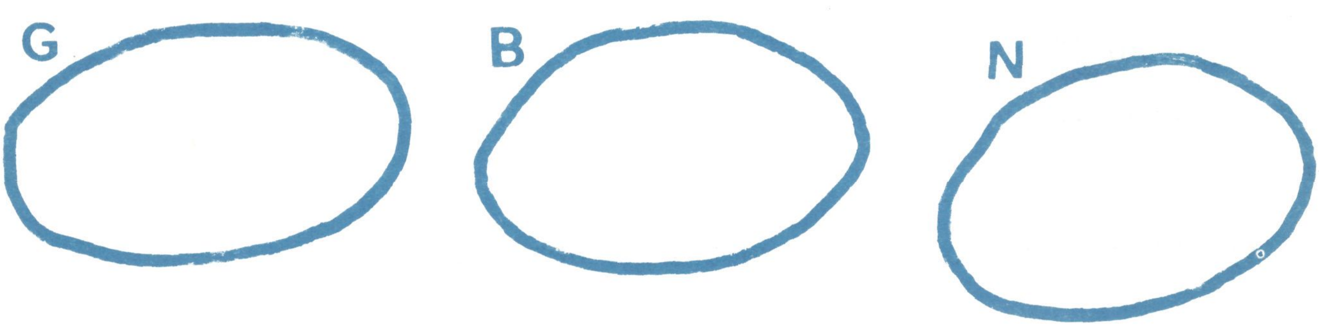
B = { Dima, Elantxobe, Derio, Lekeitio, Ondarroa }

N = { Lizarra, Bigotzari, Agoize, Ilunberri, Azkoien, Urantzi }

a) Osa itzazu ondoko berdintzak:

Legazpia	$\in$	
Elantxobe	$\in$	
Ilunberri		B
Lekeitio		G
Agoize	$\notin$	
Elantxobe		B
Azkoien		G
Bigotzari	$\in$	

b) Marraz itzazu hiru multzook Euler-Venn-en diagramaren arabera:

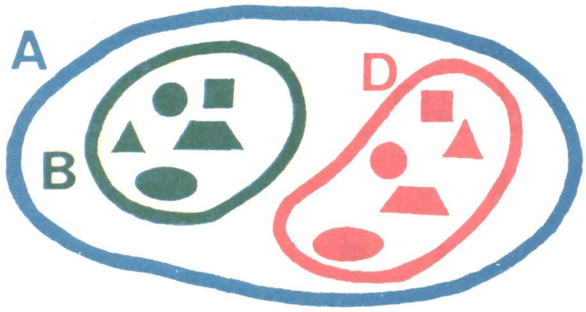


d) Hauta itzazu G multzoan hiru menpeko multzo (esate baterako, «L» letraz hasten diren herriek osa dezakete menpeko multzo horietako bat); eta idatz itzazu horri buruzko berdintzak.

e) Hauta ezazu N multzoaren barreneko menpeko-multzo bat, eta idatz itzazu horri dagozkion berdintzak.

f) Idatz itzazu horien guztien zenbakiak; eta, horrelakorik baldin badago, idatz itzazu multzo zenbakideak.

1.8. — Begira itzazu multzo eta menpeko multzo hauek:



a) Idatz ezazu B, A-ren barrenean dagoela.

b) Idatz ezazu D, A-ren barrenean dagoela.

d) $B \cup D =$

e) Kard (B) =

Kard (D) =

Kard (A) =

f) Idatz ezazu «bai» ala «ez» ondoko berdintza hauetan:

$D \subset B$	$A \not\subset B$
$D \cup B = A$	$D \subset A$
$B \not\subset$	$B \subset A$
$A \supset B$	$A \cup B = D$
$A \subset D$	$B \cup D = A$

Oroi zaitez ikur hauen esanahiaz.

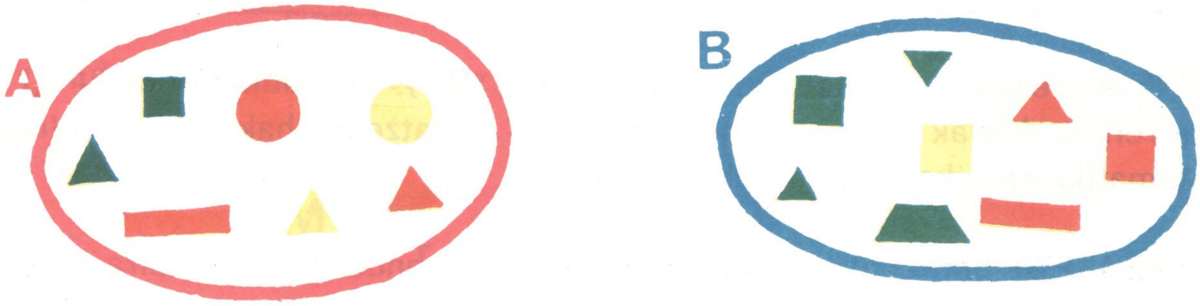
$$\in \qquad \cup \qquad \subset$$

$$\notin \qquad \qquad \not\subset$$

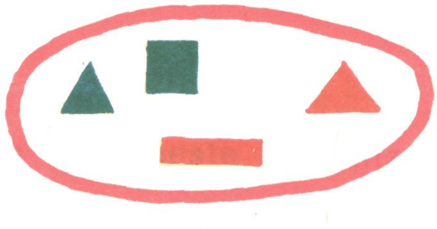
2 — E B A K E T A

2.1 — Igaz ere aztertu genuen pundu hau; baina, aurrera baino lehenago, EBAKETA zer den eta ebaketari buruz gerta daitezkean kasoak gogoraztea egokitzat jotzen dugu.

Eman ditzagun bi multzo hauek:

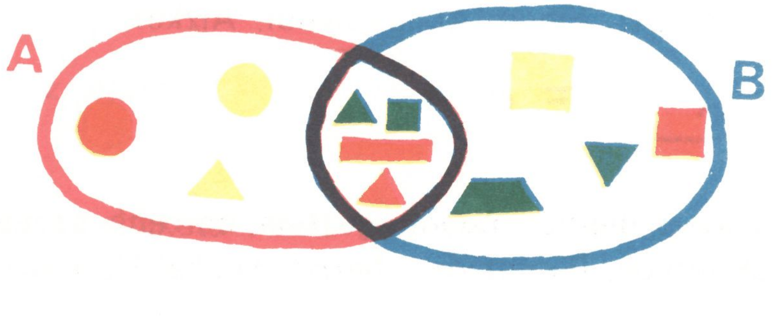


Zein elemendu dira BATERA A-koak **eta** B-koak? Ondoko hauek:

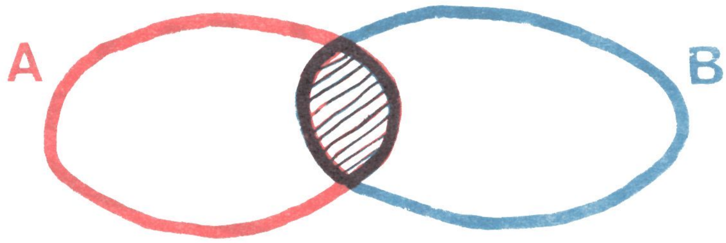


Lau elemendu hauek, beraz, A-koak **eta** B-koak dira; eta osatzen duten multzoari EBAKETA-MULTZO deritza.

Garbiako adieraztekotan, marraz ditzagun berriro A eta B multzoak:



eta eskuarki, beraz, hau da diagrama:



2.2 Zein da EBAKETAREN sinua? Ikasia dugu hau ere: $\cap$. Lehengo ebaketa, hortaz, honela idatziko genuke:

$\boxed{\cap \text{ (="ebak")}}$ $\boxed{A \cap B \text{ (= "A ebak B")}}$

Ikus dezakezunez, ebaketaren sinua ($\cap$) eta bilketarena ($\cup$) elkarren aurkariak dira; eta gisa da hala gertatzea, ebaketa eta bilketa matematika-eragiketa aurkariak direlako.

EBAKETA batez sortzen den multzoko elemenduak batera dira A-koak **eta** B-koak.

BILKETA batez sortzen den multzoko elemenduak, aldiz, A-koak **edo** B-koak dira.

2.3 Ikus ditzagun adibide batzuk.

Hona hemen bi multzo:

A = { Himalaya, Alpe, Ernio, Ahuñemendi, Apenino }

B = { Ernio, Oiz, Elgea, Ahuñemendi, Aizkorri }

A-multzoan, ageri denez, mundu guztian barrena sakabanaturik dauden mendi batzuk ditugu. B-multzoan, berriz, Euskal Herriko mendi batzuk.

Zein da A eta B multzoen EBAKETA? Alegia, zein mendik osatzen du E ebaketa; edo, oraindik ere beste era batez esateko, zein mendi da batera A-koa eta B-koa?

$$E = A \cap B = \{ \text{Ernio, Ahuñemendi} \}$$

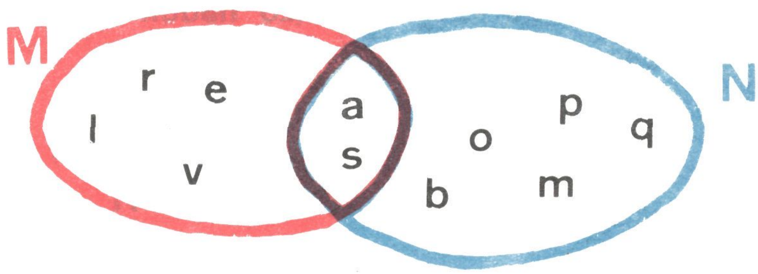
2.4 Hona orain beste bi multzo hauek, eta egin dezagun bien arteko ebaketa:

$$M = \{ a, l, r, e, s, v \}$$

$$N = \{ p, q, a, b, s, o, m \}$$

$$P = M \cap N = \{ a, s \}$$

Edo, grafo batez azalduz:



2.5 — Egin dezagun orain beste bi multzo hauen ebaketa (lehengo multzo berberak dira, kasu):

$$N = \{ p, q, a, b, s, o, m \}$$

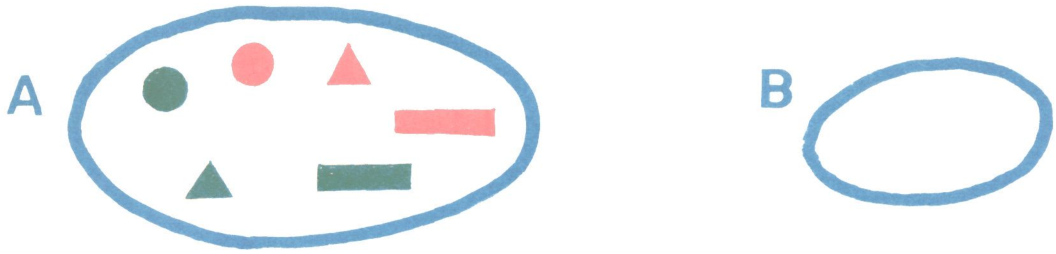
$$M = \{ a, l, r, e, s, v \}$$

$$N \cap M = \{ a, s \}$$

Ageri denez, beraz: $\boxed{A \cap B = B \cap A}$

Bi multzoren ebaketan, hitz batez, ebakizun diren multzoen ordenua ez da ansi.

2.6 — Azter dezagun orain kaso hau:



$$A \cap B = \varnothing$$

Alegia: ez dago elemendurik batere A-koa eta B-koa denik. Eta gisa da, B multzoa multzo hutsa baita. Hortaz, eskuarki mintzatzekotan, hau idatziko dugu:

$$\boxed{A \cap \varnothing = \varnothing}$$

2.7 — Eman ditzagun orain bi multzo hauek (lehenengoa banaketaz emana, bigarrena ezagupidez):

$A = \{$ Urumea, Nerbion, Laharraga, Zadorra, Errobi $\}$

$B = \{$ munduko ibaiak $\}$

A multzoko elemenduak (Euskal Herriko ibai batzuk) B-ko elemenduak dira; edo, bestela esateko, A B-ren barrenean dago, edo-ta B-ren menpeko multzoa da.

$$A \subset B$$

Zein da $A \cap B$ ebaketa?

Erantzuna erraza da: A multzo berbera.

Matematikazko idazkeraz, hortaz:

Baldin $A \subset B$

$$A \cap B = A$$

edo grafo batez:

2.8 Ikus dezagun azkenik beste kaso hau:

Zer ematen du $A \cap B$ ebaketak?

Ez baita elemendurik batere A-koa eta B-koa denik, A eta B-ren ebaketa multzo hutsa da:

$A \cap B = \varnothing$ («A ebak B, edo, multzo hutsa»)

Kaso horretan, A eta B multzo horiek, elkarrekin elemendurik batere ez dutelako, **multzo bereziak** dira.

Bi multzo berezi direlarik, hortaz, haien arteko ebaketa multzo hutsa da.

1. Hiru koloretako papera har ezazu eta kolore bakoitzean, hiruki, lauki eta zirkulu tamaina ezberdinetakoak ebaki ondoren, multzo batzuk osa itzazu.

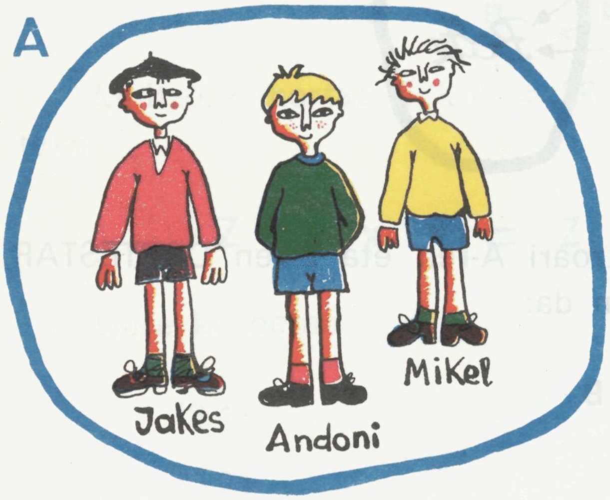
2. Multzo hauek bildu nahiz ebaki egiten dituzularik, eragiketa bakoitzari dagokion ikurra erabiltzen saia zaitzez.

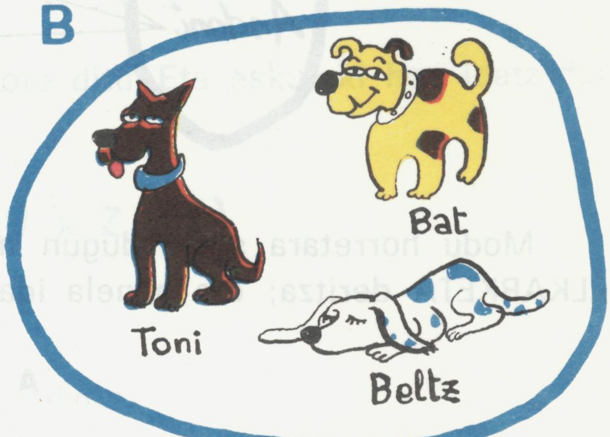
3. Menpeko multzoa, menperatzaile multzoa bera baino handiago izan ahal daiteke?

4. Orain arte ikusiak ditugun ikurrak Eite handitan, kolorezko paperean ebaki eta zure kuadernoko orrialde batetan itsas itzazu.

3. CARTESTAR ELKARKETA. ZATIKETA

3.1 — Eman ditzagun bi multzo hauek:





A multzoan hiru mutiko daude:

A = { Jakes, Mikel, Andoni }

eta B multzoan hiru txakur:

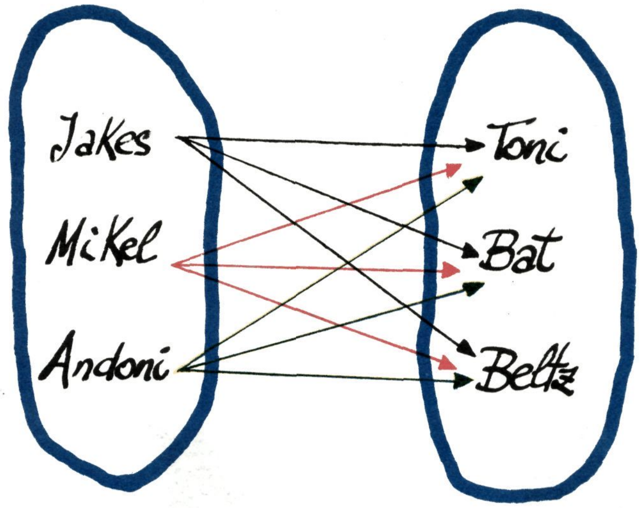
B = { Toni, Bat, Beltz }

Bakoitza txakur batekin ostera bat egitea erabaki dute. Zenbat modutara egin daiteke? Idatz ditzagun bikote guztiak:

(Jakes, Toni)
(Jakes, Bat)
(Jakes, Beltz)
(Mikel, Toni)
(Mikel, Bat)
(Mikel, Beltz)
(Andoni, Toni)
(Andoni, Bat)
(Andoni, Beltz)

Bederatzi bikote desberdin molda daitezke.

Grafo batez, beraz, hauxe da egoera:



Modu horretara sortu dugun multzoari A-ren eta B-ren CARTESTAR ELKARKETA deritza; eta honela idazten da:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

Gure kasoan bederatzi bikote ditu.

3.2 — Eman ditzagun beste bi multzo hauek:

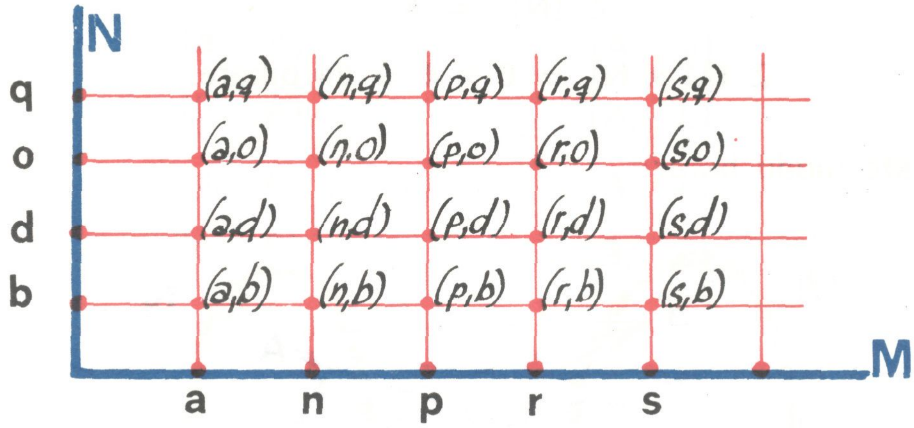
$$M = \{ a, n, p, r, s \}$$
$$N = \{ b, d, o, q \}$$

eta bila ditzagun $M \times N$ multzoko elemenduak:

$$M \times N = \{ (a, b), (a, d), (a, o), (a, q), (n, b), (n, d), (n, o), (n, q), (p, b), (p, d), (p, o), (p, q), (r, b), (r, d), (r, o), (r, q), (s, b), (s, d), (s, o), (s, q) \}$$

Bi multzoren cartestar elkarketak, MULTZO BAT sortzen du; eta multzo hori, binaka loturik, M eta N-ko elemenduak elkarturik sor daitezkean BIKO GUZTIEK osatzen dute. Beraz cartestar elkarketa elemenduak modu berezi batez BINAKATUZ erdiesten da.

3.3 — Bigarren cartestar elkarketa hau beste modu batera irudi daiteke:



Multzoak, hortaz, $5 \times 4 = 20$ bikote ditu. Eta eskuarki hau idatz daiteke:

$$Z(A \times B) = Z(A) \times Z(B)$$

Gure kasoetan:

(3.1) .... $3 \times 3 = 9$ bikote.

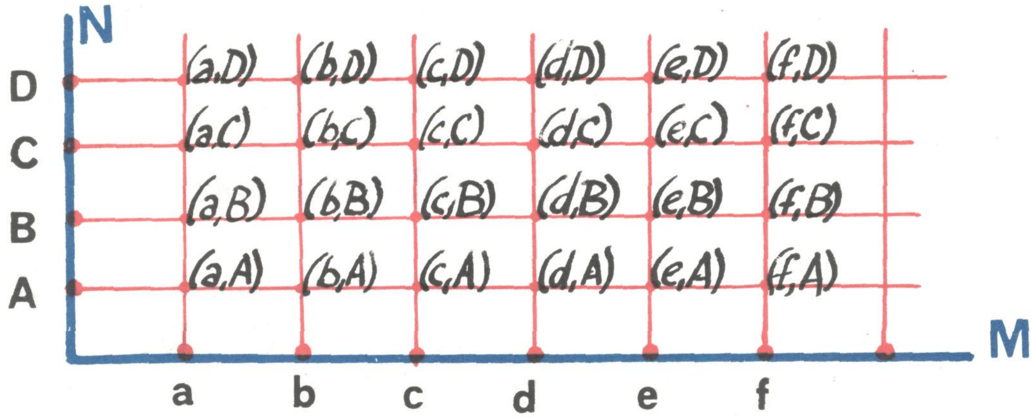
(3.2) .... $5 \times 4 = 20$ bikote.

3.4 — Egin dezagun beste cartestar elkarketa hau:

$M = \{ a, b, c, d, e, f \}$

$N = \{ A, B, C, D \}$

M $\times$ **N** beste multzo berri bat da. Elemenduak bilatzeko, grafo bat egin dezagun:

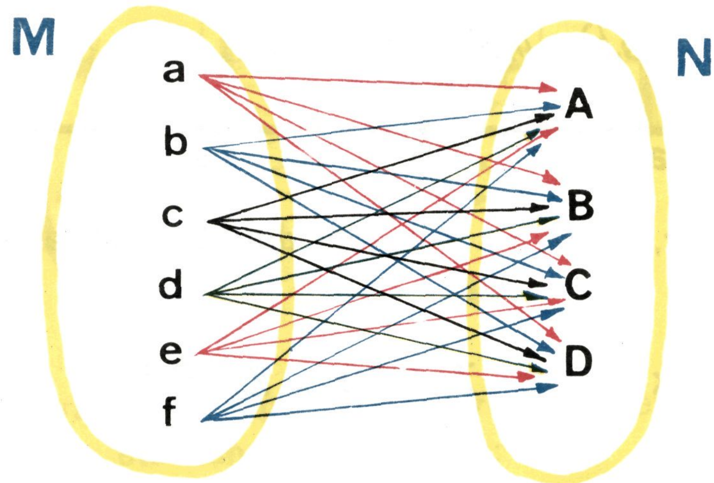


$$Z\ (M) = 6$$

$$Z\ (N) = 4$$

beraz, $Z\ (M \times N) = 6 \times 4 = 24$ bikote.

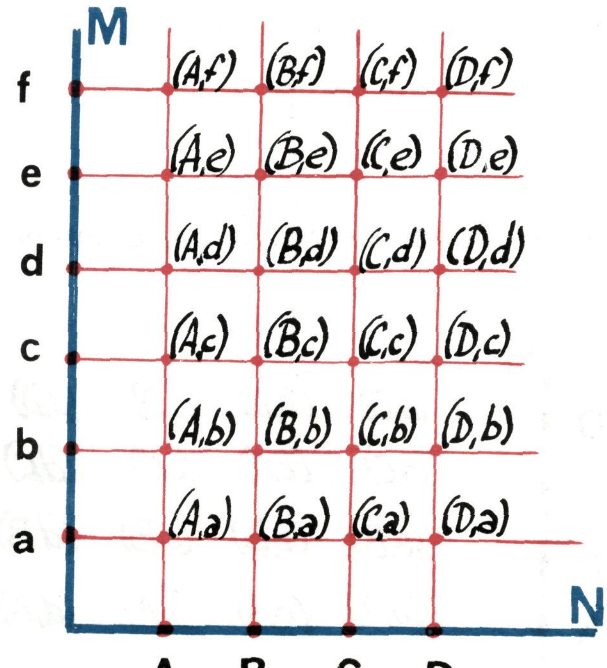
Edo beste modu batez:



3.5 — Har ditzagun orain M eta N multzo berberak, eta egin dezagun:

$$N \times M$$

Zer lortzen da? Ikus dezagun grafo baten bidez:



eta jar ditzagun elemenduak elkarren parean:

$M \times N$	$N \times M$
(a, A)	(A, a)
(b, A)	(A, b)
(c, A)	(A, c)
(c, B)	(B, c)
....	....

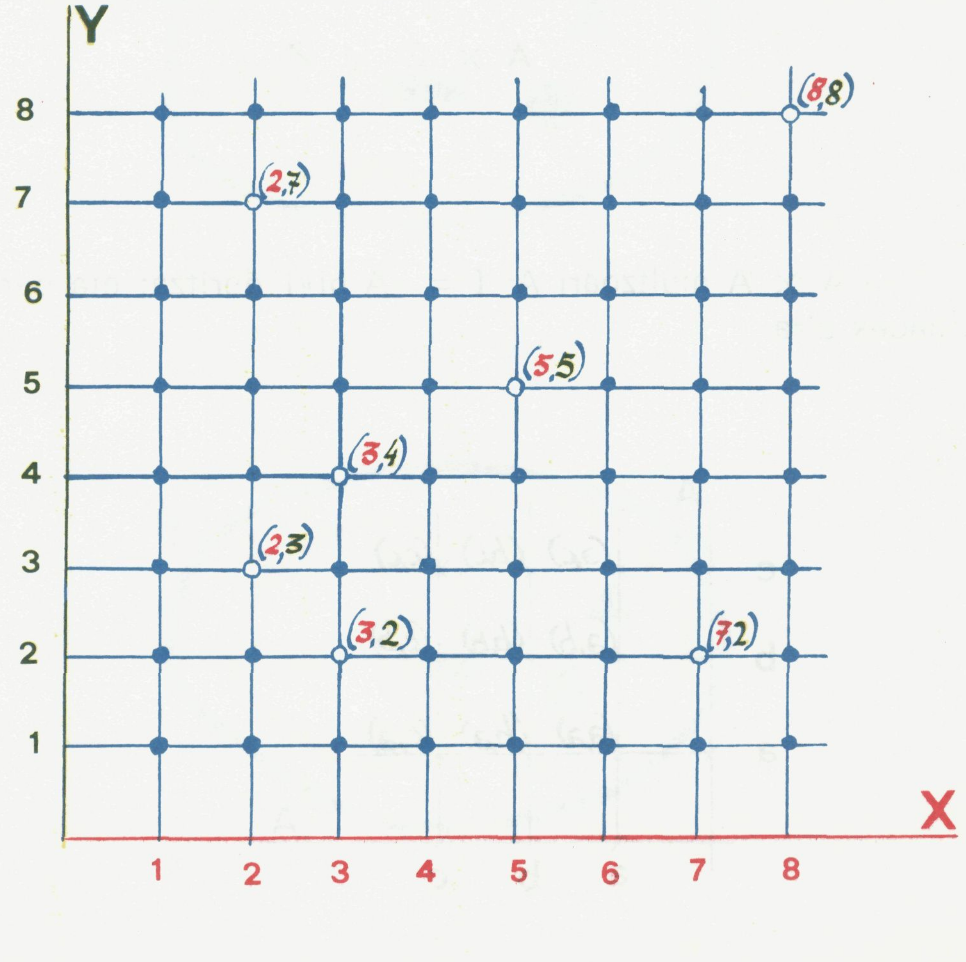
Sortzen diren bikoteak EZ DIRA BERBERAK, nahiz lehen ikustaldian antz handia izan (ez da gauza bera: Andonik Piarres hil du / Andoni Piarresek hil du; ezta beste hau ere: A handiago da B baino, B handiago da A baino). Cartestar elkarketari gagozkiolarik, beraz, hau idatzi behar da:

$$M \times N \neq N \times M$$

3.6. Era berean joka daiteke zenbakiez. Eman ditzagun bi multzo hauek:

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$
$$Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

eta egin dezagun



Osa zazu zeuk X x Y elkarketari dagokion eskema hau (Des Cartes-en geometrian oso ezaguna).

Zenbat bikote du?

$$Z\ (X) = 8$$

$$Z\ (Y) = 8$$

$$Z\ (X \times Y) = 8 \times 8 = 64 \text{ bikote.}$$

Ez zazu ahantz:

Y × X ez da multzo bera

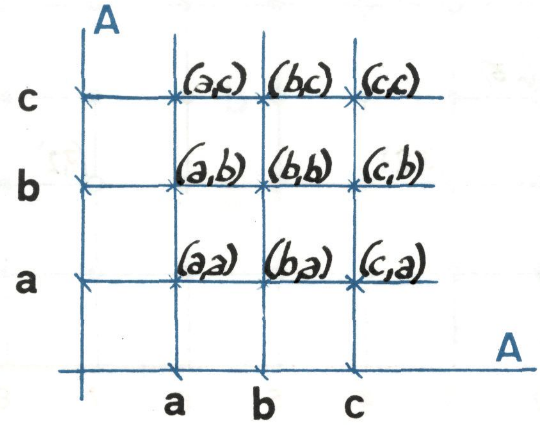
Zergatik ez? Froga zazu zerorrek.

3.7 — Zer multzo ematen du **A** × ∅ cartestar elkarketak?

Sortu behar den multzoko elemendu bakoitza **hutsa** da. Beti, beraz:

$$\mathbf{A} \times \varnothing = \varnothing$$

3.8 — A × A multzoari A^2 (= «A bi») deritza; eta beronen elemenduak hauek dira:



$A^2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$

A^2 multzo berri honek **bederatzi** bikote ditu kaso honetan:

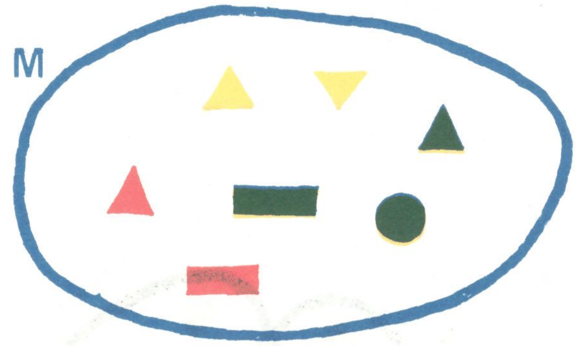
$$Z(A) = 3$$

$$Z(A) = 3$$

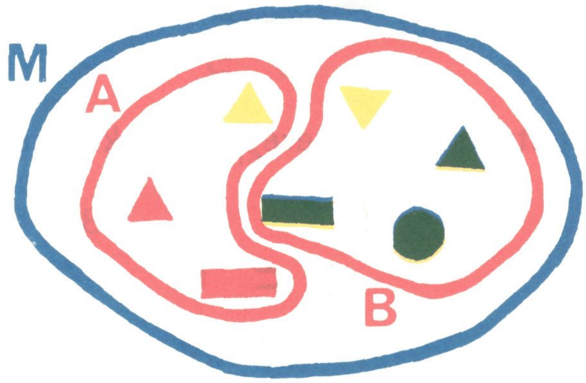
$$Z(A \times A) = 3 \times 3 = 9 \text{ bikote}$$

3.9 — Ikus dezagun orain multzo baten ZATIKETA zer den.

Eman dezagun M multzo hau:



eta molda ditzagun A eta B menpeko multzoak:



Bi menpeko multzo horietaz, menpeko multzo direnez, hau idatz daiteke:

$$A \subset M$$
$$B \subset M$$

Eta, kaso honetan, beste hau ere esan daiteke:

$$A \cup B = M$$

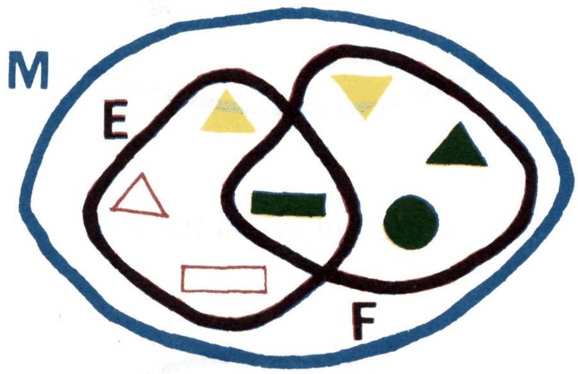
Beste alde batetik (ikus eskema) hau ere idatz daiteke:

$$A \cap B = \varnothing$$

Hau da: A ta B bi **menpeko multzo «berezi»** dira (lehengo ikaskaian esan dugunez).

A eta B, beraz, M multzoaren ZATIKETA BATEN EMAITZA DIRA.

Molda ditzagun orain, aldiz, E eta F menpeko multzoak:



Bi menpeko multzo hauetaz ere, menpeko multzo direnez, hau idatz daiteke:

$$E \subset M$$
$$F \subset M$$

baita $E \cup F = M$

Baina, kaso honetan, $\mathbf{A \cap B \neq O}$

Hain zuzen ere: $A \cap B = \{ \blacksquare \}$

E eta F menpeko multzook **ez dira menpeko multzo bereziak;** eta hortaz

E eta F menpeko multzoak EZ DIRA ZATIKETA BATEN EMAITZA.

3.10 — Beste adibide bat.

Eman dezagun E multzoa:

E $=$ {astelehena, asteartea, asteazkena, osteguna, ostirala, larunbata, igandea}

eta gogoan har ditzagun bi menpeko multzo hauek:

S $=$ {astelehena, asteazkena, osteguna}

T $=$ {asteartea, osteguna, larunbata}

E-ren ZATIKETA egin ote dugu?

$$S \subset E$$
$$T \subset E$$

Baina $S \cap T =$ {osteguna}

eta $S \cup T \neq E$

S eta T menpeko multzoak EZ DIRA MULTZO BEREZIAK, ETA EZ DUTE **E** OSATZEN; hortaz, S eta T **ez dira** E-ren zatiketa baten emaitza.

Gogoan har ditzagun orain beste bi menpeko multzo hauek:

L = { astelehena, asteartea, asteazkena, osteguna, ostirala }

F = { larunbata, igandea }

L eta F, E-ren menpeko multzoak dira; alegia:

$$L \subset E$$

$$F \subset E$$

baita $L \cup F = E$

Beste alde batetik:

$$L \cap F = \varnothing$$

Beraz, kaso honetan, L eta F, E-ren ZATIKETA baten emaitza dira.

4. ELKARPIDEAK

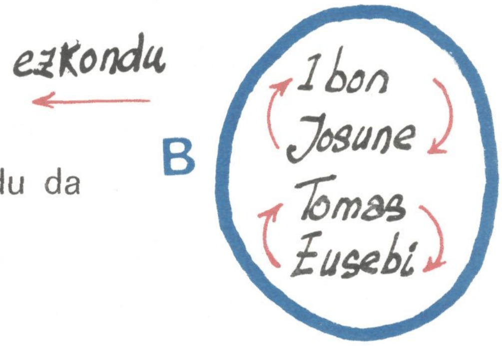
4.1 Eman ditzagun bi senar-emazte:

1 - Ibon Latsaga / Josune Etxebarria

2 - Tomas Camblong / Eusebi Andueza

Eta idatz dezagun, gezi (azkon) baten bidez, nor norerkin ezkondua den:

Ibon Josune-rekin ezkondu da
Josune Ibon-ekin »
Tomas Eusebi-rekin »
Eusebi Tomas-ekin »



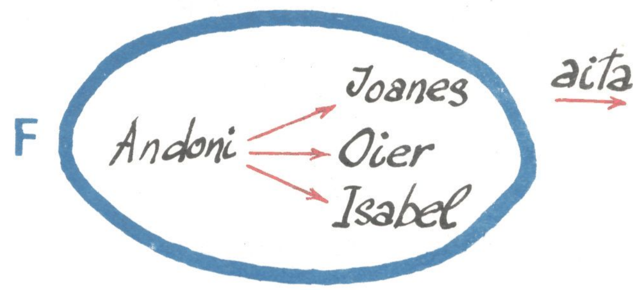
Lau bikote hauek idatz genitzake, hortaz:

(Ibon, Josune)
(Josune, Ibon)
(Eusebi, Tomas)
(Tomas, Eusebi)

Kaso honetan, beraz, izen bakoitzak BI gezi ditu: bata irteten, bestea iristen.

Lotura-mordo horri ELKARPIDE deritza, eta MULTZO BAT da; eta, ageri denez, multzo baten BARRENEKO elemenduen arteko loturak adierazten ditu.

4.2 — Eman dezagun orain berriz beste kaso hau: Andoni Harrieta hiru seme-alabaren aita da, eta hiruon izenak hauek dira: Joanes, Oier, eta Isabel. Marraz dezagun, gezi batez beti, «...ren aita da» elkarpidea:



eta elkarpideak bikote hauek ditu, beraz:

(Andoni, Joanes)

(Andoni, Oier)

(Andoni, Isabel)

Andoni Joanes-en aita izateak, ez dakar alderantziz ere Joanes Andoni-ren aita denik! Beraz hemen geziek ez dute lehenagoko punduan zuten itxura. Elkarpide mota honek beste modu batera lotzen ditu F multzoko elemenduak: geziak irten egiten dira (Andoni-gandik), ala iritsi egiten dira (joanes, oier eta Isabel-engana).

4.3 — Egin ditzagun orain B^2 eta F^2 cartestar elkarketak. Badakizu $B^2 = B \times B$; eta $F^2 = F \times F$.

Ez dukezu ahantzi bikote-multzo horiek nola sortzen diren, aurreko ikaskaian ikusiak dituguta.

$$B = \{ \text{Ibon, Josune, Tomas, Eusebi} \}$$

$$B^2 = B \times B =$$

$$\{ \text{Ibon, Josune, Tomas, Eusebi} \} \times \{ \text{Ibon, Josune, Tomas, Eusebi} \}$$

Eta Cartestar elkarketa eginez gero:

(Ibon, Ibon)	**(Ibon, Josune)**	(Ibon, Tomas)	(Ibon, Eusebi)
(Josune, Ibon)	**(Josune, Josune)**	(Josune, Tomas)	(Josune, Eusebi)
(Tomas, Ibon)	(Tomas, Josune)	(Tomas, Tomas)	**(Tomas, Eusebi)**
(Eusebio, Ibon)	(Eusebi, Josune)	(Eusebi, Tomas)	**(Eusebi, Eusebi)**

Hots, 4.1 punduan eman dugun elkarpideak (E bataia dezagun) lau bikote zituen:

E = {(Ibon, Josune), (Josune, Ibon), (Tomas, Eusebio) (Eusebi, Tomas).}

Eta bikote hauek berak goiko eragiketan letra beltzez idatzirik daudenez gero berdintza hau idatz daiteke $E \subset B^2$

Edo beste modu batez esateko, B multzoaren barrenean egin daiteken ELKARPIDEA, BETI DA B^2 MULTZOAREN, hots, KARTESTAR ELKARKETAREN MENPEKO MULTZO.

Era berean 4.2 punduan eman dugun elkarpidea F Cartestar elkarpideari buruz egoera berean dago.

Bila dezagun aurrenik $F^2 = F \times F$ multzoa; alegia F eta F berberaren Cartestar elkarketa. Eta hau dugu:

$F^2 = F \times F =$ (Andoni, Joanes, Oier, Isabel) $\times$ (Andoni, Joanes, Oier, Isabel). Eta Cartestar elkarketa eginez gero:

{(Andoni, Andoni)	**(Andoni, Joanes)**	**(Andoni, Oier)**	**(Andoni, Isabel)**
(Joanes, Andoni)	(Joanes, Joanes)	(Joanes, Oier)	(Joanes, Isabel)
(Oier, Andoni)	(Oier, Joanes)	(Oier, Oier)	(Oier, Isabel)
(Isabel, Andoni)	(Isabel, Joanes)	(Isabel, Oier)	(Isabel, Isabel)}

16 bikote horietako 3 (letra beltzez idatzirik ditugunak) 4.2 puntuan adierazi dugun elkarpideari dagozkio. Beraz matematikazko idazkeraz.

$$E \subset F^2$$

Edo, beste era batera esateko, F multzoaren barrenan egin daiteken ELKARPIDEA BETI DA F MULTZOAREN $F \times F = F^2$ KARTESTAR ELKARKETAREN MENPEKO MULTZO.

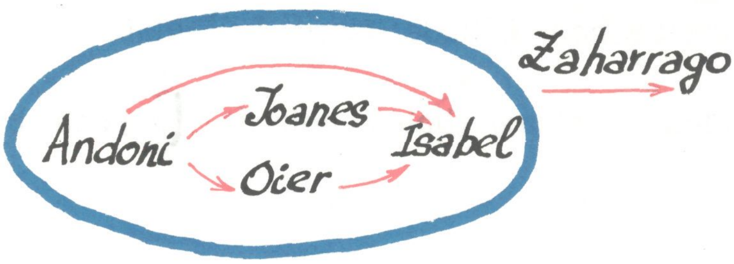
4.4 — Eman dezagun orain F multzoko pertsonek adin hauek dituztela:

Andonik	44 urte
Joanesek	11
Oierrek	9
Isabelek	4

Adinari buruz, hortaz, badago F multzoan lotura mordo bat; eta hau esan dezakegu:

Andoni	zaharrago da	Joanes	baino
Andoni	»	Oier	»
Andoni	»	Isabel	»
Joanes	»	Oier	»
Joanes	»	Isabel	»
Oier	»	Isabel	»

Sei lotura, beraz. Egin dezagun lotura-multzo honen grafoa:



edo, bikote-multzo gisa:

E = { (Andoni, Joanes), (Andoni, Oier), (Andoni, Isabel), (Joanes, Oier), (Joanes, Isabel), (Oier, Isabel) }

Aski dugu 4.3 punduan egin dugun F^2 cartestar elkarketa begiratzea, berriz ere

$$\mathbf{E \subset F^2}$$

idatz daitekeala ulertzeko; sei lotura horiek hantxe baitude.

4.5 — Eman ditzagun hiru alimale hauek:

A

Dakigunez: balea azkarrago da legatza baino

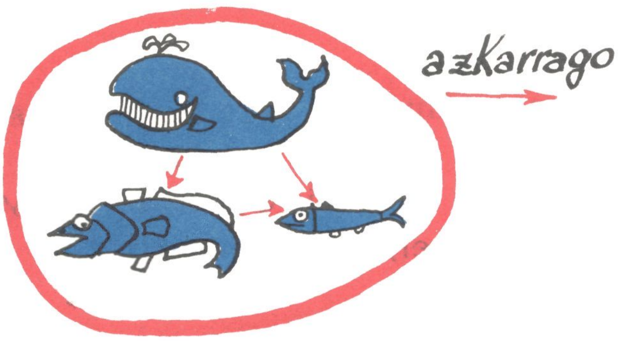
balea » bokarta »

legatza » bokarta »

Beraz, elkarpide honi E baderitzazu, hau idatz dezakezu:

$$E = \{ (balea, legatza), (balea, bokarta), (legatza, bokarta) \}$$

eta grafo batez:



Egin dezagun $A^2 = A \times A$ cartestar elkarketa:

$A^2 = \{$ (balea, legatza, bokarta) (balea, legatza, bokarta)

(balea, balea), **(balea, legatza)**, **(balea, bokarta)**,

(legatza, balea), (legatza, legatza), **(legatza, bokarta)**,

(bokarta, bolea), (bokarta, legatza), (bokarta, bokarta) $\}$

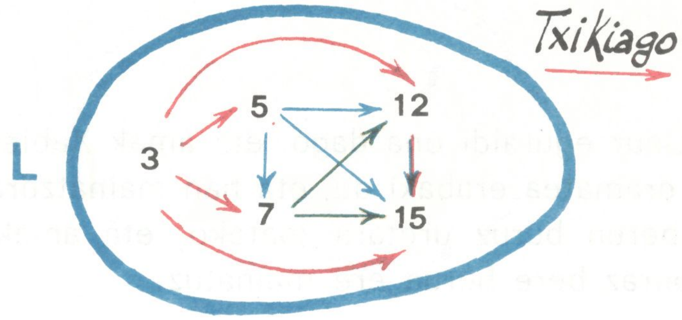
E elkarpidea osatzen duten hiru loturak letra beltzez idatzi ditugu. Eta hau idatz dezakegu, beraz:

$$E \subset A^2$$

4.6 Eman dezagun orain L multzoa:

$$L = \{ 3, 5, 7, 12, 15 \}$$

3 txikiago da 5 baino, 3 txikiago da 7 baino, eta abar. «Txikiago» ideia hori adierazteko egin dezagun diagrama hau:



(**hamar** gezi ditu)

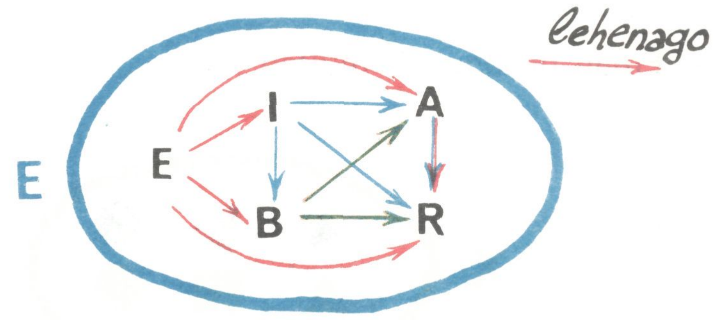
Eta bikote mordo gisa, hau dugu:

$E = \{ (3, 5), (3, 7), (3, 12), (3, 15), (5, 7), (5, 12), (5, 15), (7, 15), (12, 15) \}$

Froga zazu zerorrek, kaso honetan ere:

$$E \subset L^2$$

4.7 — Eman dezagun orain «EIBAR» hitza. Gauza ageria da E hizkia I hizkia baino lehenago datorrela, A hizkia R baino lehenago, eta abar. Egin dezagun **lehenago** elkarpide horren grafoa:

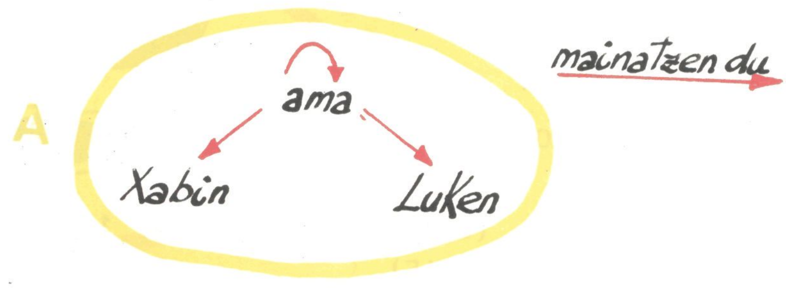


Berriz ere, **hamar** bikote ditu elkarpideak. Idatz itzazu:

E = (,), ('), eta abar.

4.8 — Gaur eguraldi ona dago, eta amak Xabier eta Luken muttikoak hondartzara eramatea erabaki du, eta han mainatzera. Xabier eta Luken ez dira gauza beren buruz uretara joateko, eta amak berak eraman behar ditu, amak, beraz, bere burua ere mainatuz.

Nola adieraziko dugu hori grafo baten bidez?



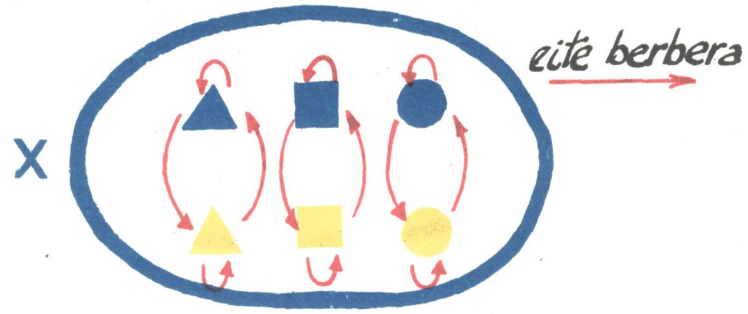
eta multzo gisa:

E = { (ama, ama), (ama, Xabin), (ama, Luken) }

Kaso honetan, beraz, gezi batek atzera bezala egiten du; eta irten den elemendu berberera bihurtzen. Beste elkarpide-mota bat soma dezakegu, beraz.

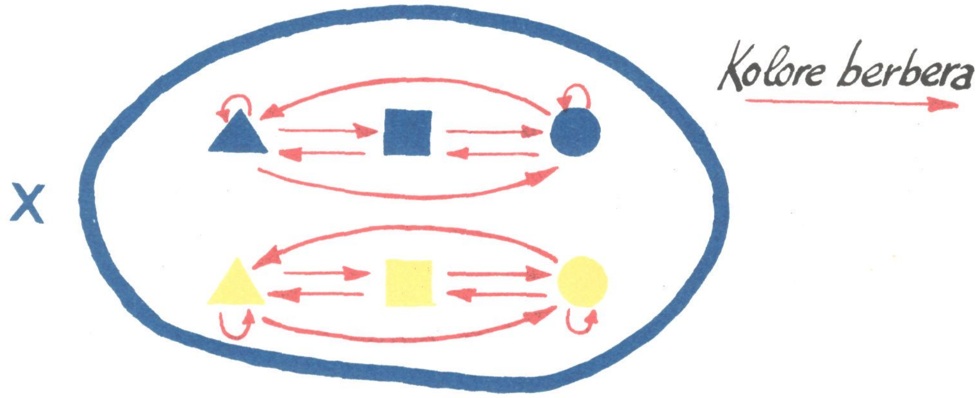
4.9 — Eman dezagun X multzo hau:

eta marraz dezagun, gezi bidez, zein irudik duen **eite** berbera; eta grafo hau lortuko dugu:



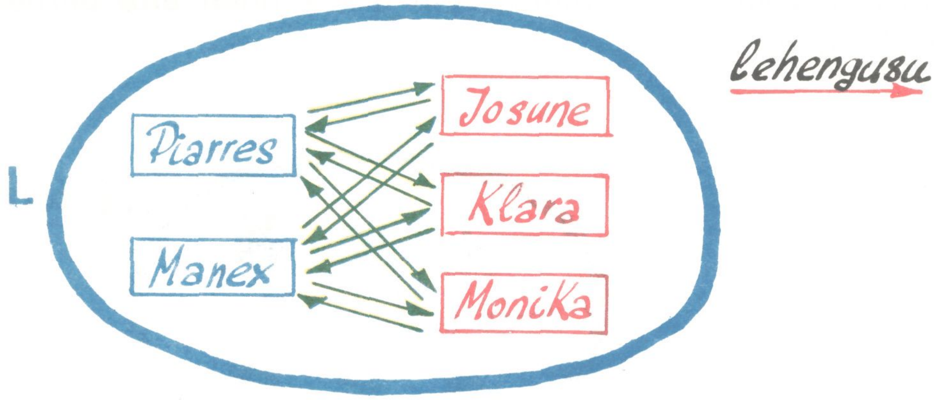
12 lotura, beraz.

Egin dezagun orain beste grafo bat **kolore berbera** duten irudiak elkartzeko:



Alegia, **18** lotura.

4.10 — Azter dezagun beste kaso hau. Ander Iturzaheta-ren fameliak bi seme ditu: Piarres eta Manex; eta Beñat Iturzaheta-ren fameliak (Ander eta Beñat anaia izanik) hiru alaba: Josune, Klara eta Monika. Bostak elkarrekin daude gaur. Egin dezagun **lehengusu-tasun** horren grafoa:



12 lotura.

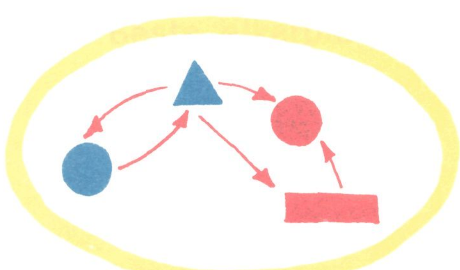
Idatz dezagun:

E = { (Piarres, Josune), (Piarres, Klara), (Piarres, Monika),
(Manex, Josune), (Manex, Klara), (Manex, Monika),
(Josune, Piarres, (Josune, Manex), (Klara, Piarres),
(Klara, Manex), (Monika, Piarres), (Monika, Manex) }

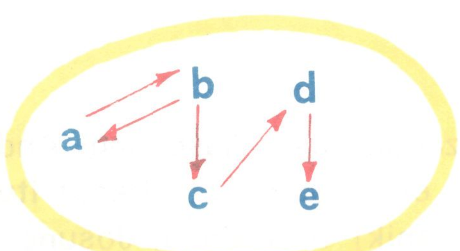
$L^2 = L \times L$ cartestar elkarketan, $5 \times 5 = 25$ bikote ditu.

4.11 — Ikusi dugunez M multzo baten barreneko elemenduen artean, anitz elkarpide-mota gerta daiteke. Hona hemen adibide batzuk:

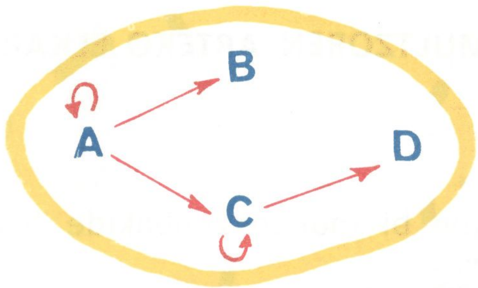
1. —



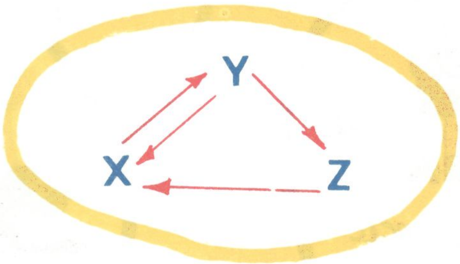
2. —



3. —



4. —



Idatz itzazu zerorrek lau elkarpide horiei dagozkien lotura-bikoteen multzoak:

1. —

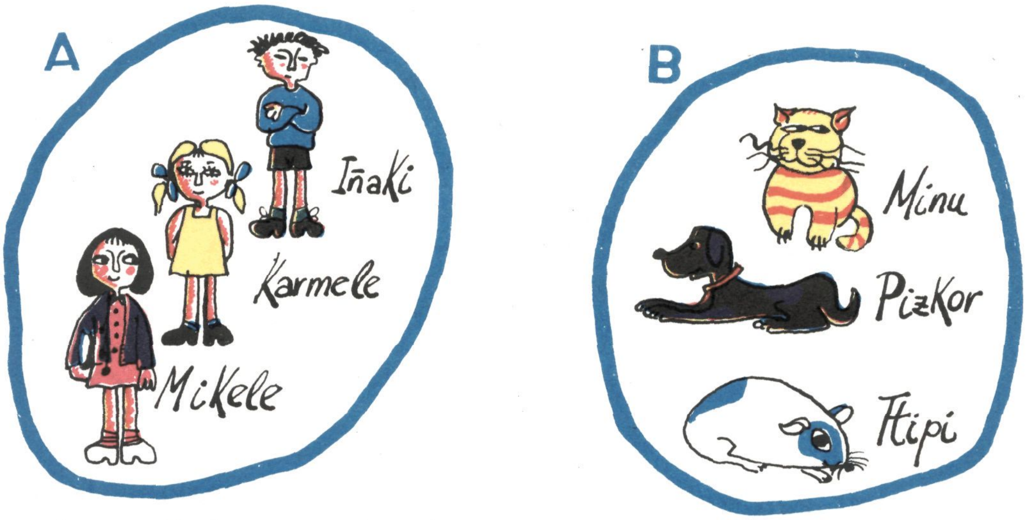
2. —

3. —

4. —

5. BI MULTZOREN ARTEKO ELKARPIDEAK

5.1 — Eman ditzagun bi multzo zenbakide hauek:

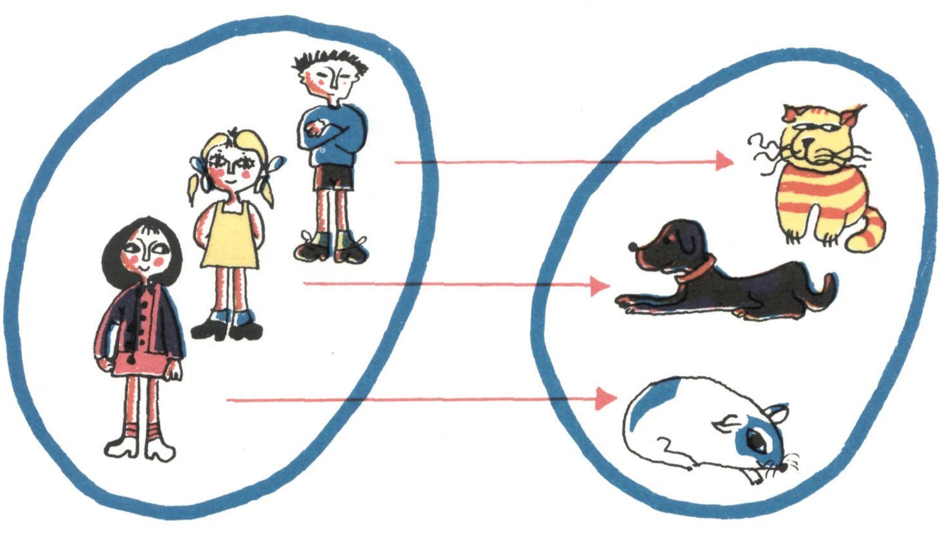


Oroi zaitez: Z (A) = 3

Z (B) = 3. Horregatik diogu zenbakide direla.

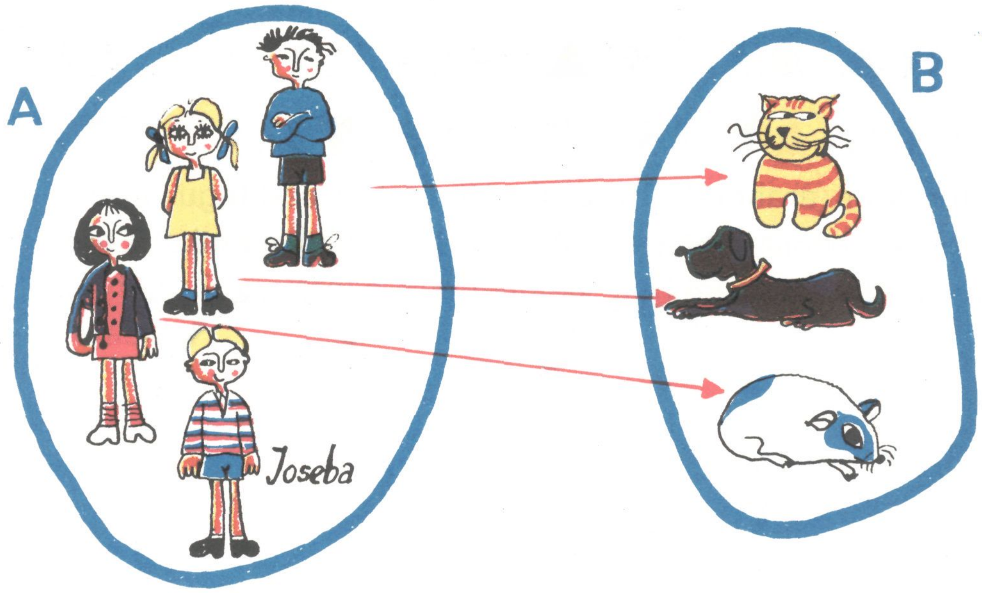
Minu katua Iñaki-rena da,
Pizkor txakurra Karmele-rena da,
Ttipi akuria Mikele-rena da.

A eta B multzoen artean, hortaz, badago lotkiarik. Bi multzo horien arteko lotkia edo lotura horri MULTZO ARTEKO ELKARPIDE deritza;; eta honela marraz daiteke:



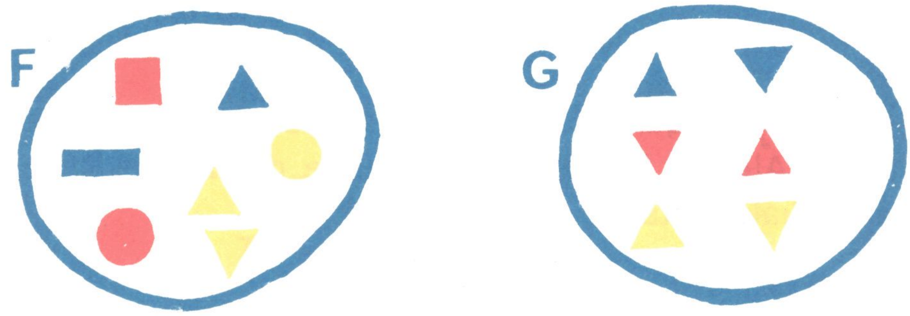
Ekarpide honetan, hortaz, **BI** multzotako elemenduak lotzen dira.

Eman ditzagun orain beste bi multzo hauek:

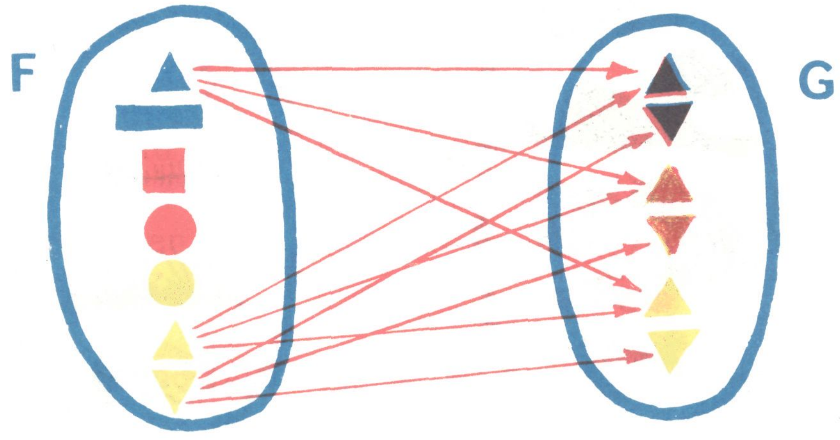


Z (A) = 4 eta Z (B) = 3. Ez dira multzo zenbakideak. Halere badago lotura mordo bat. Baina oraingoan «Joseba» elementudtik ez da gezirik batere irteten: Josebak abererik ez baitu.

— Eman ditzaun F eta G multzoak:

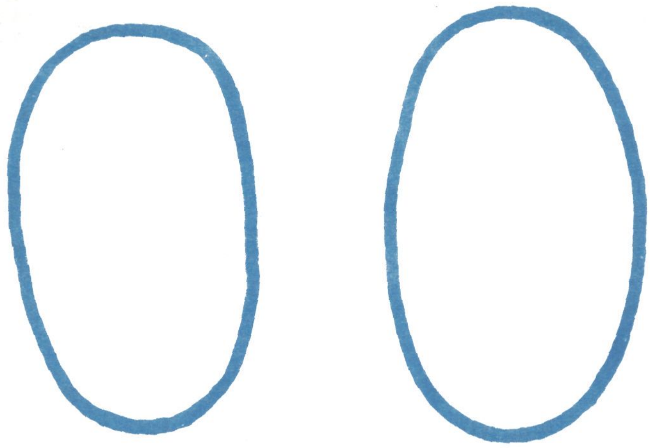


Eiteari dagokionez, bien artan dagoen ELKARPIDEA honela adieraz genezake:



eta dagozkion bikoteak idatziz gero:

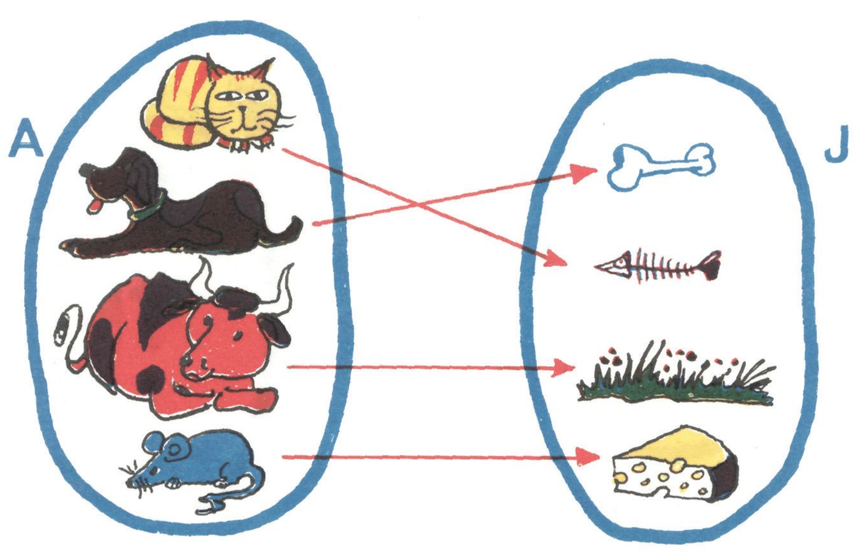
Kolorearen araberako loturak adierazten baditugu, berriz, beste elkarpide bat (= beste bikote multzo bat) lortuko genuke. Egizu zerorrek:



eta elemendu-bikoteak idatziz gero:

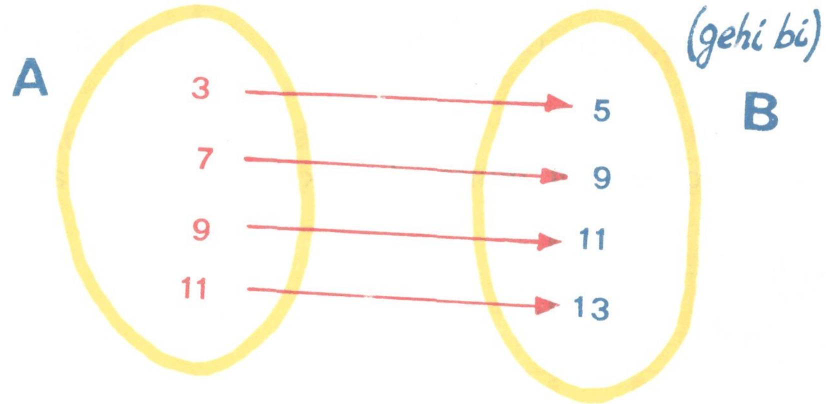
E = { (,), (,), ... }

5.3 — Eman ditzagun beste bi multzo hauek, eta elemenduen artean dauden loturak. Alegia: katuak arraina maite du, zakurrak hezurra, behiak belarra, eta saguak gazta.



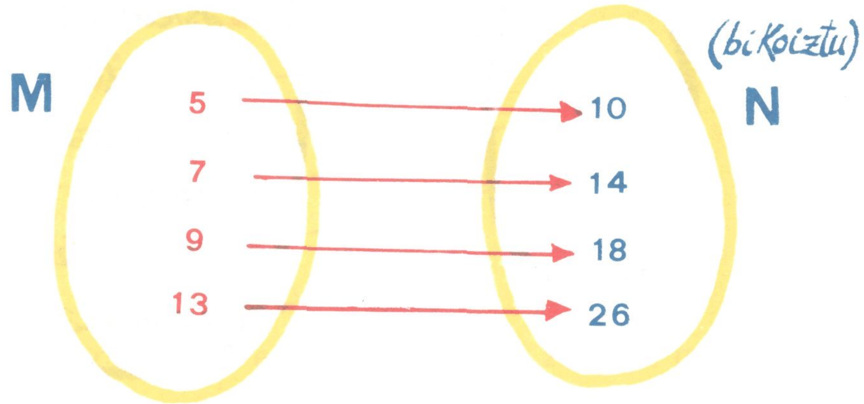
Bi multzo horiek, LAUNA elemendu dituztelako, zenbakideak dira; eta, horrez gainera, kaso honetan gezi BAKAR bat irteten da elemendu bakoitzetik.

5.4 — Eman ditzagun A eta B multzoak, berriak. Bien artean badago lotura nabarmen bat: B multzoko elemenduak aurkitzeko, aski da A-ko elemenduei + **2** *erasta*:



Berriz ere, hortaz, lehenengo multzoko elemenduetatik gezi BANA irteten da.

Begira itzazu orain beste bi multzo hauek:



Lehenengo multzoko elemenduen BIKOITZA dira bigarrenekoak. Multzo hauen artean beraz, elkarpide bat dago; eta elkarpide horrek badu lege edo ezagugarri nabarmen bat. Jatorrizko multzoko elemendu bakoitzetik, bestalde, gezi BAKAR BAT irteten da.

Aurrerago ikasiko dugunez, multzoen arteko elkarpide mota honek, eta hau oinarri sor daitezkeanek, garrantzi handia dute multzoen teorian.

5.5 — Kontutan har zazu hau ez dela beti gertatzen. Eman dezagun A multzoa, orain aste egunek osatua:

A = { astelehena, asteartea, asteazkena, osteguna, ostirala, larunbata, igandea }

Haserako hizkiez beste multzo bat egin dezakegu:

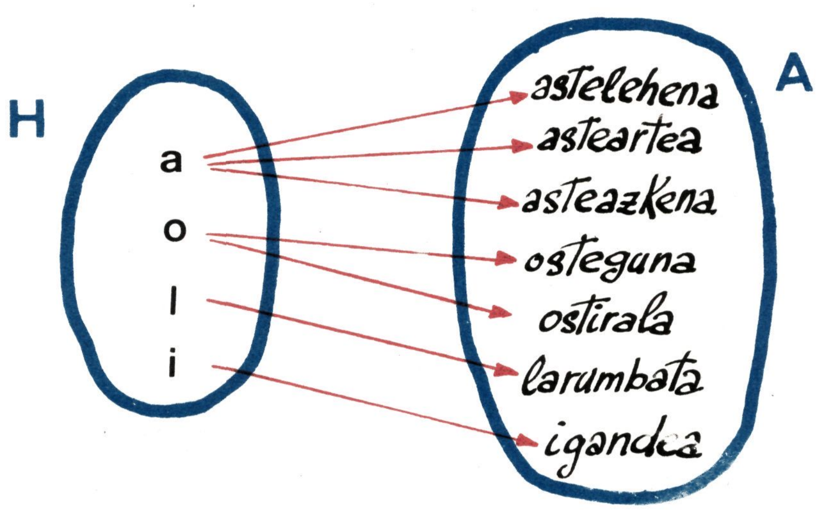
H = { a, o, l, i }

Lehenengo gauza, bi multzo hauek ez dira zenbakide:

Z (A) = 7

Z (B) = 4

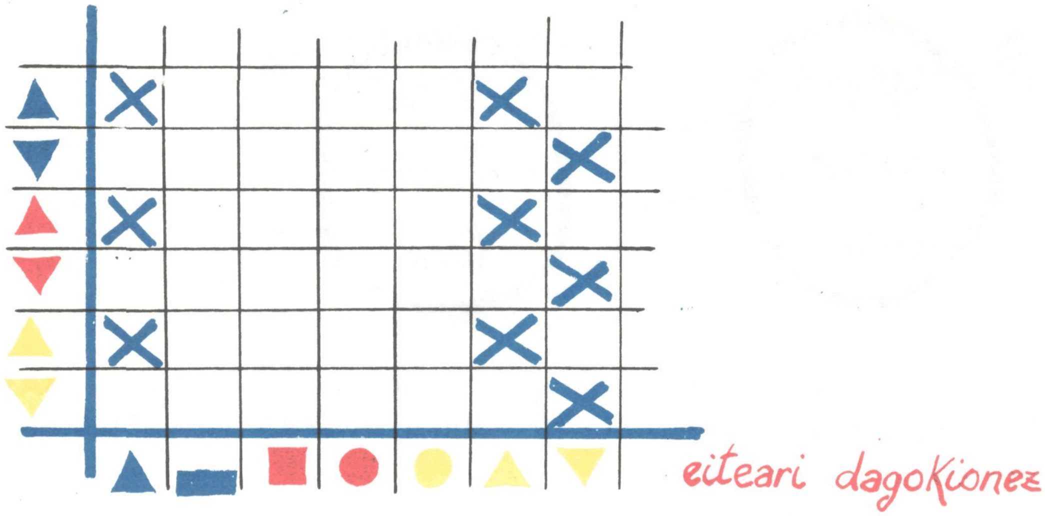
Eta bigarrena, lotura horiek **diagrama batez irudituz** gero, hau agertzen da:



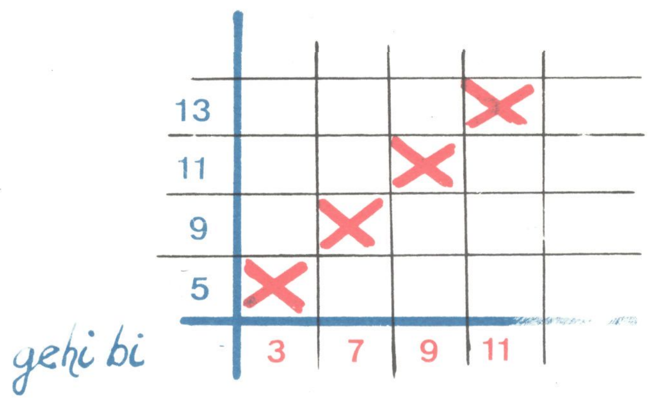
Geziak ez dira jatorrizko multzoko elemenduetatik BANA-BANA irteten.

5.6 Loturen multzoa taula batetan jarriz gero, berriz, diferentzia horiek nabarmentzen dira.

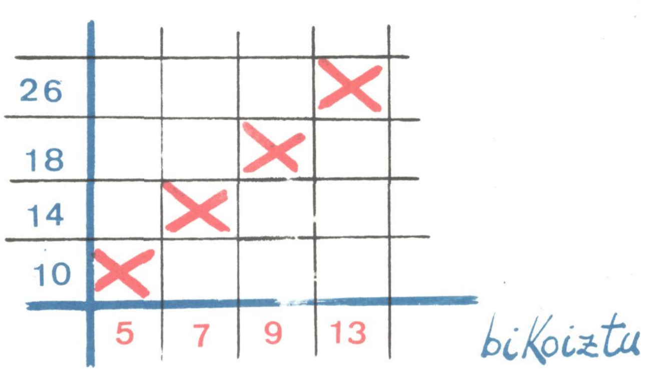
5.2. — Punduko elkarpideak, esate baterako, taula hau ematen du:



Baina 5.4 punduko elkarpidek, aldiz, beste hauek, oso desberdin:



eta



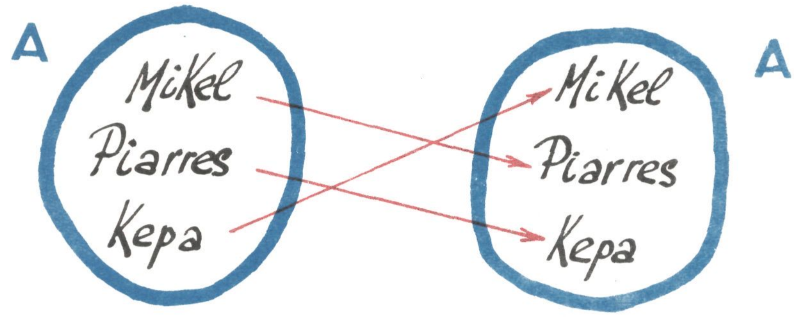
Taula hauek, dena dela, ez daude INOIZ zeharo beterik; edo, beste era batera esateko:

$$E \subset A \times B$$

Alegia, A eta B bi multzotako elemenduen arteko EDOZEIN ELKARPIDEZ esan daiteke beti dela E elkarpide hori $A \times B$ cartestar elkarketaren menpeko multzo.

Ohar hau: Cartestar elkarketak, gorago ere sana dugunez, era guztietako bikote GUZTIAK biltzen dituenez gero, taula BETEA ematen du beti.

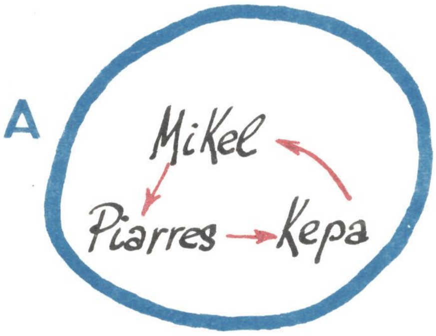
5.7 — Hona orain kaso hau:



Zer da elkarpide hori? Kaso honetan, ikus dezakegunez, bi multzook BAT ETA BERBERA dira; eta elkarpidea, hortaz, multzo BAKAR baten BARRENEAN gertatzen da.

$$E = \{ (\text{Mikel, Piarres}), (\text{Piarres, Kepa}), (\text{Kepa, Mikel}) \}$$

Elkarpidea grafo batez adieraziz gero, hau genuke:

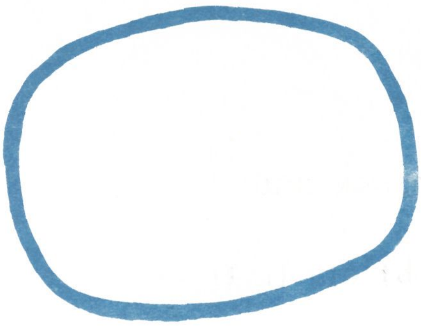


Funtsean, hortaz, lehenagoko ikaskaian ikusi genituen elkarpideak eta oraingoak, ez dira arras desberdinak. Baina orain BI multzotako elementuen arteko elkarpideez arduratzen ari gara.

5.8 — Hona hemen eskolako egoera bat:

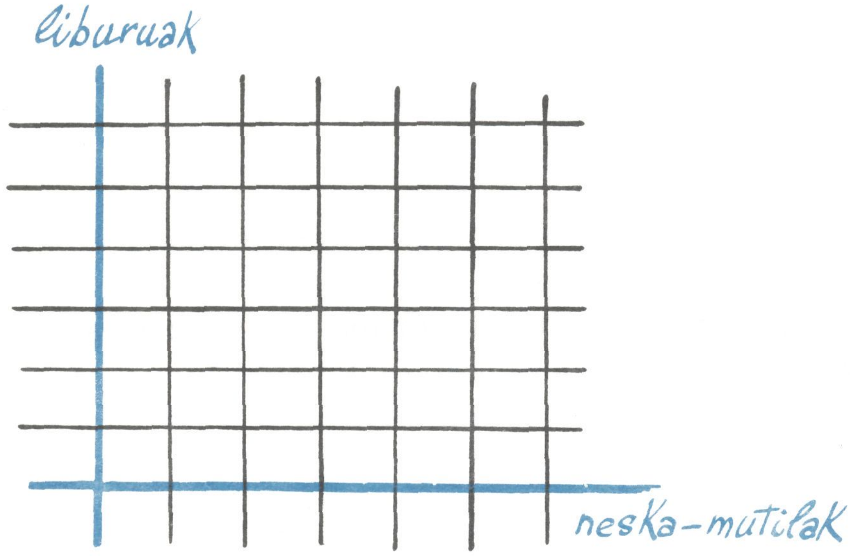
Mikelek liburu urdin bat du
Xantik liburu urdin bat du
Emiliok liburu hori bat du
Maijanak bere liburua galdu du
Koldok bi liburu ditu: bata berdea, bestea morea
Kepak bere liburua galdu du

a) Egizu marrazki bat, bi multzo horien arteko elkarpidea adierazteko:

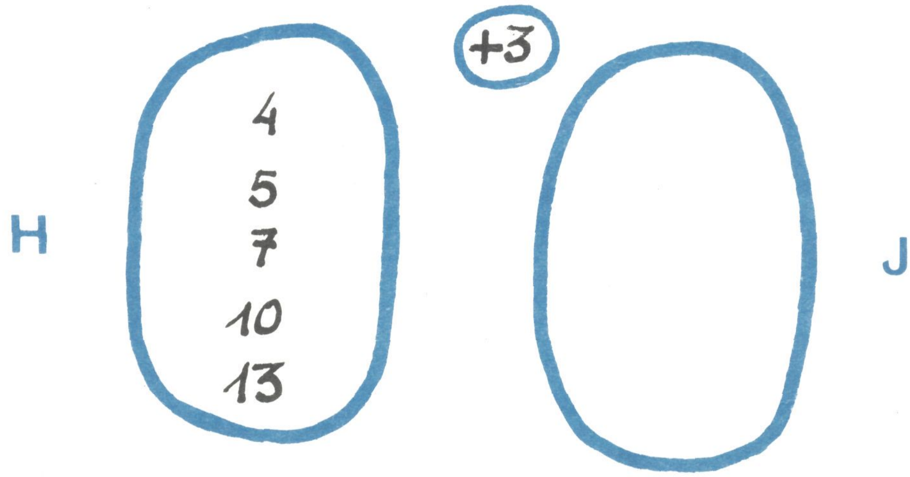


(neska-mutilen multzoa) (liburuen multzoa)

b) Bete zazu orain ondoko taula hau: elkarpideari dagozkion bikote-hutsuneetan, jar zazu gurutze bat:



5.9 — Horra hor H multzoa.



Elemendu bakoitzari 3 erantsiz, sor zazu J multzoa; eta marka itzazu, gezi bidez, bien artean dauden elkarpideak.

5.10 — Elkarpide batek bikote hauek ditu:

E = { (a, **b**), (a, **t**), (i, **m**), (i, **b**) eta (i, **t**) }

a) Marraz ezazu Euler-Venn-en Diagrama, eta gezi bidez erakuts ezazu elkarpidea.

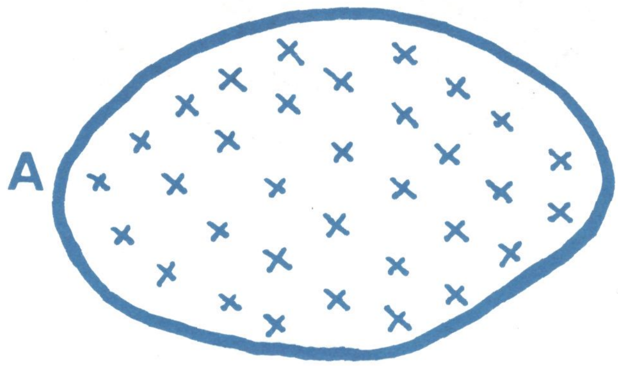
b) Egizu hizki beltzen eta hizki gorrien arteko cartestar elkarketa, taula bat osatuz.

d) Erakuts ezazu kaso honetan ere:

$$E \subset B \times \mathbf{G}$$

6. ZENBAKUNTZA.

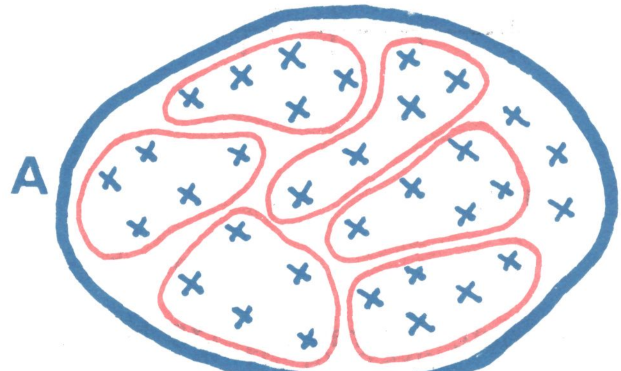
6.1 — Eman dezagun A multzoa:



Nola egin genezake hor dagoen multzoa zenbatzeko? Nola idatz dezakegu emaitza? Igaz ere problema hau aztertu genuen.

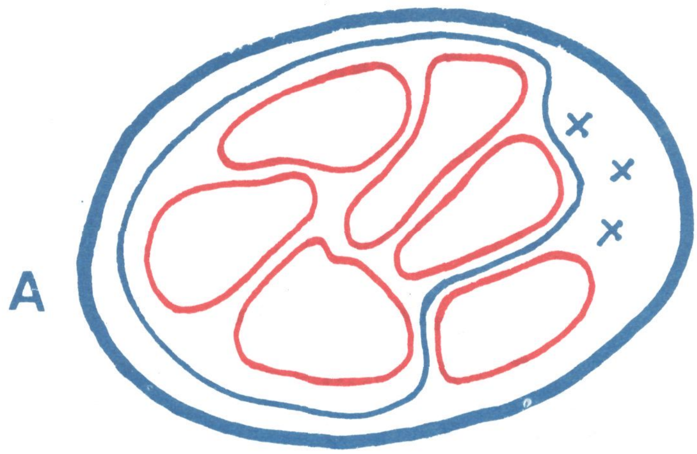
Eman dezagun eskuineko eskuaz zenbatzen dugula, eta esku bakoitzaz menpeko multzo bat (= bosteko bat kaso honetan) egiten dugula. Musean ari direnek hauxe egiten dute.

Orduan multzo horren taxuketan hau lortuko dugu:

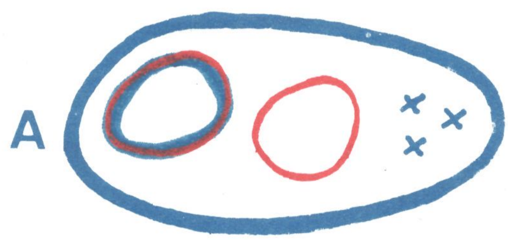


Horra hor multzo horren lehenengo taxuketa bat: bostetako sei menpeko multzo gorri ditugu, eta hiru ale libro.

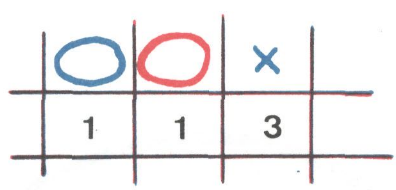
Menpeko multzo gorri horiek, era berean, bosnaka bil ditzakegu, beti eskua oinarri; eta hau izango genuke:



edo diagrama erraztuz:



eta oraindik ere xinplekiago:

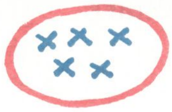


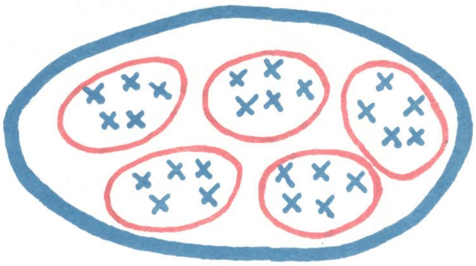
eta areago:

5// ... Z (A) = 113.

— Gogoan har dezagun, alderantziz, **113** horrek zer adierazten duen. Eskuinetik ezkerrera joanez:

3 = hiru ale libro, hiru elemendu 

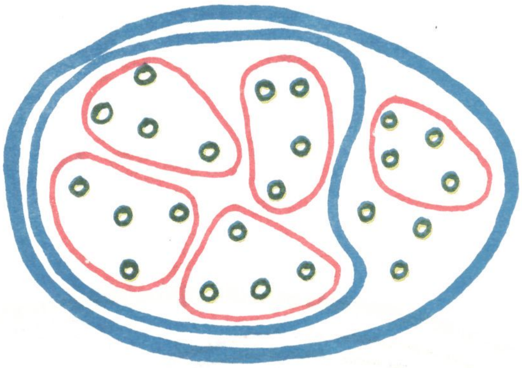
1 = bosteko bat libro, alegia = 

1 = bost, bosteko, bat 

Hortaz: Z (A) = hogei-ta-hamairu (hamarreko oinarrian).

— Eman dezagun beste multzo bat, eta egin dezagun elemenduen zenbaketa. Baina oraingoan beste oinarri bat hartuko dugu: 4-a, eman dezagun:

B



Zer dugu, hortaz?

— Hiru elemendu lotu gabe

— Lauko bat libro (gorriz marrazkian)

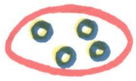
— Eta lau lauko bat (hor urdinez)

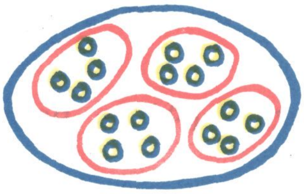
Multzoaren kopurua edo kardinala, beraz, hau da:

Z (B) = 113 4// (alegia: 4-a oinarri)

Eta alderantziz, ikus dezagun zein kopuru dagokion, laua oinarri idatzirik, 113 zenbakiari.

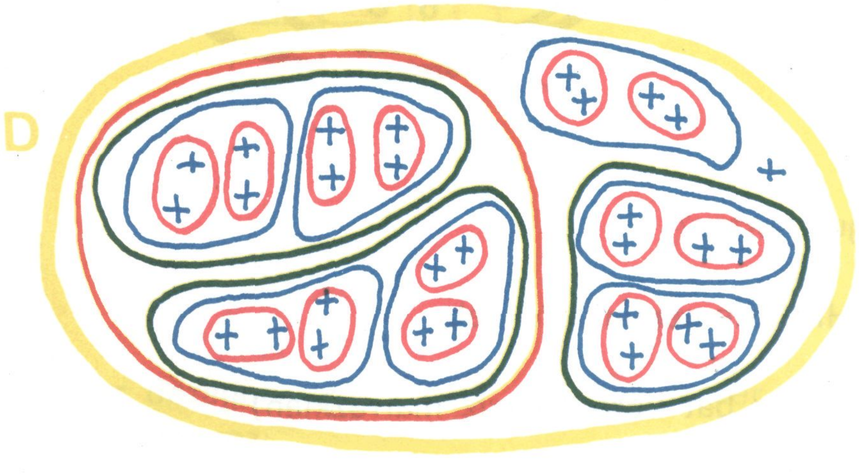
113, beraz: 3 = ale libro, 

1 = lauko bat 

1 = lauko lauko bat 

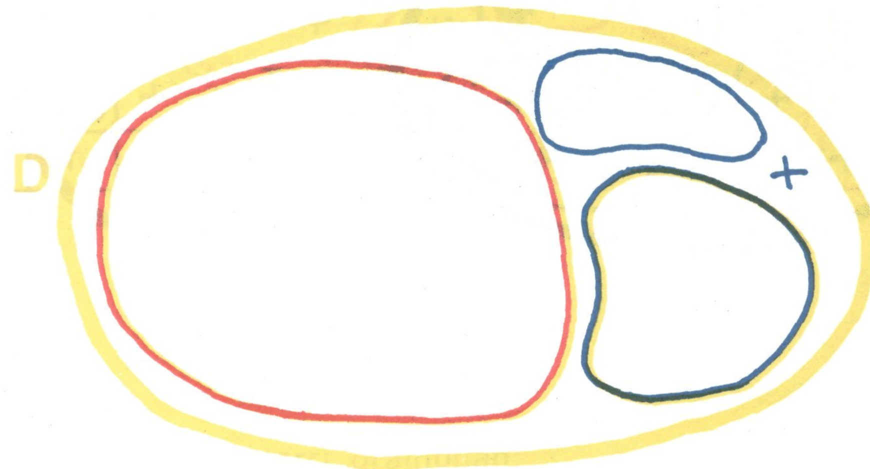
Beraz: 4// 113 = hogei-ta-hiru. **(Hamarreko oinarrian).**

6.3 — Har dezagun D multzoa:



eta idatz dezagun dagokion zenbakia lehenengo oinarrietan: 2, 3, 4... 9.

a) Har dezagun 2-a oinarritzat. Hortaz, BINA taxutuko ditugu elemenduak; BINA bi aletako menpeko multzoak; eta BINA, era berean, ondokoak. Eta hau lortuko dugu:

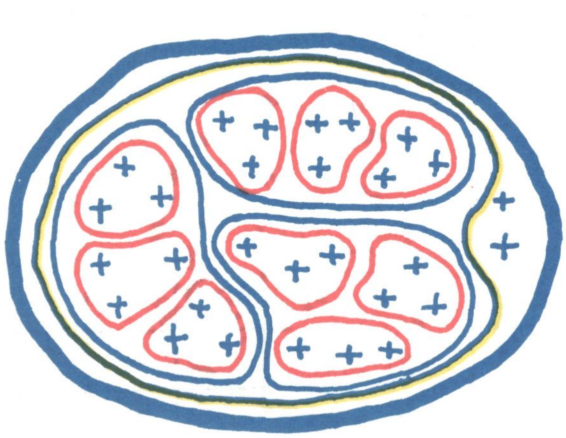


edo bestela idatzirik:

				+
1	1	1	0	1

Beraz: 2// Z = **11101**.

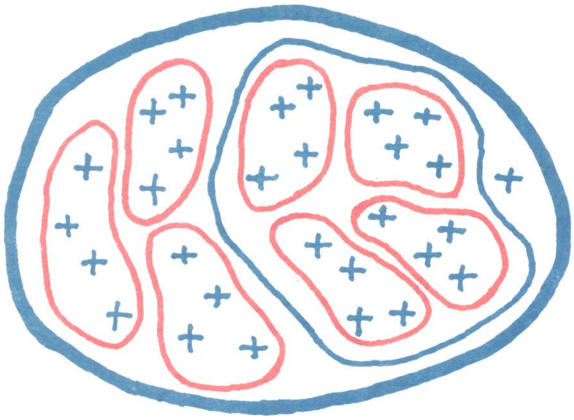
b) Har dezagun orain **3-a oinarritzat;** eta piloak eta menpeko multzoak **hiruna** sortuz, hau izango dugu:



			+
1	0	0	2

3// Z = **1002.**

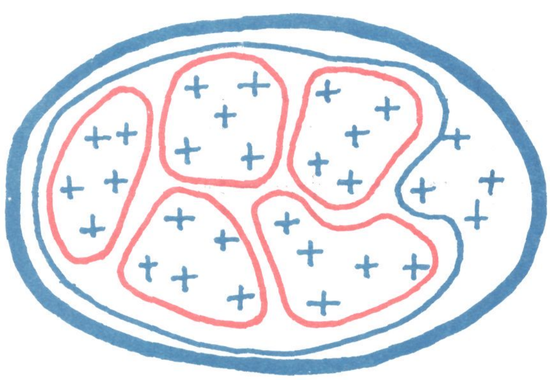
d) Izan bedi 4-a oinarria:



○	○	+
1	3	1

4// Z = **131**

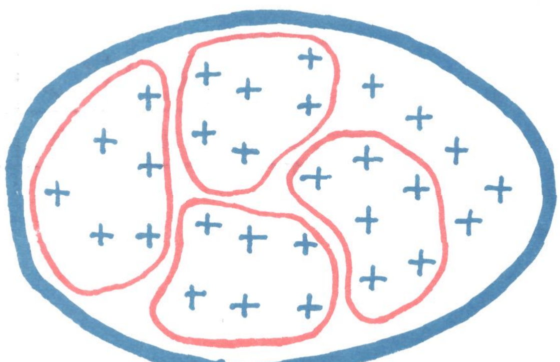
e) Har dezagun orain **5-a** oinarri (musean bezala):



○	○	+
1	0	4

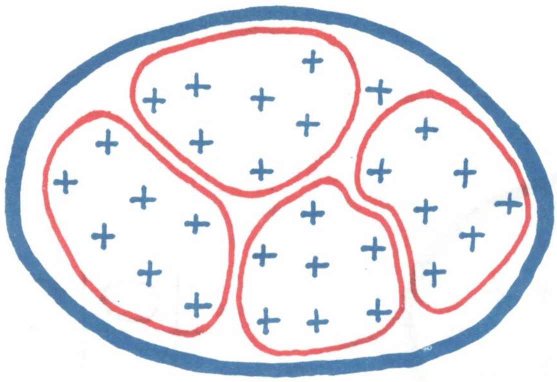
5// Z = **104**

f) Har dezagun **6-a** oinarri:



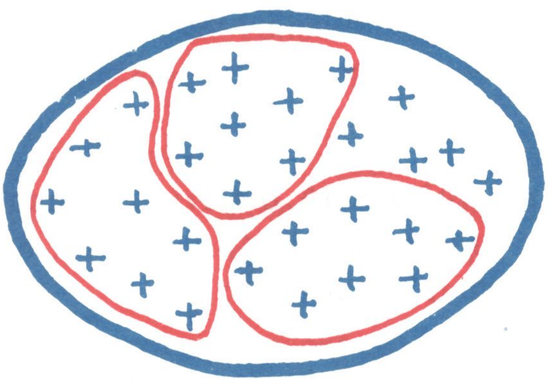
○	○	+
	4	5

g) Har dezagun **7-a** oinarri:



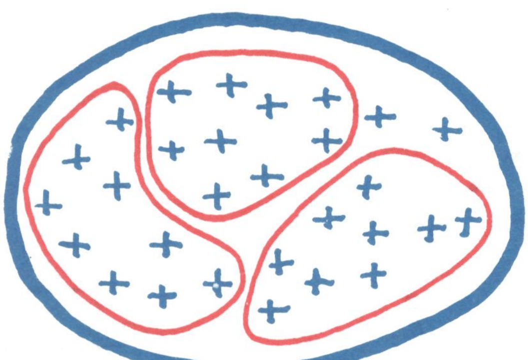
○	○	+
	4	1

h) Zortzia **(8-a)** oinarri oraingoan:



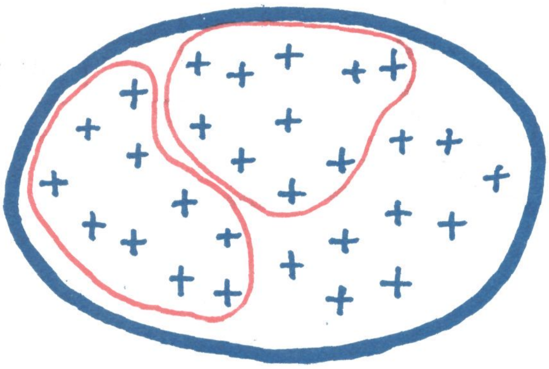
○	○	+
	3	5

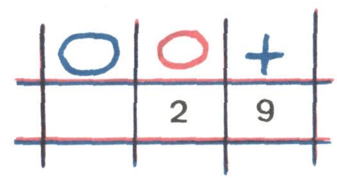
i) **9-a** oinarri:



○	○	+
	3	2

j) HAMARRA oinarri. Hauxe da gure zibilizazioan gidari hartu dena; eta beraz kalean, liburuetan, eta non-nahi erabili ohi dena:



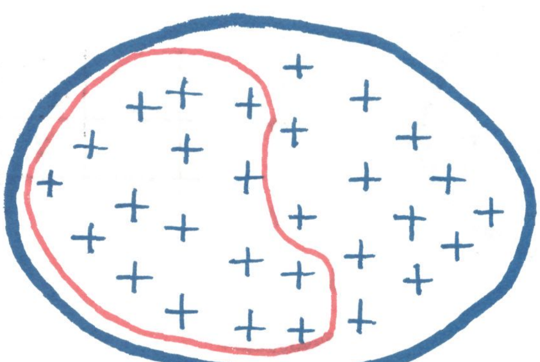


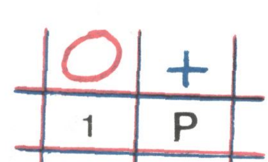
6.4 — Hamar baino goragoko zenbapideak erabil litezke. Aski da horretarako sinu berriak asmatzea.

Har dezagun, esate baterako HAMASEIA oinarri. Lehendabiziko kopuruentzako badugu sinu ezagunik: arabitarrenak, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Zer egin hurrengoetan? Asma ditzagun falta direnak:

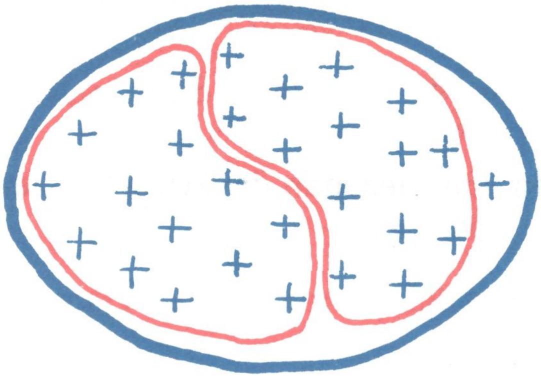
hamar	=	L	(hamar «10» idaztea, hamarra oinarri hartzea da)
hamaika	=	M	
hamabi	=	N	
hamairu	=	P	
hamalau	=	Q	
hamabost	=	R	

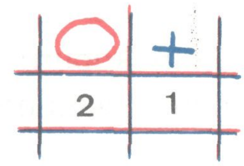
Eta egin dezagun orain HAMASEINA-ko taxueta:





eta HAMALAUA hartuz gero:

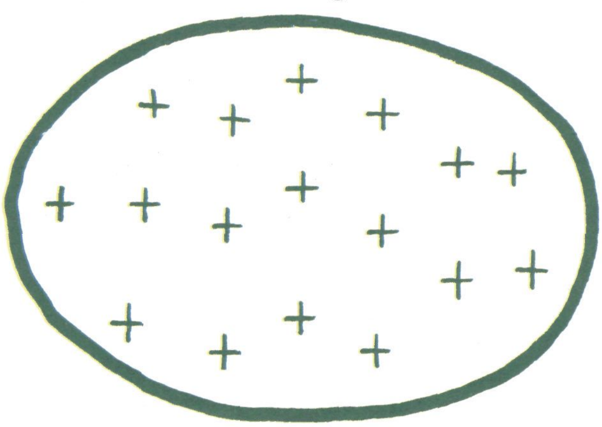




6.5 — Ikus dezakezunez, beraz, kopuru edo keta berberari, nahi hainbat (= hautatutako zenbapide hainbat) idazkera dagokioke; eta 31, 23, 47, eta abar, zenbakiek, zenbakuntzaren OINARRIA EZAGUTU ARTE EZ DUTE, berez, EZER ZEHATZIK adierazten.

Jakina, gure zibilizazioan, ezer berezirik esaten ez bada, zenbakiek HAMARRA dute oinarri. Baina, ikusi dugunez, nahi dugun bezala egin dezakegu menpeko multzoen taxuketa eta banaketa.

Horretaz ongi jabetzeko, hementxe dugu A multzo hau:



Har itzazu, segidan, eta zenbapidearen oinarritzat, 3-a, 5-a eta hamarra; eta idatz ezazu kopurua hiru zenbapide horien arabera:

3// Z =

5// Z =

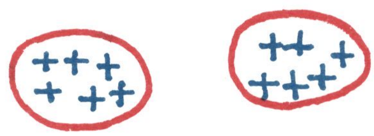
hamarra// Z =

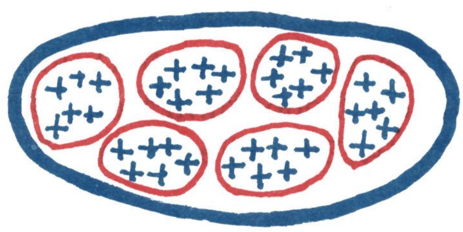
6.6 — Alderantziz orain, egin ditzagun ariketa hauek:

a) **6// Z = 124.**

Zein kopuru dagokio? Gogoan har dezagun horretarako zenbaki bat zer den. Eskuinetik ezkerrera:

4 — lau elemendu libro 

2 — bi seiko libro 

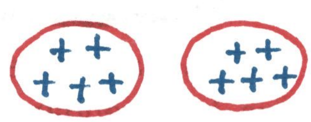
1 — sei seiko bat 

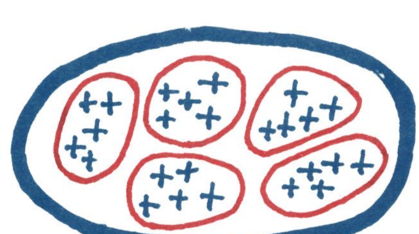
Beraz: Z = **berrogei-ta-amabi** (hamarra oinarritzat hartuz).

b) **5// Z = 124.**

Kasu: itxura bera izanagatik ere, kopurua ez da oraingoan lehenagoko barbera; oinarria orain **5** baita. Goazen eskuinetik ezkerrera:

4 — lau elemendu libro 

2 — bi bosteko libro 

1 — bost bosteko bat 

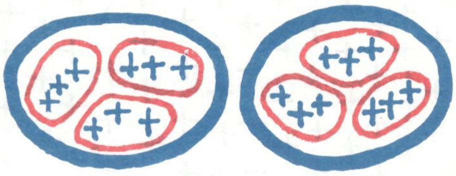
Beraz: **hogei-ta-hemeretzi** (hamarra zenbapidearen oinarritzat hartuz).

d) **3// Z = 201**

1 — elemendu bat libro

0 — hiruko librorik ez

2 — bi hiru hiruko



Z = **hemeretzi.** (Hamarra zenbapidearen oinarri).

6.7 — Bide beretik, bila itzazu zerorrek ondoko hauek:

4//	.... Z = 31		3//	.... Z = 21
5//	.... Z = 304		2//	.... = Z 101
7//	.... Z = 304		5//	.... Z = 202
2//	.... Z = 10011		5//	.... Z = 1000

6.8 — Nola egingo oinarriz aldatzekotan?

Esate baterako:

5// Z = 302

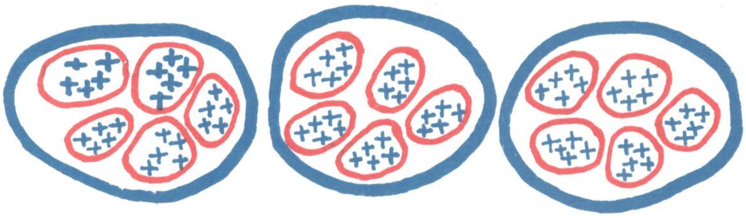
Nola idazten da Z hori, oinarritzat **7-a** hartuta?

Lehendabizikorik IRAKURRI (= aletu) egingo dugu Z = 302 delakoa. Eskuinetik ezkerrera:

2 — bi ale libro

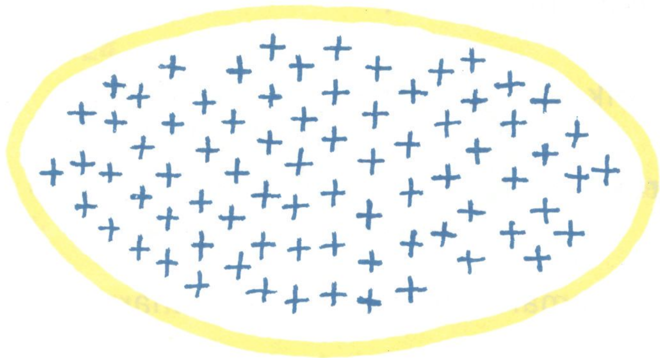
0 — bosteko librorik ez

3 — hiru bost bosteko

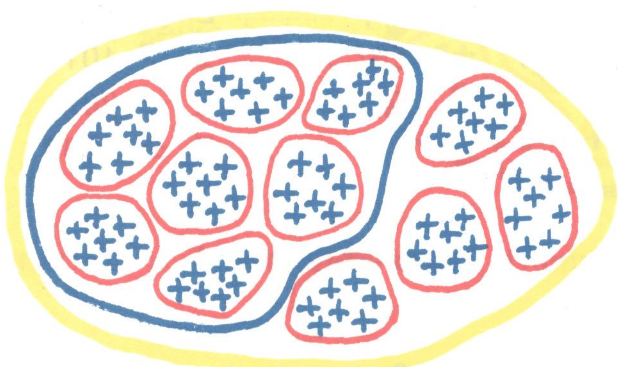


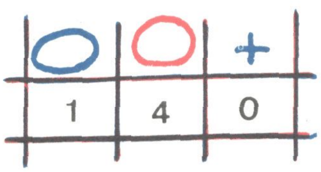
Z = **hirurogei-ta-hamazazpi** (zenbapidearen oinarritzat hamarra hartuz).

Marraz dezagun:



eta molda ditzagun orain ZAZPINA-ko menpeko multzoak.





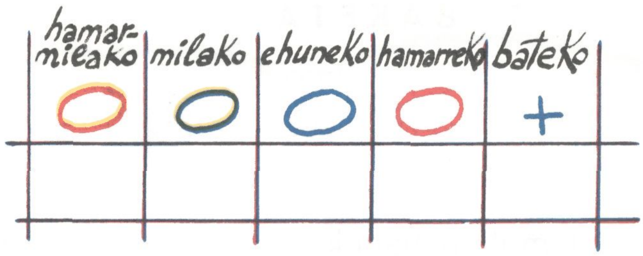
7// hortaz, **Z = 140**

6.9 — Egizkitzu zerorrek zenbapide-oinarri aldaketa hauek.

5// Z = 113,	idatz 6//	Z =	?
3// Z = 1012,	idatz 7//	Z =	?
7// Z = 203,	idatz 8//	Z =	?
2// Z = 10010,	idatz 5//	Z =	?

6.10 — Gure ohiko zenbapideak HAMARRA du oinarri. Beraz, ohiko zenbakietan hau dugu eskuinetik ezkerrera joanda:

lehenengo lumeroak, ALEAK edo banakoak adierazten ditu;
bigarrenak, HAMARREKOAK;
hirugarrenak, EHUNEKOAK;
laugarrenak, MILAKOAK; eta abar. Honetara:



Jakina, hortaz:

hamar ale = hamarreko bat
hamar hamarreko = ehuneko bat
hamar ehuneko = milako bat, eta abar.

Esate baterako: **1972.**

2-ak = bi ale;
7-ak = zazpi hamarreko; euskaraz, **hirurogei-ta-hamar;**
9-ak = bederatzi ehuneko; bederatzirehun;
1-ak = milako bat: mila;

hortaz :: mila ta bederatzirehun eta hirurogei-ta-hamabi.

Era berean: **7062.**

2-ak = bi ale
6-ak = [illegible] hamarreko, **edo** hirurogei;
0-ak = ehunekorik batere ez dagoela;
7-ak = zazpi milako, zazpi mila.

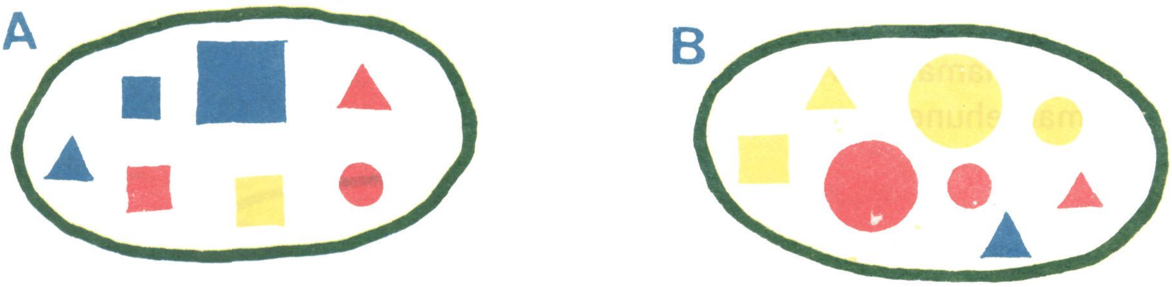
Hortaz: zazpi mila eta hirurogei-ta-bi.

Irakur itzazu ondoko zenbaki hauek:

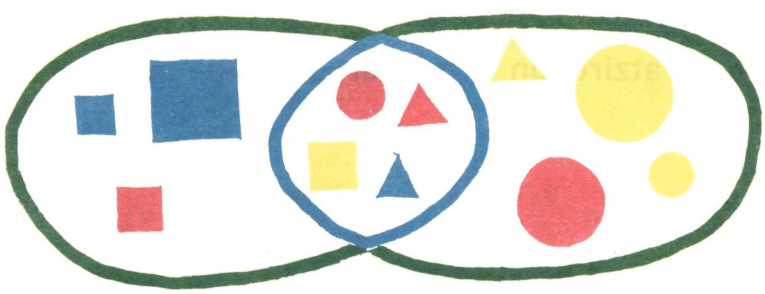
6321	3065
3792	7421
4320	11098

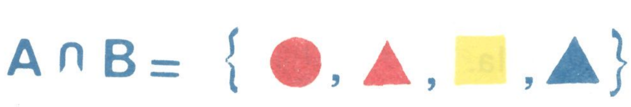
7. BAKETA

7.1 — Eman ditzagun bi multzo hauek:



eta egin dezagun **A ∩ B** ebaketa:





Alegia: A eta B multzoak ez dira «multzo bereziak»

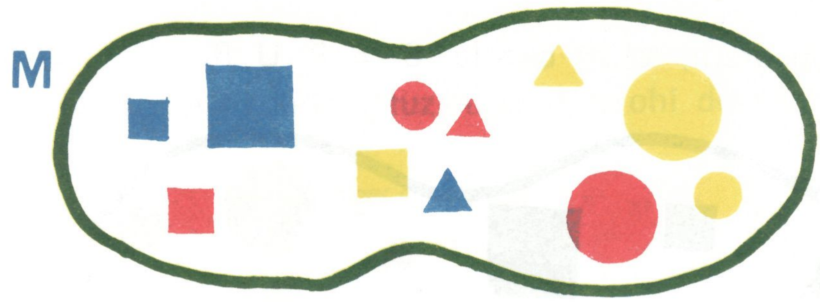
Azter dezagun orain Z (A) + Z (B) zenbakia.

$$Z\ (A) = 7 \quad \text{eta} \quad Z\ (B) = 8$$

Hortaz: $Z\ (A) + Z\ (B) = 7 + 8 = 15.$

Egin dezagun orain **A ∪ B** BILKETA, eta sortuko dugun multzo berria «M» bataia dezagun:

$$M = A \cup B$$



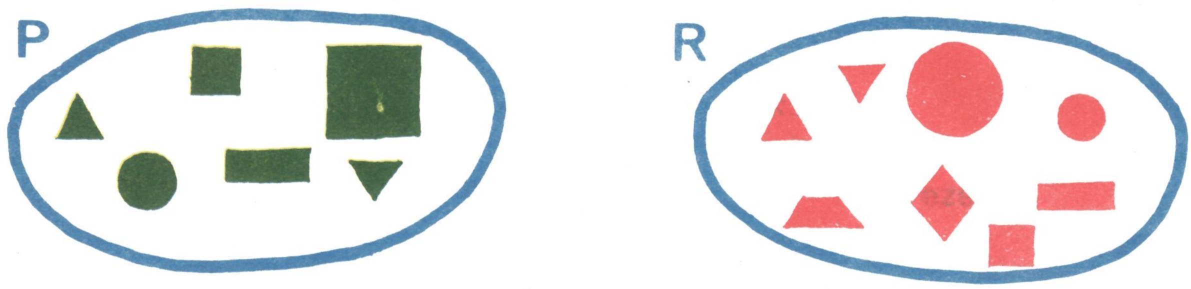
Azter dezagun Z (M). Zenbat elemendu du M multzo berri horrek? Bana ditzagun:

$$Z\ (M) = Z\ (A \cup B) = 11$$

Beraz, A eta B multzoak BEREZIAK EZ DIRELAKO:

$$Z\ (A \cup B) \neq Z\ (A) + Z\ (B)$$

7.2 — Eman ditzagun orain, ordea, beste bi multzo hauek:



eta bila dezagun $P \cap R$.

Zerorrek ikus dezakezunez $P \cap R = O$

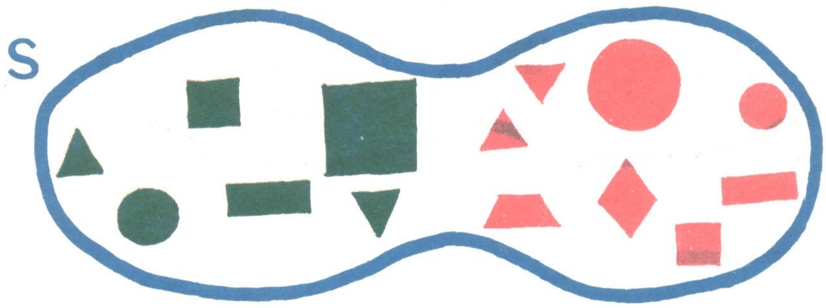
Alegia, P eta R multzoak BEREZIAK dira; beste modu batera mintzatuz, ez dute batere elemndurik berdinik.

Azter dezagun orain multzoen zenbakien arazoa:

$$Z\ (P) = 6 \quad \text{eta} \quad Z\ (R) = 8$$

$$\text{eta } Z\ (P) + Z\ (R) = 6 + 8 = 14.$$

Egin dezagun orain, lehen bezala, $S = P \cup R$.



eta bila dezagun S multzo berri horren zenbakia: $Z\ (S) = 14$.

Beraz, kaso honetan:

$$Z\ (P \cup R) = (P) + Z\ (R)$$

MULTZO BEREZIEN BILKETARI, HITZ BATEZ, BEROIEN ZENBAKIEN BAKETA DAGOKIO. Multzoen bilketak, beraz, eta eskuarki egin ohi diren baketak, pundu honetan dute beren berezgunea.

Horregatik erabiltzen dira bi sinu edo ikur desberdin:

$\cup$ bilketa

$+$ baketa

7.3 — Eman dezagun musean ari zarela, eta zure pundu-egoera hau dela (ohi bezala, bi babarrun-pilotan neurtua):

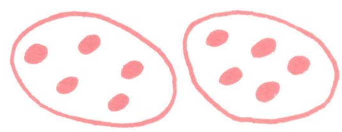
Bosteko

Bateko

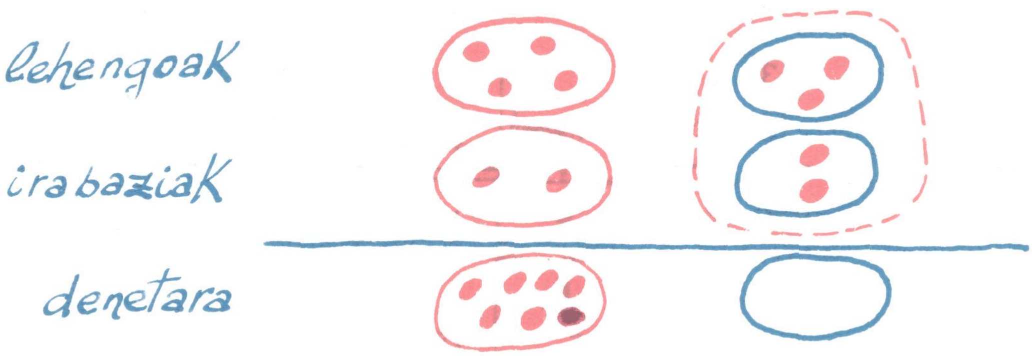
eta azkeneko jokoan hau irabazi duzula:

handian	:	3 pundu
txikian	:	3 pundu
jokoan	:	6 pundu

Hamabi babarrun hauek hartuz, hau egin ohi duzu:



eta denaren bilketa honela burutzen:



Musean ari direnek egin duten horixe da BAKETA egitea. Eta, zehazkiago mintzatzera, muslariek BOSTA OINARRI egiten dituzte beren pundubanaketak.

7.4 — Egin ditzagun beste baketa hauek:

Hogerleko (= duro)	**Pezeta**
3	4
4	2

Nola jokatzen dugu? Lehendabizi, musean bezala, BATEKOAK batzen ditugu: 4 + 2 = 6, pezeta. Hots, sei pezeta = hogerleko bat + pezeta bat. Beraz, pezeta BAT uzten dugu libro; eta hogerleko bat dakargu pezeten baketatik.

Segidan hogerlekoak zenbatzen ditugu: 3 + 4 + **1** = 8, duro orain. Eta hortaz hau idazten:

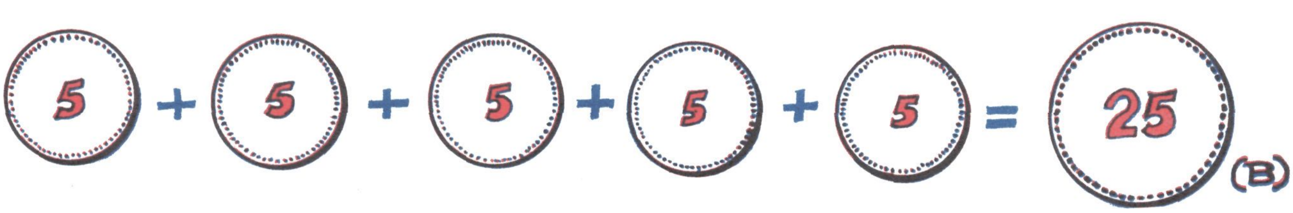
Hogerleko	**Pezeta**
3	4
4	2
8	1

Egizkitzu ondoko baketa hauek, emaitza zuzenetsiz:

H	P	H	P	H	P	H	P
3	4	3	2	2	0	4	2
2	1	4	0	3	1	3	3
6	0	7	2	5	1	8	0

H	P	H	P	H	P	H	P
3	4	2	1	2	3	4	4
4	3	3	4	1	4	2	1
8	2	6	0	4	2	7	0

Eta, 5 hogerlekotako talde bakoitzean truke hau egiten badugu:



zortzi baketa horiek itxura hau hartzen dute (baketa (BOSTA oinarriz-koak):)

BHP	BHP	BHP	BHP
34	32	20	42
21	40	31	33
110	122	101	130

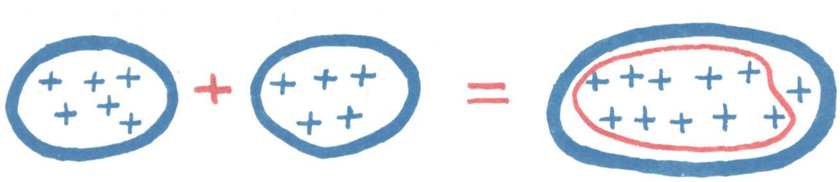
BHP	BHP	BHP	BHP
34	21	23	44
43	34	14	21
132	110	42	120

7.5 — Gure zibilizazioan gaur, bestetan esan izan dugun bezala, HAMARRA hartu da zenbapidearen oinarri. Egin ditzagun oinarri honetako baketa batzuk:

	hamarreko H	Bateko B
	3	6
	4	5

ESKUINETIK EZKERRERA BETI!:

a) BATEKOAK lehendabizi 6 + 5 =



Beraz, «1» idatziko, eta 1 hurrengo lerrorako utziko:

	h.	b.
	$\overset{1}{3}$	6
	4	5
		1

b) Orain egin dezagun HAMARREKOEN baketa:

3 + 4 + **1** = 8

	h.	b.
	¹3	6
	4	5
	8	1

Egizkitzu orain, gurekin batera, beste hauek:

	h.	b.
	7	4
+	3	8

a) Batekoak 4 + 8 = hamabi = 2 bateko + hamarreko bat.

e.	h.	b.
	¹7	4
	3	8
		2

b) Hamarrekoak 7 + **3** + **1** = hamaika = hamarreko bat + ehuneko bat.

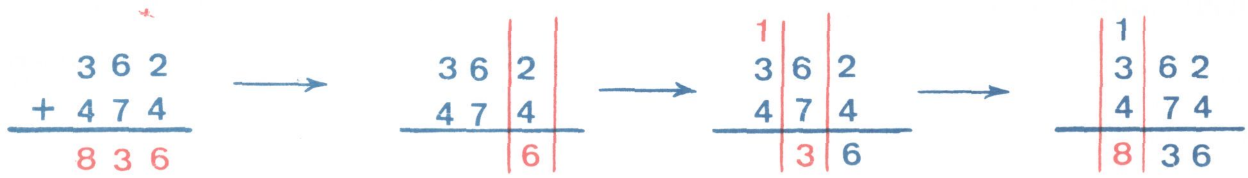
e.	h.	b.
1	¹7	4
	3	8
	1	2

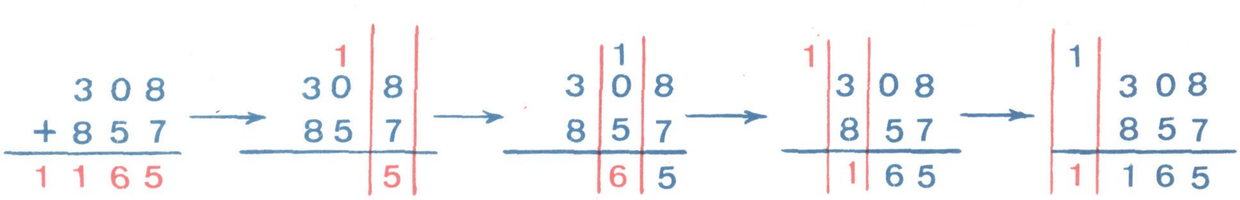
d) Ehunekoak:

e.	h.	b.
1	7	4
	3	8
1	1	2

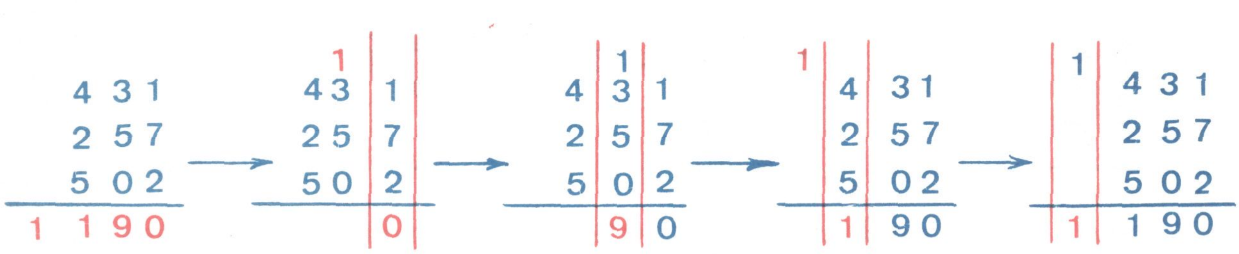
edo, laburkiago:

$$\begin{array}{r} 74 \\ +\ 38 \\ \hline 112 \end{array}$$





7.6 — Jakina, bide beretik egiten dira hiru ketaren baketak:



$$\begin{array}{r} 707 \\ 291 \\ 345 \\ \hline 1\,343 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{rr|r|} & {}^{1} & \\ 7 & 0 & 7 \\ 2 & 9 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ \hline & & 3 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|r|r|r} {}^{1} & {}^{1} & \\ 7 & 0 & 7 \\ 2 & 9 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ \hline & 4 & 3 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|r|r} {}^{1} & {}^{1} & \\ & 7 & 07 \\ & 2 & 91 \\ & 3 & 45 \\ \hline & 3 & 43 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|r|r} {}^{1} & \\ & 707 \\ & 291 \\ & 345 \\ \hline 1 & 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 765 \\ 589 \\ 802 \\ \hline 2\,156 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{rr|r|} & {}^{1} & \\ 7 & 6 & 5 \\ 5 & 8 & 9 \\ 8 & 0 & 2 \\ \hline & & 6 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|r|r|r} {}^{1} & {}^{1} & \\ 7 & 6 & 5 \\ 5 & 8 & 9 \\ 8 & 0 & 2 \\ \hline & 5 & 6 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|r|r} {}^{2} & {}^{1} & \\ & 7 & 65 \\ & 5 & 89 \\ & 8 & 02 \\ \hline & 1 & 56 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|r|r} {}^{2} & \\ & 765 \\ & 589 \\ & 802 \\ \hline 2 & 156 \end{array}$$

7.7 — Egizkitzu orain zerorrek baketa hauek:

$$\begin{array}{r} 471 \\ 209 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 307 \\ 499 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 377 \\ 709 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 462 \\ 594 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 231 \\ 742 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 974 \\ 491 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ 347 \\ 665 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 642 \\ 109 \\ 347 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 707 \\ 202 \\ 384 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 471 \\ 106 \\ 692 \\ \hline \end{array}$$

8. KENKETA

8.1 — Baldin patrikan badaduzkazu, eman dezagun, 7 hogerleko eta 3 pezeta; eta orain 2 hogerleko eta 4 pezeta ordaindu behar badituzu, zenbat izango duzu zorra kitatu ondoren? Hauxe da KENKETA bat egitea.

Beti bezala gogoan har ditzagun edozein zenbakuntzaren oinarri diren multzoak eta menpeko multzoak.

Zuk dadukazuna hau da:

Hogerleko	**Pezeta**
7	3

eta horretatik kendu behar duguna:

Hogerleko	**Pezeta**
2	4

alegia:

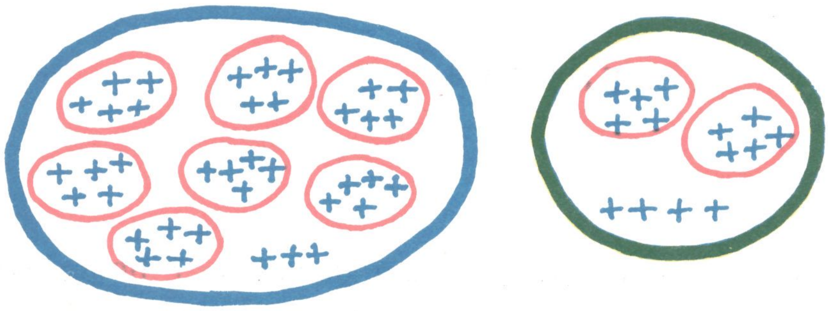
	H	P
	7	3
—	2	4

Nola egingo? **BETI ERE ESKUINETIK EZKERRERA:**

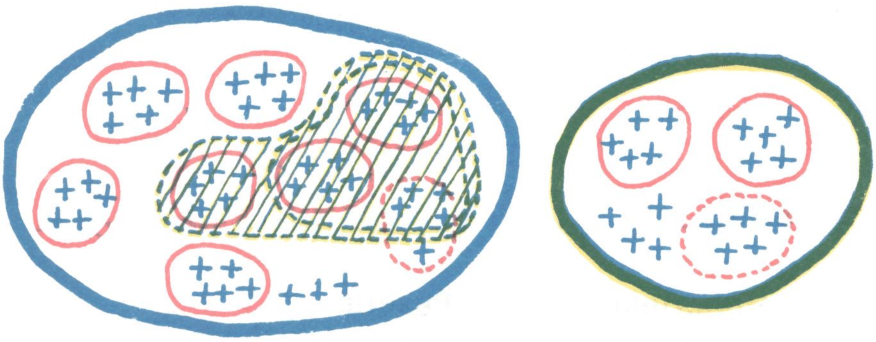
1 - **Pezetak** (= batekoak)

3 ken 4 : ezinezkoa da bere horretan, 4 handiago baita 3 baino.

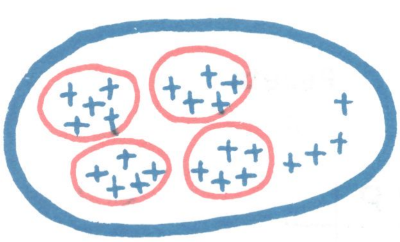
Kaso honetan honela jokatzen dugu: hogerleko bat (= bost pezetako menpeko multzo bat) «irakurri» egiten dugu, aletu, banatu egiten dugu; eta hau egin ondoren kenketa honela presentatzen da:



○	○
7	3
2	4



○	○	
7	8	(= 5 + 3)
3	4	



○	○
4	4

8.2 — Era berean egin daitezke ondoko kenketa hauek (beti H = hogerleko, P = pezeta-tan).

H	P
3	4
− 2	1

H	P
4	4
−	0

H	P
2	0
− 1	4

H	P
4	0
− 2	1

H	P
3	1
− 1	2

8.3 — Eskuarki, ordea, HAMARRA oinarritan presentatzen dira kenketak. Hauetaz arduratuko gara, beraz, hemendik aurrerakoan.

Eman dezagun: $\begin{array}{r} 72 \\ -\ 43 \end{array}$

Beti bezala, BATEKOEN kenketatik hasiko gara, ESKUIN ALDETIK alegia. Kaso honetan, beraz: 2 ken 3.

Bere horretan ezina denez gero, «2» irakurri beharrean «12»i rakurriko dugu (hamabi); eta hau izango dugu: 12 ken 3 = **9.** Eta batekoen lerrogunean «9» idatziko dugu.

$$\begin{array}{r|c|} & 7 & 2 \\ - & 4 & 3 \\ \hline & & ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|c|} & 7 & 12 \\ - & 4 & 3 \\ \hline & & 9 \end{array}$$

Kontuz orain! Hori eginez, «2» irakurri beharrean «12» irakurriko HAMAR ale erantsi dizkiogu «72»ari (bi gozoki jan ditugula esan beharrean, hamabi jan ditugula esanez, HAMAR gehiegi gaineratu dugunean bezalaxe).

Beraz orain, eragiketa xuxena izan dadin, baste hamar ale erantsi beharko dizkiogu «43»ari; edo, gauza bera dena, HAMARREKO BAT. Hamarrekoen kenketa egiterakoan, hortaz, hau egingo dugu:

$$\begin{array}{r|c|c} & 7 & 2 \\ - & 5 & 3 \\ \hline & 2 & 9 \end{array} \qquad 5 = 4 + 1$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ -\ 43 \\ \hline 29 \end{array}$$

8.4 — Egin ditzagun beste kenteta hauek:

$$\begin{array}{r} 70 \\ -\ 36 \\ \hline \end{array}$$

ESKUINETIK EZKERRERA.

Batekoak:

O ken 6, ezin. Beraz, 10 ken 6 irakurriko dugu; eta hau izango dugu lerro honetan:

$$\begin{array}{rr|c|} & 7 & 0 \\ - & 3 & 6 \\ \hline & & ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|c|} 7 & 10 \\ 3 & 6 \\ \hline & 4 \end{array}$$

Hamarrekoak:

Kenkizunari, behereko ketari, «36»ari kaso honetan, hamarreko bat erantsi behar diogu; «0» irakurri beharrean, «10» irakurri baitugu goian. Eta, hortaz, «3» irakurri beharrean, 4 irakurriko dugu. Eta hau izango dugu:

$$\begin{array}{|c|c} 7 & 0 \\ 4 & 6 \\ \hline 3 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 70 \\ -\ 36 \\ \hline 34 \end{array}$$

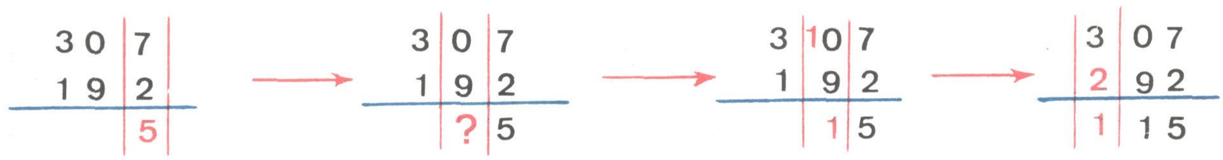
8.5 — Egin dezagun hau:

$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 6 \\ -\quad\ 7\ 8 \\ \hline 4\ 8 \end{array}$$

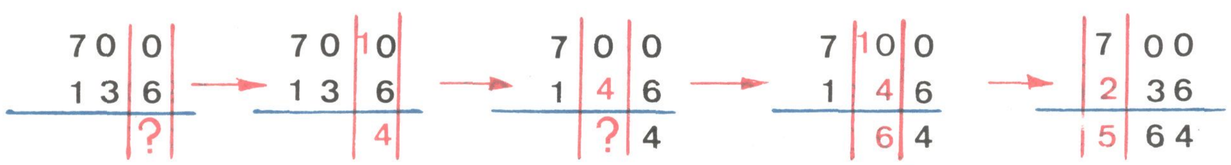
$$\begin{array}{r|c|} 12 & 6 \\ 7 & 8 \\ \hline & ? \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|c|} 12 & 16 \\ 7 & 8 \\ \hline & 8 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|c|c} 1 & 2 & 6 \\ & 8 & 8 \\ \hline & ? & 8 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|c|c} 1 & 12 & 6 \\ & 8 & 8 \\ \hline & 4 & 8 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c} 1 & 26 \\ 1 & 78 \\ \hline 0 & 48 \end{array}$$

8.6 —

$$\begin{array}{r} 307 \\ -\ 192 \\ \hline 115 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 700 \\ -\ 136 \\ \hline 564 \end{array}$$

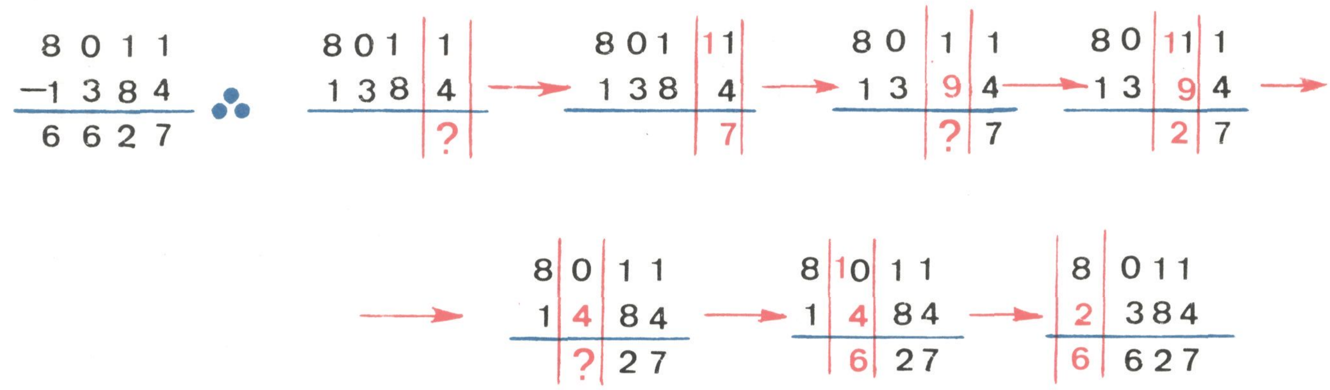


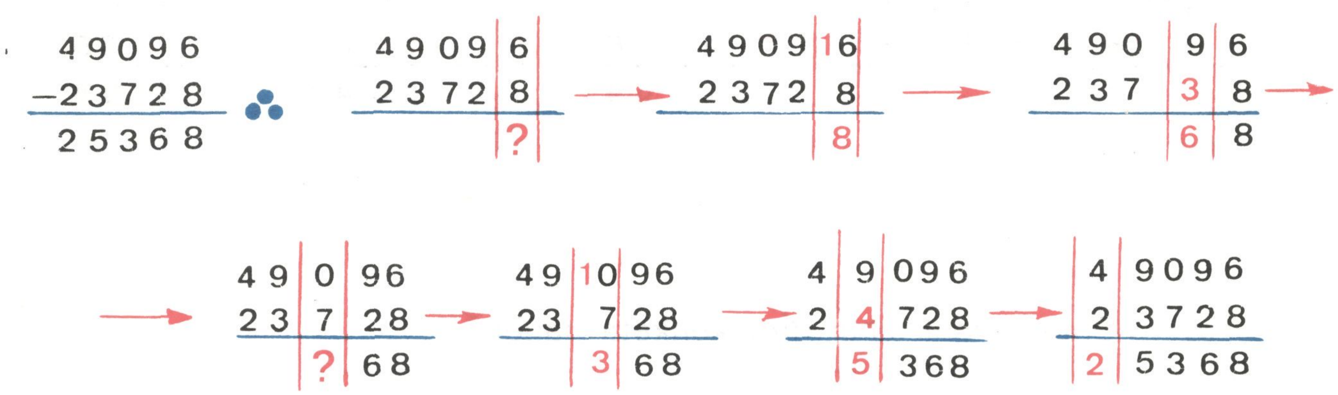
8.7 — Ongi eginak ahal dira kenketa hauek?

$$\begin{array}{r} 326 \\ -\ 218 \\ \hline 108 \end{array} \quad \begin{array}{r} 194 \\ -\ 102 \\ \hline 92 \end{array} \quad \begin{array}{r} 237 \\ -\ 209 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} 410 \\ -\ 124 \\ \hline 286 \end{array} \quad \begin{array}{r} 772 \\ -\ 271 \\ \hline 501 \end{array} \quad \begin{array}{r} 890 \\ -\ 194 \\ \hline 696 \end{array} \quad \begin{array}{r} 351 \\ -\ 260 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 777 \\ -\ 229 \\ \hline 548 \end{array} \quad \begin{array}{r} 600 \\ -\ 301 \\ \hline 299 \end{array} \quad \begin{array}{r} 500 \\ -\ 100 \\ \hline 400 \end{array} \quad \begin{array}{r} 400 \\ -\ 299 \\ \hline 101 \end{array}$$

8.8 — Bide beretik jokatzen da zenbaki handiagotako kenketetan:





9. BIDERKETA

9.1 — Baketa batetan lerro guztiak berdinak direnean;

3417
3417
3417
3417
3417
3417

gauza ageria da baketa-mota berezi hori baketa normal baten gisa burura daitekeala. Lehendabizi, hortaz, BATEKOEN baketa egingo genuke:

$$
\begin{array}{r}
341\ 7 \\
341\ 7 \\
341\ 7 \\
341\ 7 \\
341\ 7 \\
+\ 341\ 7 \\
\hline
(4)2
\end{array}
$$

Baina matematika-eragiketa hau, BIDERKETA deitua, laburkiago eta errazago egin daiteke beste modu batez. Aski dugu, hori ongi ulertzeko, 3417 keta hori, eman dezagun, 1518 aldiz, lerroz lerro, idatzi behar izatea; eta dagokion baketa 1518 lerrotan barrena osatu behar izatea...

9.2 — Zenbaki BAKARREKO biderketa, buruz ikasi behar da; biderketa guztien oinarria banakako biderketa-taula horretan baitatza.

Hona hemen taula:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Ongi dakizu buruz? Erabiliz ikasiko duzu.

9.3 — Has gaitezen orain biderketa erraz batzuk urratsez urrats azaltzen. Hau, adibidez:

$$36 \times 4$$

Biderketa hori honela idatziko dugu:

$$\begin{array}{r} 3\ \ 6 \\ \times \quad\ \ 4 \end{array}$$

(«x» = bider)

eta 36 zenbakia (hamarra oinarri) zer den ez dugu ahaztuko:

$$36 = 3 \text{ hamarreko} + 6 \text{ bateko.}$$

Biderketa egiteko, beraz, BATEKOEN alderditik hasiko gara:

$$\begin{array}{r|r|}
3 & 6 \\
 & 4 \\
\hline
2 & 4
\end{array}$$

$4 \times 6 = 24$ bateko $= 2$ hamarreko $+ 4$ bateko

Ondoren, HAMARREKOEN biderketa egingo dugu:

$$\begin{array}{r}
36 \\
4 \\
\hline
24 \\
12 \\
\hline
144
\end{array}$$

$4 \times 3 = 12$ hamarreko
$= 1$ ehuneko $+ 2$ hamarreko

beraz $\underline{36 \times 4 = 144}$

Egin ditzagun beste batzuk:

$71 \times 6 = 426$

$$\begin{array}{r|r|}
 & 7 & 1 \\
\times & & 6 \\
\hline
 & & 6
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{|r|r}
7 & 1 \\
 & 6 \\
\hline
42 & 6
\end{array}$$

$- 6 \times 1 = 6$ bateko
$- 6 \times 7 = 42$ hamarreko

$92 \times 5 = 460$

$$\begin{array}{r|r|}
9 & 2 \\
 & 5 \\
\hline
1 & 0
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{r|r|r}
 & 9 & 2 \\
 & & 5 \\
\hline
 & 1 & 0 \\
4 & 5 &
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{r}
92 \\
5 \\
\hline
10 \\
45 \\
\hline
460
\end{array}$$

$83 \times 7 = 581$

$16 \times 3 = 48$

$96 \times 9 = 864$

$$\begin{array}{c|c|c|} & 9 & 6 \\ & & 9 \\ \hline & 5 & 4 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c|c|c} & 9 & 6 \\ & & 9 \\ \hline & 5 & 4 \\ 8 & 1 & \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 96 \\ 9 \\ \hline 54 \\ 81 \\ \hline 864 \\ \hline \end{array}$$

9.4 — PRATIKAN, ordea, ez da hori guztia idazten; eta biderketa hauek honela egiten dira:

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times \quad 4 \\ \hline 144 \end{array}$$

4 bider 6 = 24 ; "4" idatz, 2 atxik.
4 bider 3 = 12 ; eta 2 atxikiak, "14".

$$\begin{array}{r} 71 \\ \times \quad 6 \\ \hline 426 \end{array}$$

6 bider 1 = 6 ; "6" idatz.
6 bider 7 = 42 ; "42 idatz.

$$\begin{array}{r} 92 \\ \times \quad 5 \\ \hline 460 \end{array}$$

5 bider 2 = 10 ; "0" idatz, 1 atxik.
5 bider 9 = 45 ; 45+1 = 46 ; "46" idatz.

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times \quad 7 \\ \hline 581 \end{array}$$

7 bider 3 = 21 ; "1" idatz, 2 atxik.
7 bider 8 = 56 ; 56+2 = 58 ; "58" idatz.

9.5 — Egizkitzu biderketa hauek:

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times \ 6 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ \times \ 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 37 \\ \times \ 2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 29 \\ \times \ 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times \ 8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 44 \\ \times \ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 71 \\ \times \ 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 94 \\ \times \ 9 \\ \hline \end{array}$$

eta ikusazu markatutako emaitzak xuxenak direnez:

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times\ 5 \\ \hline 335 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 73 \\ \times\ 6 \\ \hline 438 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 92 \\ \times\ 2 \\ \hline 164 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 37 \\ \times\ 9 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times\ 3 \\ \hline 99 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47 \\ \times\ 8 \\ \hline 446 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 36 \\ \times\ 5 \\ \hline 150 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ \times\ 2 \\ \hline 34 \end{array}$$

9.6 — Bide beretik egiten dira luzeagoak:

$$364 \times 7 = 2548$$

Has gaitezen BATEKOETATIK:

7 × 4 bateko = 28 bateko = 8 bateko + 2 hamarreko.

$$\begin{array}{r|r|} 36 & 4 \\ \times\quad & 7 \\ \hline 2 & 8 \end{array}$$

Gero HAMARREKOAK:

7 × 6 hamarreko = 42 hamarreko = 2 hamarreko + 4 ehuneko.

$$\begin{array}{r|r|r} 3 & 6 & 4 \\ & & 7 \\ \hline & 2 & 8 \\ 4 & 2 & \\ \hline 4 & 4 & 8 \end{array}$$

Gero ehunekoak:

7 × 3 ehuneko = 21 ehuneko = 2 milako + ehuneko 1.

$$\begin{array}{r} 364 \\ 7 \\ \hline 448 \\ 21 \\ \hline 2548 \end{array}$$

PRATIKAN, laburkiago, honela:

$$\begin{array}{r} 364 \\ \times \quad 7 \\ \hline 2548 \end{array}$$

7 bider 4 = 28 ; «8» idatz, 2 atxik.
7 bider 6 = 42 ; 42 + 2 = 44 ; «4» idatz, 4 atxik.
7 bider 3 = 21 ; 21 + 4 = 25. «25» idatz.

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times \quad 7 \\ \hline 2555 \end{array}$$

7 × 5 = 35 ; "5" idatz, 3 atxik.
7 × 6 = 42 ; 42 + 3 = 45 ; "5" idatz, 4 atxik.
7 × 3 = 21 ; 21 + 4 = 25 ; "25" idatz.

$$\begin{array}{r} 348 \\ \times \quad 6 \\ \hline 2088 \end{array}$$

6 × 8 = 48 ; "8" idatz, 4 atxik.
6 × 4 = 24 ; 24 + 4 = 28 ; "8" idatz, 2 atxik.
6 × 3 = 18 ; 18 + 2 = 20 ; "20" idatz.

$$\begin{array}{r} 978 \\ \times \quad 8 \\ \hline 7824 \end{array}$$

8 × 8 = 64 ; "4" idatz, 6 atxik
8 × 7 = 56 ; 56 + 6 = 62 ; "2" idatz, 6 atxik
8 × 9 = 72 ; 72 + 6 = 78 ; "78" idatz.

$$\begin{array}{r} 884 \\ \times \quad 9 \\ \hline 7956 \end{array}$$

9 × 4 = 36 ; "6" idatz, 3 atxik
9 × 8 = 72 ; 72 + 3 = 75 ; "5" idatz, 7 atxik.
9 × 8 = 72 ; 72 + 7 = 79 ; "79" idatz.

9.7 — Era berean luzeagoak:

$$\begin{array}{r} 3472 \\ \times \quad 2 \\ \hline 6944 \end{array}$$

2 × 2 = 4 ; "4" idatz.
2 × 7 = 14 ; "4" idatz, 1 atxik
2 × 4 = 8 ; 8 + 1 = 9 ; "9" idatz.
2 × 3 = 6 ; "6" idatz.

$$\begin{array}{r} 8762 \\ \times \quad 6 \\ \hline 52572 \end{array}$$

6 × 2 = 12 ; "2" idatz, 1 atxik.
6 × 6 = 36 ; 36 + 1 = 37 ; "7" idatz, 3 atxik.
6 × 7 = 42 ; 42 + 3 = 45 ; "5" idatz, 4 atxik.
6 × 8 = 48 ; 48 + 4 = 52 ; "52" idatz.

$$\begin{array}{r} 3691 \\ \times \quad 7 \\ \hline 25837 \end{array}$$

7 × 1 = 7 ; "7" idatz.
7 × 9 = 63 ; "3" idatz, 6 atxik
7 × 6 = 42 ; 42 + 6 = 48 ; "8" idatz, 4 atxik
7 × 3 = 21 ; 21 + 4 = 25 ; "25" idatz.

$$\begin{array}{r} 7841 \\ \times \quad 7 \\ \hline 54887 \end{array}$$

7 × 1 = 7 ; "7" idatz
7 × 4 = 28 ; "8" idatz, 2 atxik
7 × 8 = 56 ; 56 + 2 = 58 ; "8" idatz, 5 atxik
7 × 7 = 49 ; 49 + 5 = 54 ; "54" idatz.

472942
× 5
2364710

5 × 2 = 10; "0" idatz, 1 atxik
5 × 4 = 20; 20 + 1 = 21; "1" idatz, 2 atxik
5 × 9 = 45; 45 + 2 = 47; "7" idatz, 4 atxik
5 × 2 = 10; 10 + 4 = 14; "4" idatz, 1 atxik
5 × 7 = 35; 35 + 1 = 36; "6" idatz, 3 atxik
5 × 4 = 20; 20 + 3 = 23; "23" idatz.

9.8 — «O» (zero) bat baldin badago, biderketa berdin egiten da. Badakigu EDOZEIN zenbaki bider zero biderketak, ZERO edo hutsa ematen duela. Kasu emazu, halere, lehenagotik ezer atxikirik ez ote dakartzun. Esate baterako:

306
× 6
1836

6 × 6 = 36; "6" idatz, 3 atxik
6 × 0 = 0; 0 + 3 = 3 "3" idatz
6 × 3 = 18; "18" idatz.

707
× 5
3535

5 × 7 = 35; "5" idatz, 3 atxik
5 × 0 = 0; 0 + 3 = 3; "3" idatz
5 × 7 = 35; "35" idatz.

309
× 9
2781

9 × 9 = 81; "1" idatz, 8 atxik
9 × 0 = 0; 0 + 8 = 8; "8" idatz.
9 × 3 = 27; "27" idatz.

$$\begin{array}{r} 402 \\ \times \quad 2 \\ \hline 804 \end{array}$$

2×2 = 4; "4" idatz.
2×0 = 0; "0" idatz
2×4 = 8; "8" idatz.

$$\begin{array}{r} 307401 \\ \times \qquad 6 \\ \hline 1844406 \end{array}$$

6×1 = 6; "6" idatz.
6×0 = 0; "0" idatz.
6×4 = 24; "4" idatz, 2 atxik
6×7 = 42; 42+2 = 44; "4" idatz, 4 atxik
6×0 = 0; 0+4 = 4 "4" idatz.
6×3 = 18; "18" idatz.

$$\begin{array}{r} 30021 \\ \times \qquad 6 \\ \hline 180126 \end{array}$$

6×1 = 6; "6" idatz
6×2 = 12; "2" idatz, 1 atxik
6×0 = 0; 0+1 = 1; "1" idatz.
6×0 = 0; "0" idatz.
6×3 = 18; "18" idatz.

10. BIDERKETA (II).

10.1 Ikus dezagun **X 10** biderketa.

Hauta dezagun, horretarako, edozein zenbaki: 478, eman dezagun.

Zer da 478? 478 = 4 ehuneko + 7 hamarreko + 8 bateko.

X 10 egitean, hau gertatzen da:

batekoak, hamarreko bihurtzen dira;

hamarrekoak, ehuneko;

ehunekoak, milako; eta abar.

Guk hautatu dugun etsenpluan, beraz:

4 ehunekoak, 4 milako bihurtzen dira;

7 hamarrekoak, 7 ehuneko;

8 batekoak, 8 hamarreko.

Hitz batez, zenbakia EZKERRETARA DOA LEKU BATEZ:

	4	7	8
4	7	8	0

Beste modu batez esateko, aski dugu 0 erastea eskuinaldean:

$$478 \times 10 = 4780$$

Hauxe izango da BI LUMEROTAKO ZENBAKIEN BIDERKETAN baliatuko dugun legea:

10.2 — Egin dezagun **376** $\times$ **21.**

$21 = 1 + 20 = \mathbf{1 + 10 \times 2.}$

$$\begin{array}{r} 376 \\ \times \quad 21 \\ \hline 376 \\ 752 \\ \hline 7896 \end{array}$$

$\times$ **1** egiten badakigu.

$\times$ **10** ere bai: dena LEKU BAT EZKERRETARA eramango dugu.

eta orduan **X 2** egingo dugu, ezkerretara hortaz leku bat eginez.

Aski da, bukatzeko, bien baketa egitea.

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 3 \\ \times \quad 3\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 743 \\ \times \quad 31 \\ \hline 743 \\ 2229 \\ \hline 23033 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6\ 0\ 9 \\ \times \quad 4\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 609 \\ \times \quad 42 \\ \hline 1218 \\ 2436 \\ \hline 25578 \end{array}$$

10.3 — Egizkitzu biderketa hauek:

A/ 342 × 17 =

B/ 765 × 23 =

D/ 397 × 25 =

E/ 437 × 76 =

F/ E65 × 51 =

G/ 607 × 95 =

H/ 643 × 24 =

I/ 789 × 92 =

10.4 — Zer egin behar da $\times$ **100** biderketa egiteko?

Hauta dezagun edozein zenbaki: 784 esate baterako:

784 = 7 ehuneko + 8 hamarreko + 4 bateko.

$\times$ **100** eginez, zer dugu?

batekoak, ehuneko bihurtzen dira;

hamarrekoak, milako;

ehunekoak, hamar-milako; eta abar.

Hitz batez, zenbakia EZKERRETARA DOA BI LEKUZ, eta BI HUTS agertzen zaizkio eskuinaldetik.

$$\begin{array}{r} 784 \\ \times \quad 100 \\ \hline 78400 \end{array}$$

		7	8	4
7	8	4	0	0

456 $\times$ 100 = 45600

674 $\times$ 100 = 67400

551 $\times$ 100 = 55100

407 $\times$ 100 = 40700

771 $\times$ 100 = 77100

10.5 — Hauxe baliatzen dugu hiru lumerotako zenbakien biderketak egiteko:

146 × 321

$$
\begin{array}{r}
146 \\
\times \quad 321 \\
\hline
146 \\
292 \\
438 \\
\hline
46866
\end{array}
$$

553 × 237 =

$$
\begin{array}{r}
553 \\
\times \quad 237 \\
\hline
3871 \\
1659 \\
1106 \\
\hline
131061
\end{array}
$$

498 × 321 =

$$
\begin{array}{r}
498 \\
\times \quad 321 \\
\hline
498 \\
996 \\
1494 \\
\hline
159858
\end{array}
$$

$\times$ **1000** biderketa egitean, zer gertatzen da?

Batekoak, milako bihurtzen dira;

hamarrekoak, hamar-milako;

ehunekoak, ehun-milako;

milakoak, miloiko; eta abar.

Hitz batez: zenbakia EZKERRETARA DOA HIRU LEKUZ, eta eskuinaldetik HIRU huts agertzen.

Bide beretik gainerakoak.

			4	6	7
4	6	7	0	0	0

X 100000 biderketa egiteko, esate baterako (bost zero edo huts ditugu 1-aren ondotik), aski izango da BOST HUTS erastea eskuinaldetik, eta zenbakia EZKERRALDERA BOST LEKUZ aldatua agertuko da.

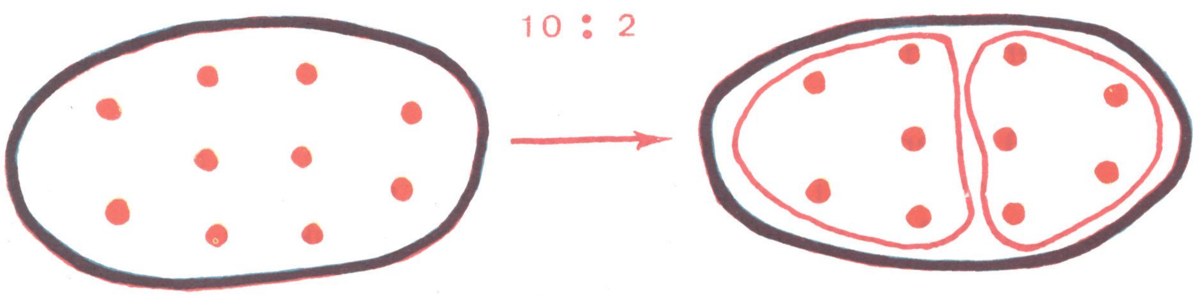
10.6 — Hori baliatuz egin daitezke biderketa mota guztiak.

Egin dezagun: 75324 $\times$ 3547 =

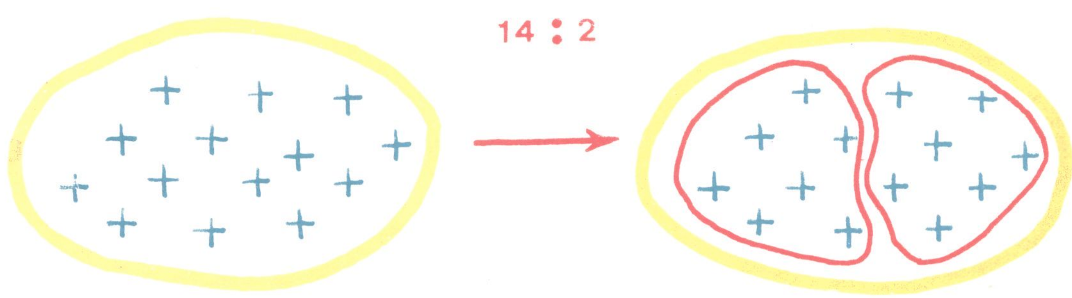
$$
\begin{array}{r}
75324 \\
\times \quad 3547 \\
\hline
527268 \\
301296 \\
376620 \\
225972 \\
\hline
267174228
\end{array}
$$

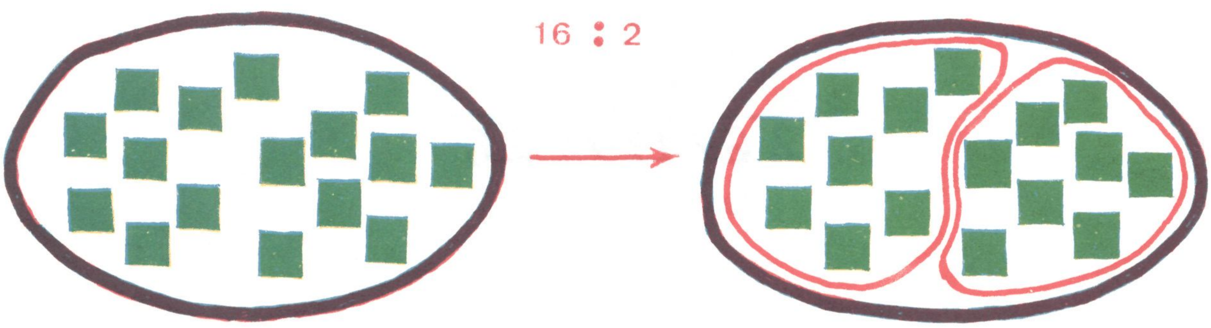
11. ZATIKETAREN HASTAPENA

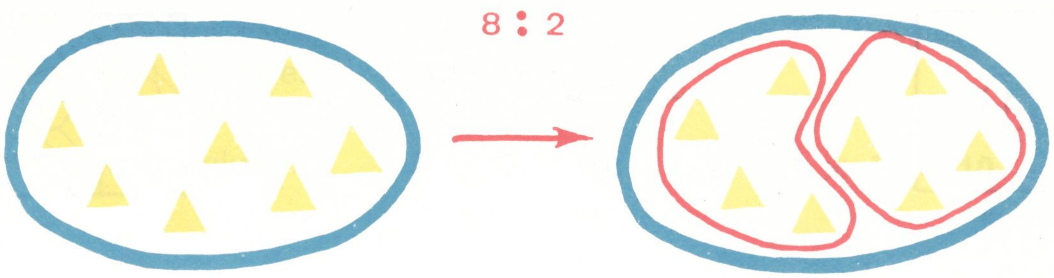
11.1 — Multzo bat bi parte berdinetan zatitzen baldin bada, parte horiek haren ERDIAK dira:

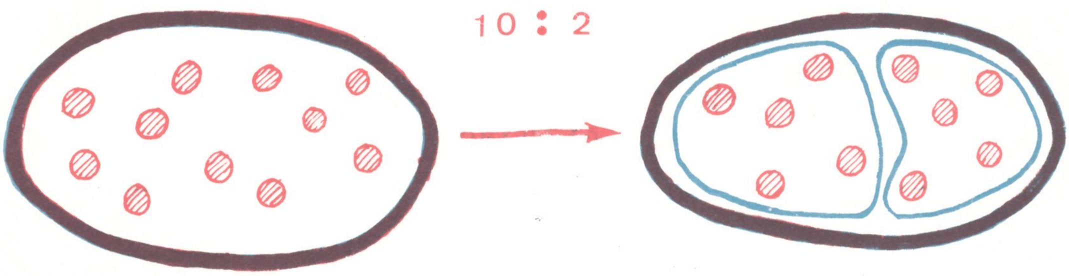


Matematikazko idazkeraz, ERDIA honela idaztea erabaki da $1/2$.
Bila dezagun ondoko multzoen erdia:





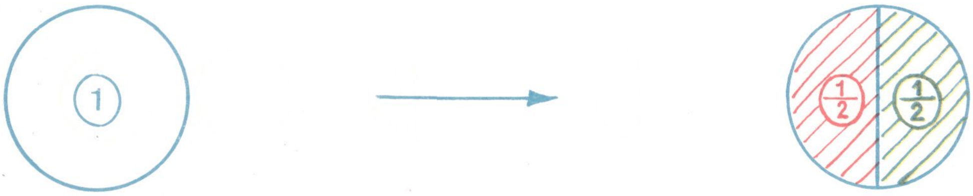


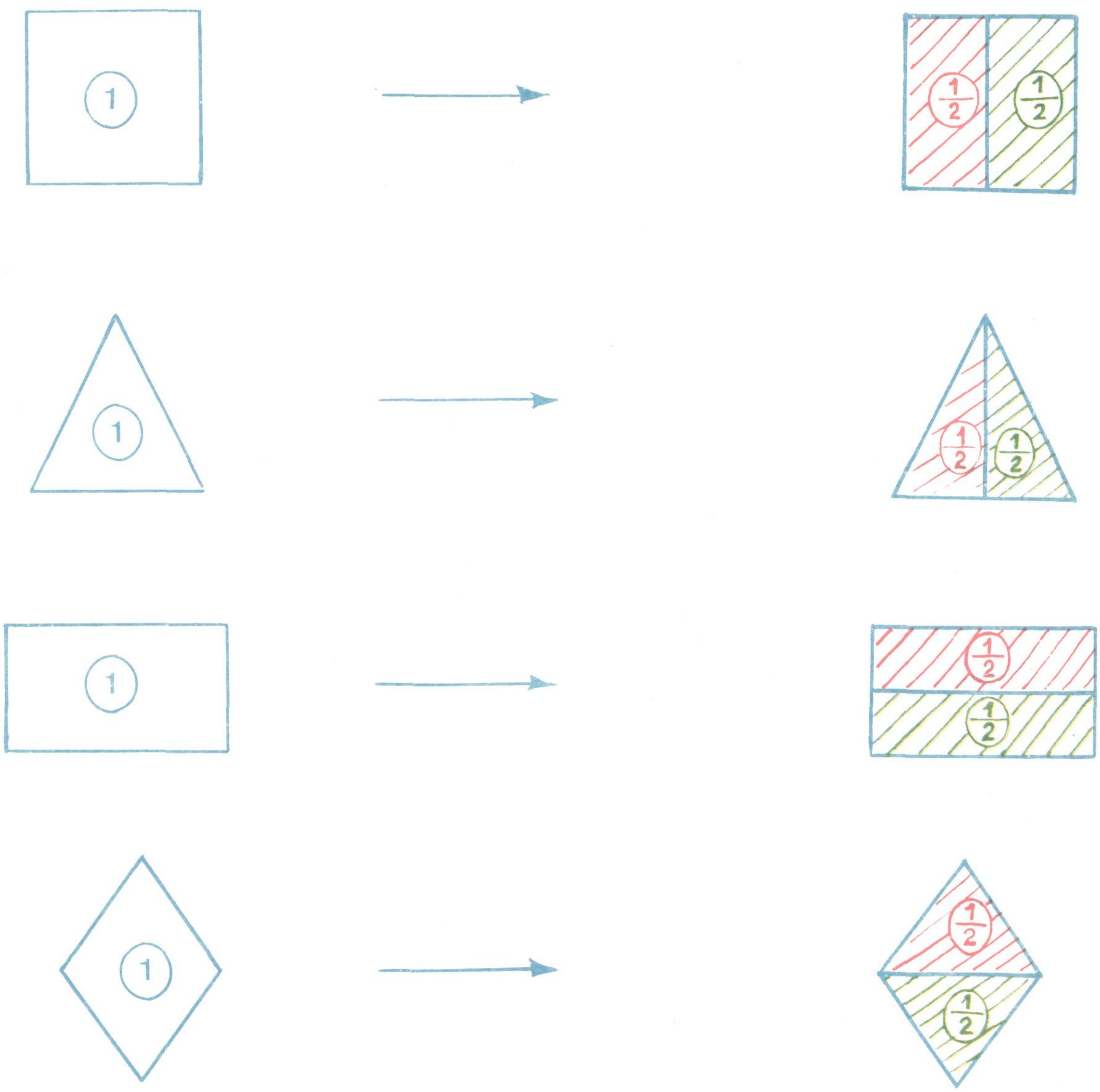


Eta multzo horien zenbaki soilak erabiliz gero:

10 : 2 = 5 ;	eta, beste alde batetik,	5 + 5 = 10
14 : 2 = 7 ;	eta	7 + 7 = 14
16 : 2 = 8 ;	eta	8 + 8 = 16
8 : 2 = 4 ;	eta	4 + 4 = 8
10 : 2 = 5 ;	eta	5 + 5 = 10

11.2 — Ikus dezagun gauza bera geometriazko eiteak baliatuz:

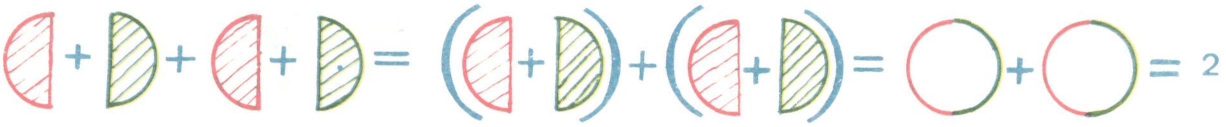




11.3 — Zenbat da $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ baketa?

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)=1+1=2$$

Edo beste modu batez.



11.4 — Beste ohar garrantzitsu bat.

Lehen ikusi dugunez: **10 : 2 = 5.**

Hots, hau badakigu: **5 × 2 = 10** eta **2 × 5 = 10.**

Beraz:

10-en	ERDIA	5 da
5-en	BIKOITZA	10 da
14-en	ERDIA	7 da
7-en	BIKOITZA	14 da
12-en	ERDIA	6 da
6-en	BIKOITZA	12 da
16-en	ERDIA	8 da
8-en	BIKOITZA	16 da

ERDIA eta BIKOITZA elkarren **aurkari** dira.

Beste ohar bat: banaketa BATI, BI biderketa dagozkio:

$$10 : 2 = 5 \quad \begin{cases} 5 \times 2 = 10 \\ 2 \times 5 = 10 \end{cases}$$

$$14 : 2 = 7 \quad \begin{cases} 7 \times 2 = 14 \\ 2 \times 7 = 14 \end{cases}$$

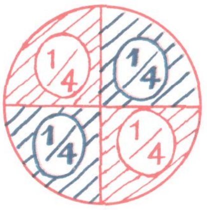
$$12 : 2 = 6 \quad \begin{cases} 6 \times 2 = 12 \\ 2 \times 6 = 12 \end{cases}$$

$$18 : 2 = 9 \quad \begin{cases} 9 \times 2 = 18 \\ 2 \times 9 = 18 \end{cases}$$

11.5 — Azter dezagun orain LAURDEN ideia.

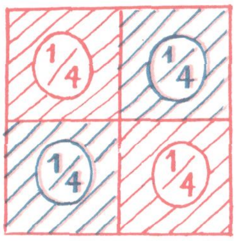
Har dezagun zirkulu bat, eta zati dezagun lau zati berdinetan: parte hauek zirkuluaren LAURDENAK izango dira.

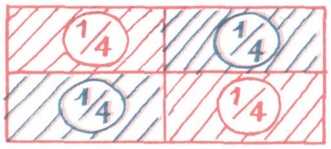
Matematikazko idazkeraz Laurdena honela idaztea erabaki da $\frac{1}{4}$

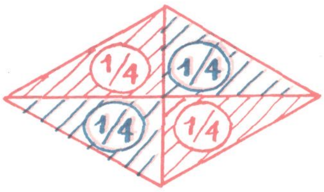


$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$$

Bila dezagun 1/4 beste kaso batzutan:

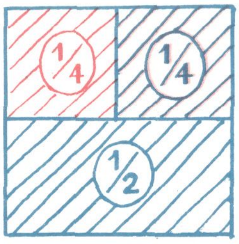


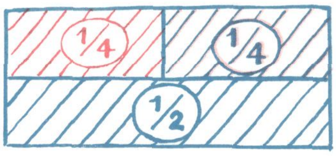




Aisa azpian ikus dezakunez: $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

Edo hitzez esana: BI LAURDENEK ELKARTUZ GERO ERDIA OSATZEN DUTE. Zerorrek Froga ezazu.



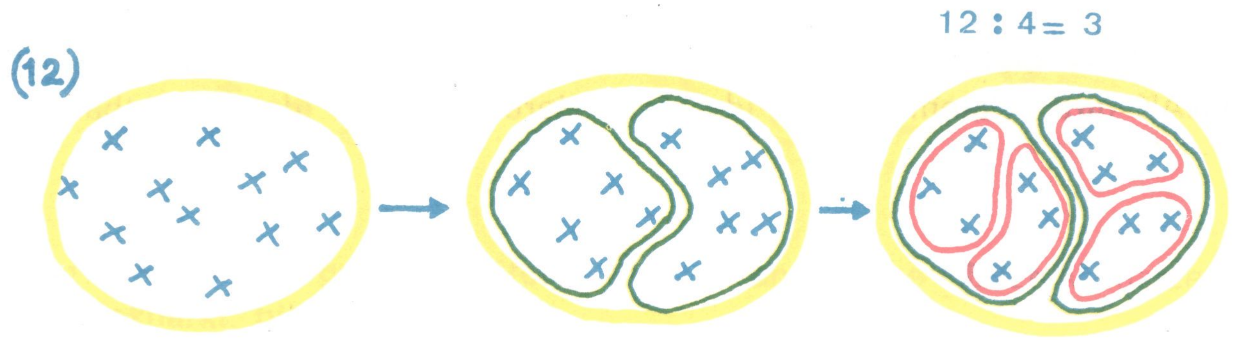


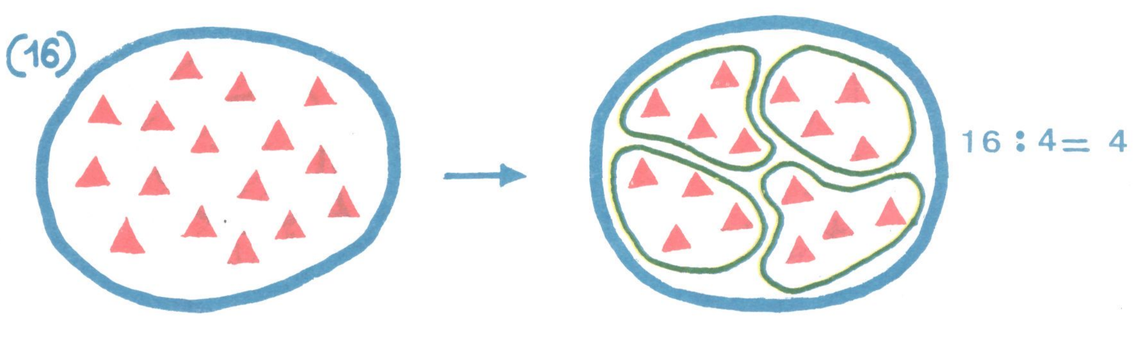
Eta, hau ere bai:

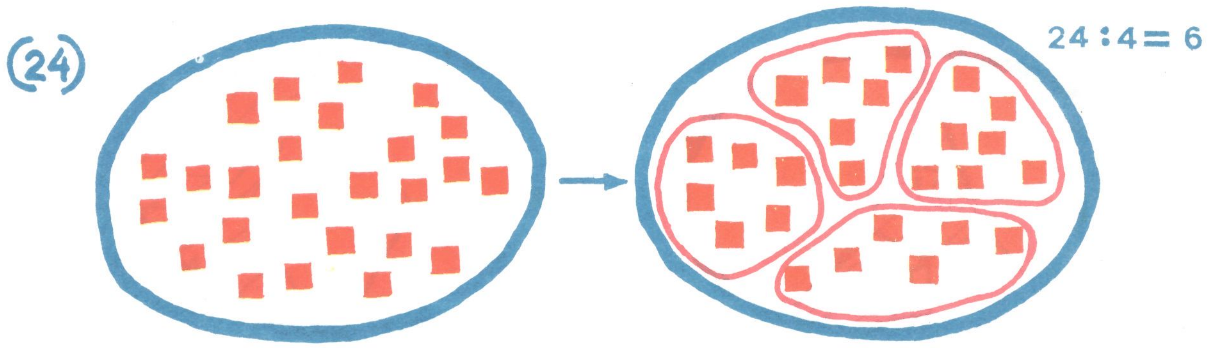
$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$$

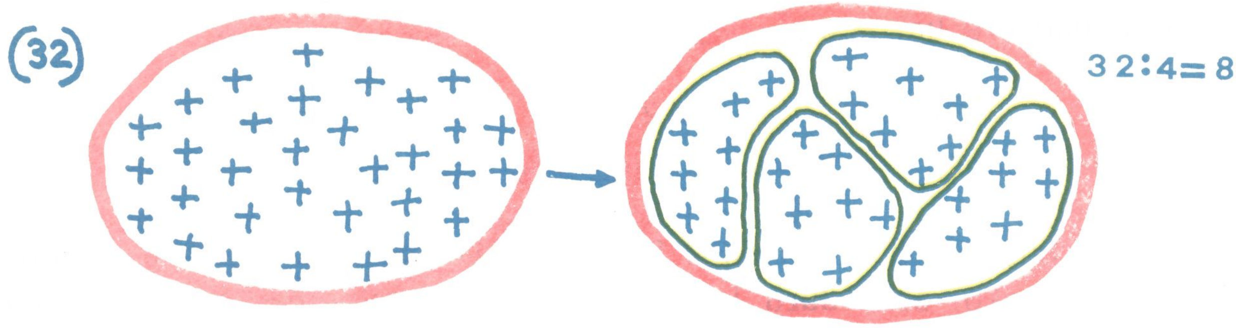
Beste hitz batez: ERDIAREN ERDIA, LAURDENA DA. Zeure orriaren laurdena egiteko, aski duzu lehendabizi erditik tolostea; ta gero berriz ere erditik.

11.6 — Bila dezagun laurdena ondoko multzo hauek lau zatitan zatituz:









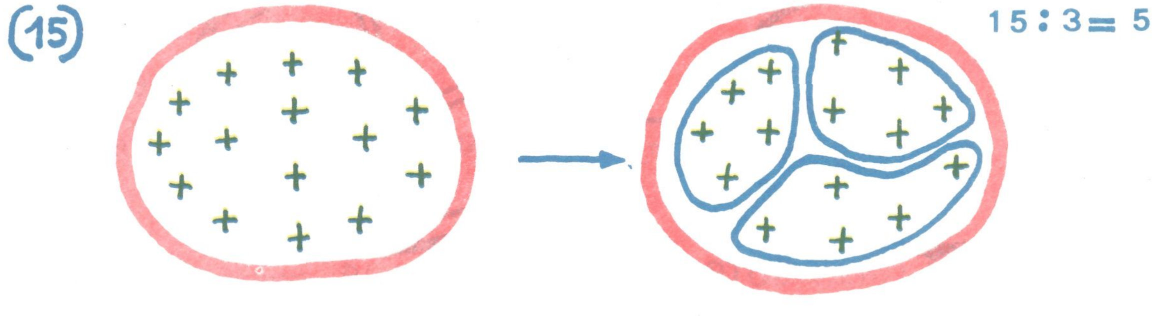
Alegia

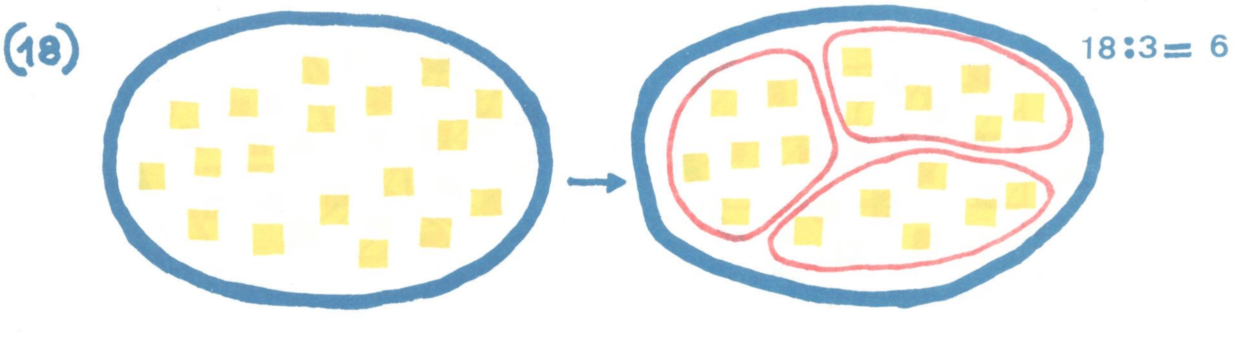
12	:	4	=	3
16	:	4	=	4
24	:	4	=	6
32	:	4	=	8

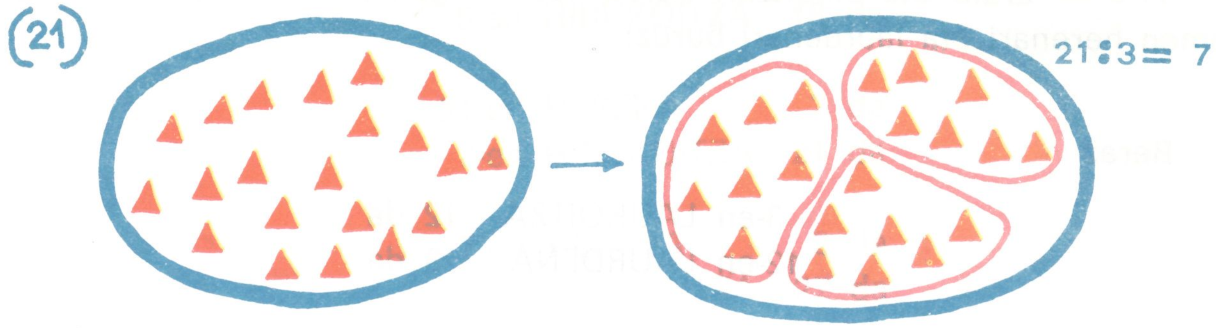
11.7 — Multzo bat HIRU zati berdinetan zatituz gero, zatiok haren HERENAK dira. Matematikazko idazkeraz Herena honela idaztea erabaki da

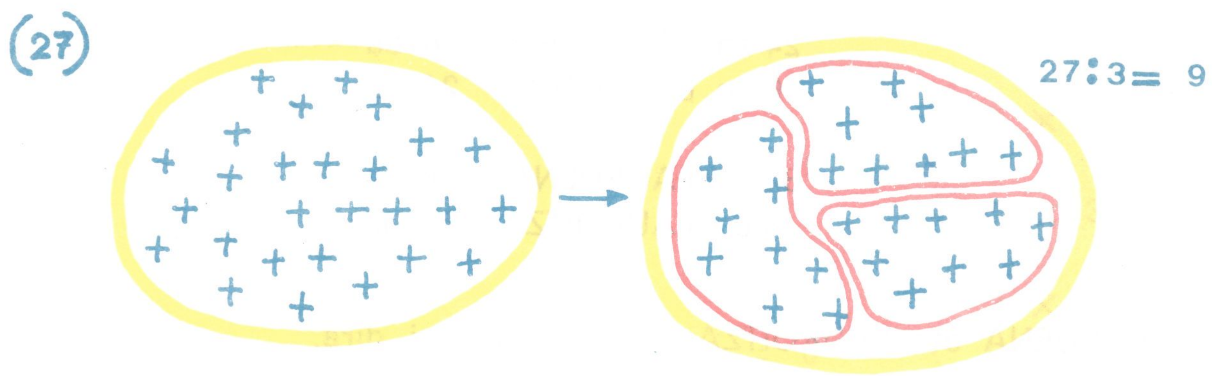
$$\frac{1}{3}$$

Laurdena erdiaren erdia da; baina HERENAK ez du lotura pratikorik erdiarekin ez laurdenarekin.

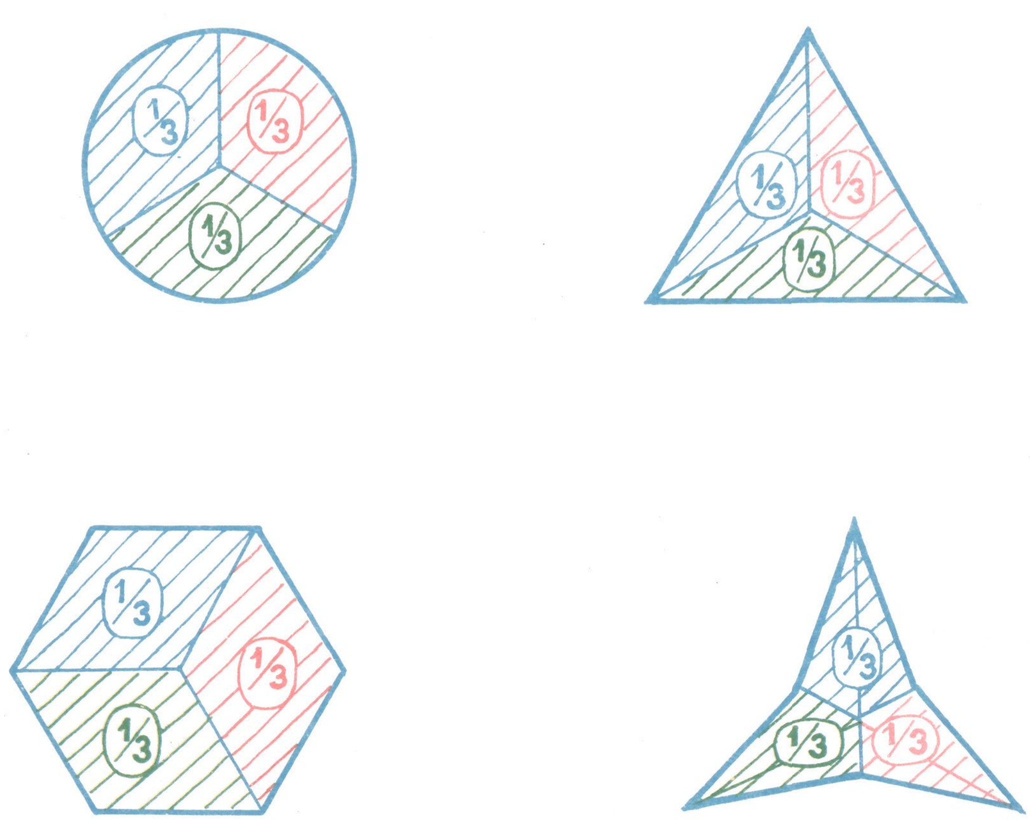








11.8 — Zenbait geometrí-eitetan erraza izan daiteke HERENA bilatzea; baina, eskuarki, bilaketa zaila da.



11.9 — Erdia eta bikoitzari buruz esan duguna, berriz aipa dezakegu hemen herenari eta laurdenari buruz:

Beraz

3-en	LAUKOITZA	12 da
12-en	LAURDENA	3 da
16-en	LAURDENA	4 da
4-en	LAUKOITZA	16 da
24-en	LAURDENA	6 da
6-en	LAUKOITZA	24 da
32-en	LAURDENA	8 da
8-en	LAUKOITZA	32 da

LAURDENA eta LAUKOITZA elkarren aurkari dira.

Beste ohar bat: banaketa BATI, BI biderketa dagozkio.

$$12 : 4 = 3 \quad \begin{cases} 3 \times 4 = 12 \\ 4 \times 3 = 12 \end{cases}$$

$$16 : 4 = 4 \quad \begin{cases} 4 \times 4 = 16 \\ 4 \times 4 = 16 \end{cases}$$

$$24 : 4 = 6 \quad \begin{cases} 6 \times 4 = 24 \\ 4 \times 6 = 24 \end{cases}$$

$$32 : 4 = 8 \quad \begin{cases} 8 \times 4 = 32 \\ 4 \times 8 = 32 \end{cases}$$

Eta HERENARI GAGOZKIOLARIK.

15-en	HERENA	5 da
5-en	HIRUKOITZA	15 da

18-en HERENA	6	da
6-en HIRUKOITZA	18	da
21-en HERENA	7	da
7-en HIRUKOITZA	21	da
27-en HERENA	9	da
9-en HIRUKOITZA	27	da

HERENA eta HIRUKOITZA elkarren aurkari dira. Beste ohar bat: banaketa BATI, BI biderketa dagozkio.

$$15 : 3 = 5 \quad \begin{cases} 3 \times 5 = \\ 5 \times 3 = \end{cases}$$

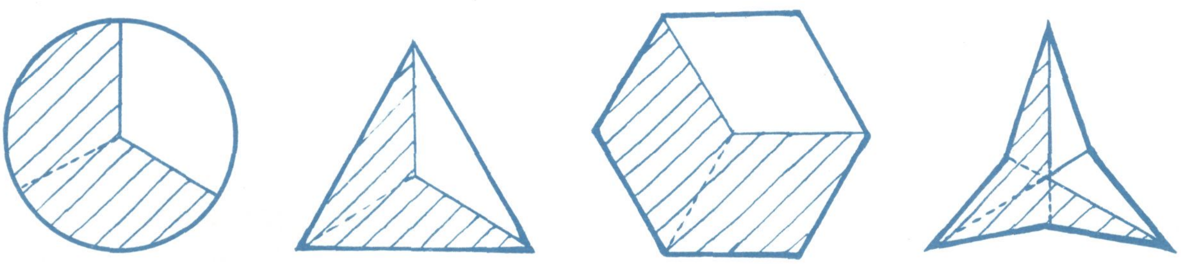
$$18 : 3 = 6 \quad \begin{cases} 3 \times 6 = \\ 6 \times 3 = \end{cases}$$

$$21 : 3 = 7 \quad \begin{cases} 3 \times 7 = \\ 7 \times 3 = \end{cases}$$

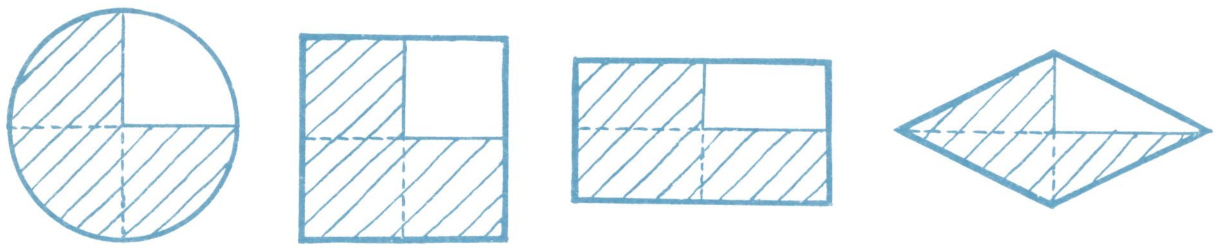
$$27 : 3 = 9 \quad \begin{cases} 3 \times 9 = \\ 9 \times 3 = \end{cases}$$

11.10 — Aski duzu lehenagoko geometriazko eiteak begiratzea, 2/3 (bi heren) eta 3/4 (hiru laurden) ideiak konprenitzeko.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$



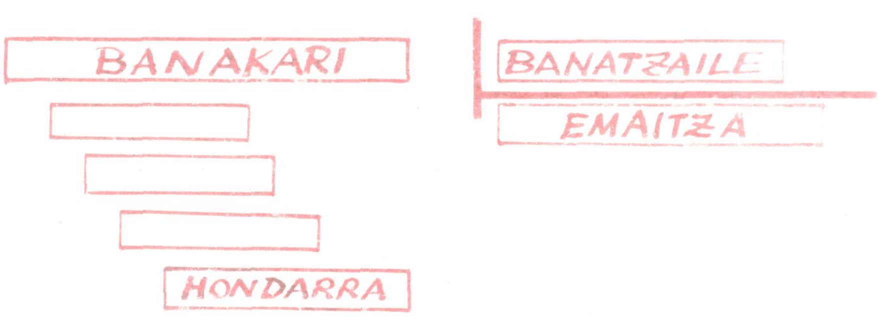
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$



12. BANAKETA

12.1 — Kopuru bat, 2, 4, 6, 7, 12, 5436, berdinetan karkulatzeko egiten den matematika eragiketari BANAKETA deritza.

Zatitu behar den multzo edo kopurua BANAKARI da; zatitzen duen kopurua, BANATZAILE; lortzen den emaitza, ONDORIOA; eta sobera dena HONDARRA. Hondar hau, jakina, hutsa edo zero izan daiteke.



12.2 — Zenbait kasotan erraza da banaketa: aski da biderketaren taula gogoan hartzea. Esate baterako: **27 : 3** = Aski baitugu hau gogoan hartzea: 3 × 9 = 27; eta hortaz, 27 : 3 = 9.

Era berean, **biderketa-taulaz gogoratuz:**

35 : 5 = 7

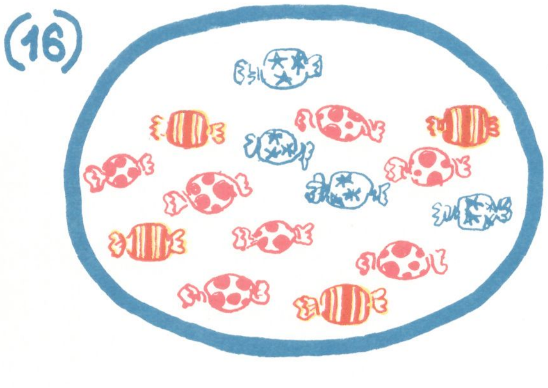
36 : 4 = 9

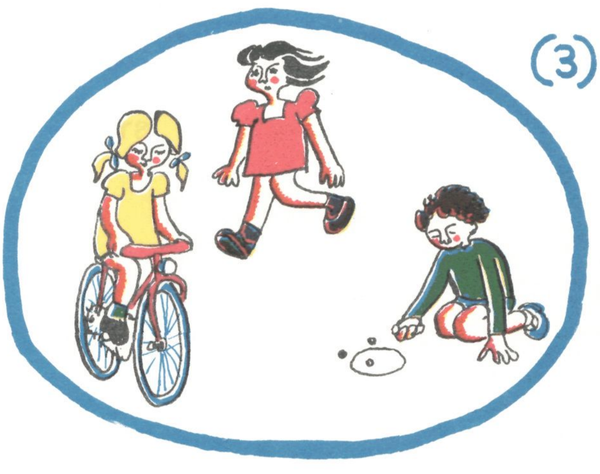
49 : 7 = 7

eta zerorrek bururatuko dituzun beste hauek:

45 : 9 =	72 : 8 =
72 : 9 =	27 : 9 =
40 : 5 =	28 : 4 =
63 : 7 =	81 : 9 =
9 : 1 =	18 : 9 =

12.3 — Baina banaketa askotan, ondorioa ez da zehatz gertatzen; eta hondar bat gelditu ohi da:





Zerorrek ikus dezakuzunez:

$3 \times 5 = 15$, eta goxoki bat gehiegi duzu;
$3 \times 6 = 18$, eta bi falta dituzu.

$16 : 3 = 5$, hortaz; baina 1 dugu hondartzat. Alegia:

$$\begin{array}{r|l} 16 & 3 \\ \cline{2-2} 1 & 5 \end{array}$$

Era berean

$$\begin{array}{r|l} 22 & 4 \\ \cline{2-2} 2 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 27 & 5 \\ \cline{2-2} 2 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 66 & 7 \\ \cline{2-2} 3 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 70 & 8 \\ \cline{2-2} 6 & 8 \end{array}$$

Egizkitzu zerorrek beste hauek:

$34 : 5 =$

$74 : 9 =$

$11 : 2 =$

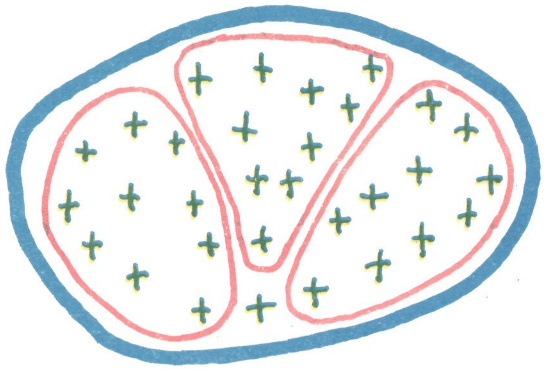
$17 : 4 =$

$14 : 3 =$

$28 : 9 =$

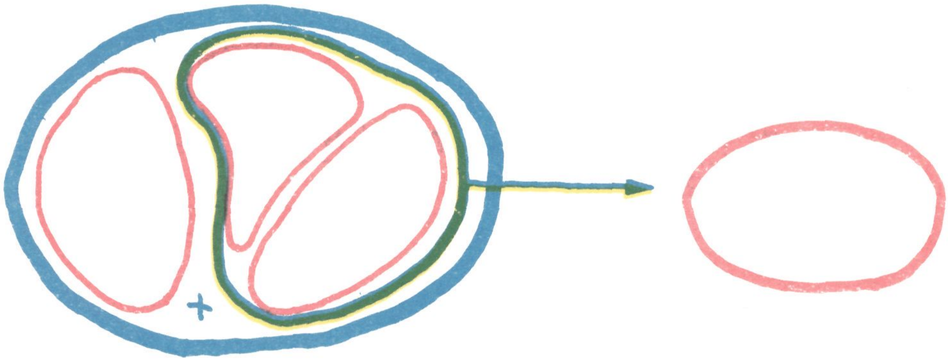
Kaso bakoitzean hondarra argiro karkulatuz eta markatu.

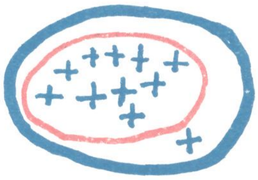
12.4 Eman dezagun multzo hau:



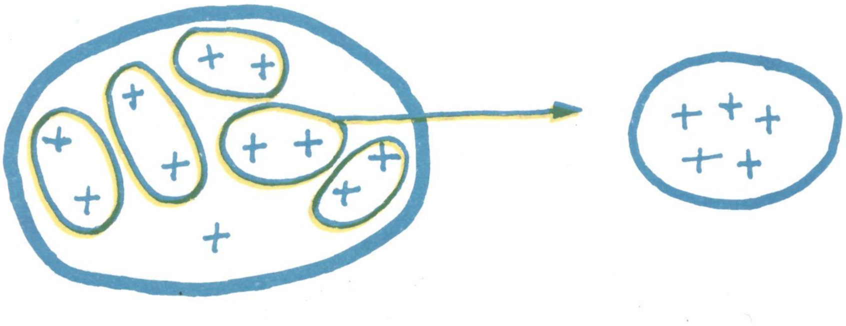
eta egin dezagun 31 : 2 =

Lehen lehenik datorren ideia hauxe da: has gaitezen menpeko-multzo **gorriak** (hamarrekoak) zatitzen. Eta hau dugu:



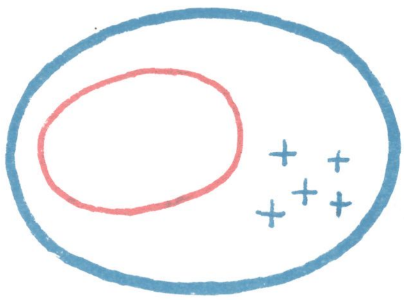
eta, maila honetan, hau gelditzen zaigu zatitu gabe: 

Orain, beraz, aletu egingo dugu hamarrekoa; eta hau dugu:



Beraz, 5 dugu (5 bateko, jakina), eta 1 gelditu zaigu hondar gisa.

Hitz batez:



atera dugu, 1 sobera gelditu$z$.

Horixe da, hain zuzen, banaketa horren bidea: **31 : 2.**

Banaketan **EZKERRETATIK ESKUINETARA** egiten dira karkuluak. Kasu! (Gainerakoetan egiten denaren kontra).

Beraz:

Hasteko HAMARREKOAK hartzen dira:

$$\begin{array}{l|l} 3\,1. & 2 \\ \hline \end{array}$$

3 : 2 = 1 *eta 1 sobera*

$$\begin{array}{c|c|l} 3 & 1 & 2 \\ 1 & & 1 \end{array}$$

Hondarrak (HAMARREKO bat kaso honetan) 10 bateko ditu; eta badugu ere beste bateko **bat** oraindik ikutu gabea. Hortaz, orain BATEKOEN **banaketa egiteko, biak batera hartuko ditugu; alegia,**

$$10 + 1 = 11$$

eta hau egingo dugu: 11 : 2 = 5, eta 1 sobera. 5 hauek, noski, BATEKOAK dira orain.

$$\begin{array}{c|c|l} 3 & 1 & 2 \\ 1 & & 15 \\ & 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{cc|l} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 15 \\ & 1 & \end{array}$$

Egin dezagun beste hau : **76 : 3** =

Ezkerretatik eskuinetara beti :

$$76 \;\underline{|3\quad}$$

$7 : 3 = 2$ eta 1 sobera

$$\begin{array}{l|l} 76 & \underline{3\quad} \\ 1 & 2 \end{array}$$

Hamarreko bat hondar = 10 bateko.

Eta baditugu beste 6, ikutu gabe. Beraz: 10 + 6 = 16.

Pratikan, hitz batez, aski da 6 hori aurreko hondarraren ondora «jestea».

$$\begin{array}{l|l} 76 & \underline{3\quad} \\ 16 & 25 \end{array}$$

eta hau dugu:

$\frac{16}{3} : 5$, eta Kondar 1

$$\begin{array}{l|l} 76 & \underline{3\quad} \\ 16 & 25 \\ \;\,1 & \end{array}$$

12.5 — Egizkitzu banaketa hauek gurekin:

385 : 4

$385 \;\underline{|4\quad}$ $\frac{3}{4}$ = ezina. Beraz bi lumero hartuko:

$385 \;\underline{|4\quad}$ $\frac{38}{4} = 9$, 2 Kondar.

385 |4
2   9

Orain 2 hamarreko horiek, = 20, eta ikutu gabe ditugun 5-ak batuko ditugu 20 + 5 = 25; horretarako 5-a hondarraren parera «jetsiz»:

385 |4
25   9

$\frac{25}{4} = 6$, 1 hondar

385 |4
25   96
1

4651 : 6

4651 |6

$\frac{4}{6}$: ezin   Beste bat hartuko.

4651 |6

$\frac{46}{6} = 7$, 4 hondar

4651 |6
4   7

Ehunekoak bukatuta, hamarrekoetara pasako gara, 5-a jetsiz:

4651 |6
45   7

$\frac{45}{6} = 7$, 3 hondar

4651 |6
45   77
3

Batekoentzako gauza bera, eta 1-a jetsiko:

4651 |6
45   77
31

$\frac{31}{6} = 5$, (1)

4651 |6
45   775
31
1

$$\begin{array}{l|l} 3791 & 8 \\ \hline 59 & 473 \\ 31 & \\ 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 6291 & 7 \\ \hline 69 & 898 \\ 61 & \\ 5 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 4329 & 3 \\ \hline 13 & 1443 \\ 12 & \\ 09 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 3908 & 9 \\ \hline 30 & 434 \\ 38 & \\ 2 & \end{array}$$

12.6 — Zenbat aste dute 692 egunek?

Jakina, hau egin behar dugu: **692 : 7** =

$$\begin{array}{l|l} 692 & 7 \\ \hline 62 & 98 \\ 6 & \end{array}$$

Hortaz, 98 aste; eta 6 egun sobera.

— Zenbat hogerleko dago 1437 pezetatan?

$$\begin{array}{l|l} 1437 & 5 \\ \hline 43 & 287 \\ 37 & \\ 2 & \end{array}$$

Hortaz, 287 hogerleko; eta 2 pezeta hondar.

— Txartelak 9 pezeta balio ditu. Zenbat txartel eros daiteke 374 pezetaz?

$$\begin{array}{l|l} 374 & 9 \\ \hline 14 & 41 \\ 5 & \end{array}$$

Hortaz, 41 txartel, eta 5 pezeta hondartzat.

13. BANAKETA III

13.1 — Badakigu orain, beraz, Banatzaileak lumero bakar bat duenean, banaketa nola egin.

Nola egingo, ordea, banaketa hau?

3472 : 18

Jokabidea berbera da: EZKERRETATIK ESKUINETARA egingo dugu eragiketa, lehendabizikorik milakoen banaketa burutuz, gero ehunekoena, gero hamarrekoena, eta gero azkenik batekoena.

Gure kasoan: 34.72 | 18

Haztamuka ikusi behar dugu, buruz ez baitakigu 18 × 1 = 18 × 2 = ; 18 × 3 = ; eta abar, taula.

18 × 1 = 18 eta 18 × 2 = 36. Beraz:

$\frac{34}{18} = 1$, eta hondarra.

34.72 | 18
16   1

Ehunekoen banaketa, hortaz, burutua da.

Orain 16 ehuneko horiek hamarrekotan jarriko ditugu = 160 hamarreko; eta zenbaki honi banakariaren hamarrekoak erantsiko dizkiogu (+ 7). Beraz: 160 + 7 = 167. Pratikan, beraz, «16»aren parera goiko «7»a «jetsiko» dugu, honela:

```
3472 |18
167   1
```

$\frac{167}{18}$ = berriz ere, haztamuka

18 × 9 = 162 ; 167 handiago da, hortaz:

```
3472 |18
167   19
 05
```

Orain BATEKOETARA pasako gara, «2-a jetsiz»:

```
3472 |18
167   19
 52
```

$\frac{52}{18} = \begin{cases} 18 \times 2 = 36 \\ 18 \times 3 = 54 \end{cases}$ hortaz, 2

```
3472 |18
167   192
 52
 16
```

13.2 — Egin itzazu gurekin banaketa hauek:

4372 | 23
207   190
002

3291 | 17
159   193
061
10

3261 | 38
221   85
31

77913 | 52
259   1498
511
433
17

30192 | 17
131   1776
129
102
00

94652 | 37
206   2558
215
302
06

104.561 | 96
00856   1089
801
17

34002 | 19
150   1789
170
182
11

48060 | 17
140   2827
046
120
001

13.3 — Bide beretik, haztamuka joanez alegia, egiten dira banatzaile handiagotako banaketak:

```
379.01   |176
0270      215
 0941
  061
```

```
4739.212   |3506
12332       1351
 18141
  06112
   2606
```

```
83029451   |479032
3512625     173
 1594011
  156915
```

13.4 Azter dezagun kaso hau:

303122 : 302

Goazen pausuz pausu

```
303122 |302
```

berehala ikus daiteke 1 dela; beraz: $\frac{303}{302}$

$$\begin{array}{l|l} 303122 & 302 \\ \hline 001 & 1 \end{array}$$

Milakoen banaketa bukatu dugu, milako 1 geldituz.

EHUNEKOEN banaketara pasatzean, milako hori ehunekotan irakurtzen dugu (=10 ehuneko); eta zatikariko ehunekoak «jesten» ditugu. Hortaz, 10 + 1 = 11 ehuneko.

$$\begin{array}{l|l} 303122 & 302 \\ \hline \ \ 11 & 1 \end{array}$$

eta hau dugu haztamuka erabakitzeko: $\frac{11}{302}$

Agirian dago O dela:

$$\begin{array}{l|l} 303122 & 302 \\ \hline \ \ 11 & 10 \end{array}$$

Beraz, 11 ehunekook beren horretan gelditu zaizkigu. Goazen orain HAMARREKOEN banaketa egitera.

Baditugu, batetik, 11 ehunekoak = 110 hamarreko; eta, bestetik, bana-karitik jetsiko ditugun beste 2; alegia, 110 + 2 = 112.

Pratikan, beraz, beti lerro berean.

$$\begin{array}{l|l} 303122 & 302 \\ \hline \ \ 112 & 10 \end{array}$$

$$\frac{112}{302} = 0, \text{ berriz}$$

$$\begin{array}{r|l} 303122 & 302 \\ \hline 112 & 100 \end{array}$$

eta 112 hori ez da aldatu.

Goazen BATEKOETARA. Batetik:

112 hamarrekok	=	1120 bateko
eta bestetik, banakaritik		**2**
		1122

Pratikan, beraz, beti lerro berean:

$$\begin{array}{r|l} 303122 & 302 \\ \hline 1122 & 100 \end{array}$$

$$\frac{1122}{302} = 3$$

$$\begin{array}{r|l} 303122 & 302 \\ \hline 1122 & 1003 \\ 216 & \end{array}$$

13.5 — Urtebeteak 52 aste ditu. Zenbat urte dago 1000 astetan?

$$\begin{array}{r|l} 1.000 & 52 \\ \hline 480 & 19 \\ 12 & \end{array}$$

19 urte, eta 12 aste gehiago.

— Fubol-talde batek 11 fubolari ditu. Zenbat talde egin daiteke 554 ikasle dituen ikastetxe batetan?

554 | 11
004   50

50 talde, eta 4 ikasle libro.

— Zenbat dozena dago 765 arraultze dituen mordo batetan?

765 | 12
45   63
9

63 dozena + 9 arraultze.

— Urteak 365 urte ditu. Zenbat urte dago 100.000 egunetan?

100 000 | 365
2700   273
1450
355

273 urte + 355 egun.

13.6 — **Egizkitzu banaketa hauek:**

6942 : 31	74091 : 218	349652 : 2096
7310 : 21	96002 : 714	416292 : 7319
4692 : 14	14017 : 112	770986 : 6621
7943 : 37	74079 : 197	145600 : 3002
7402 : 91	88087 : 246	998651 : 5643

14. SISTIMA METRIKOA (I)

14.1 — Igaz ikasi genuen honen oinarria.

Eman dezagun, orduan ere esan genuen, zeure logelaren luzera nolapait neurtu nahi duzula; eta urratsez neurtzen duzula. Eta hau aurkituko duzu:

$$L = 11 \text{ istape.}$$

Zalantzarik ez dago: hor baduzu **neurri** bat. Baina aski da zure arrebak edo zure amar neurpide berbera erabiltzea, eta 10, 8 edo 7 istape aurkituko dute neurritzat. Istapeak neurri gisa funtsean balio badezake ere, pratikan ez du balio: denek onartuko luketen neurri BAKAR BAT bilatu behar baita.

14.2 — **Behar berbera nabaritu du gizonak gainerako neurketak egiteko.**

Eman dezagun baserritar batek sagardoa saldu nahi duela. Nola egingo du? Berehala molda dezake neurketa bat. Aski du horretarako gatilu bat hartu, eman dezagun, eta sagardo-ontzia gatilu horren bidez neurtzea:

$$B = 727 \text{ gatilu.}$$

Baina hauzoak beste gatilu bat hartuz gero, beste neurketa hau egingo du:

B = 631 gatilu

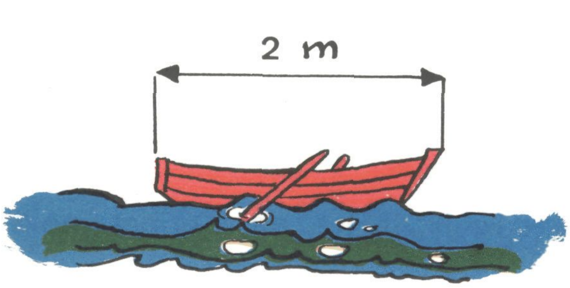
Biok dute egia, gatiluak diferenteak baitira; baina 727 eta 631 neurketok ez dute pratikan balio.

Behar eta arazo berbera pisuak neurtzerakoan. Harri batek 14 arrua dituela esateak, euskaldun baserritarri pisuaren ideia idarokitzen dio zalantzarik gabe; baina inglesek «pound»etan ematea nahiago dute. Eta «pound» delakoa ez da leku guztietan berbera.

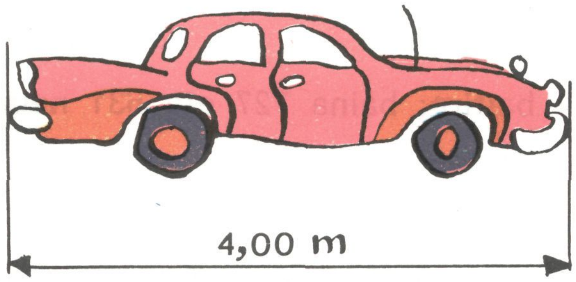
Gauza bera eletrikan. Nola neurtuko dugu bonbila baten indarra? Noia adieraziko motore batek ongi ibiltzeko behar duen tentsioa? Neurtu beharrak, horrela, NEURRI BATUEN BEHARRA sortu du. Eta neurpide bakar bat izatekotan, lehenengo saio zinezko eta sakonak «sistima metriko» deritzana eman du.

14.3 — Luzerak neurtzeko, horretara, astronomiazko bideak baliatuz, METRO deritzana finkatu du. Mundu guztian barrena berbera, «m» idaztea erabaki da:

metro bat = 1 m.
hamabost metro = 15 m.

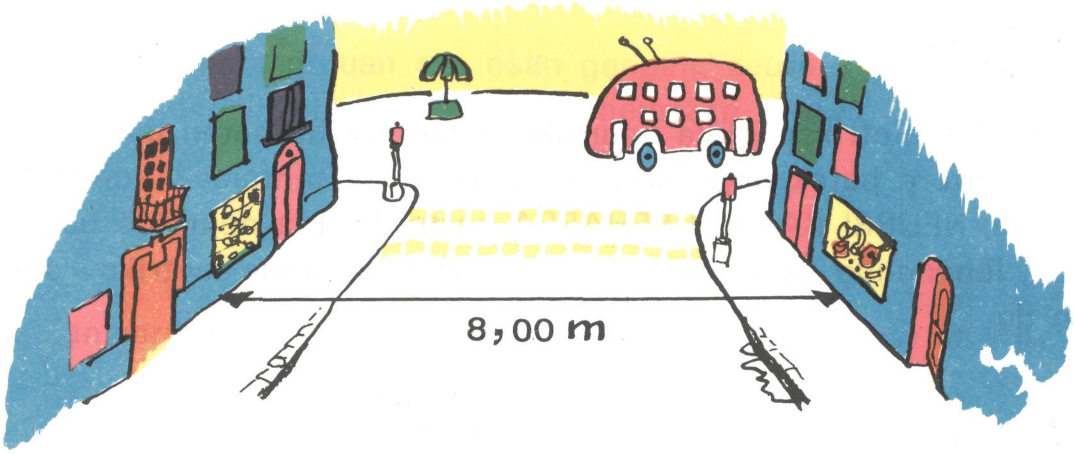


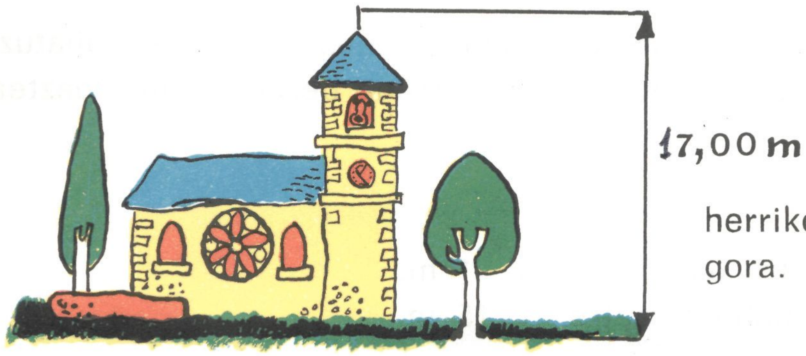
Jakes-en «tahiti»ak bi metro ditu.



Arrospide-ren berebila lau metro luze da.

zu bizi zaren kaleak zortzi metro zabalera du.





herriko kanpandorreak 17 m. gora.

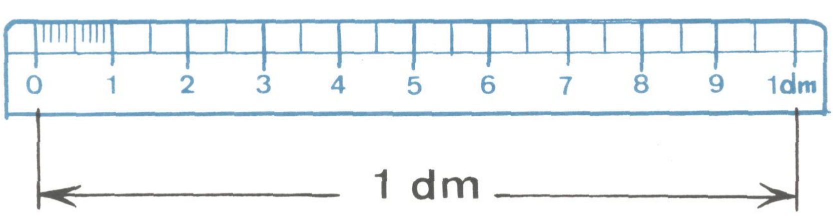
14.4 — Metroa, halere, batzutan neurkin HANDIEGIA da. Zenbat metro du zure lumak? Zenbat metro zabal du zure liburuak? Zenbat metro du hortz batek? Zenbat metro du zure labanak?

Eta beste batzutan, alderantziz, metroa TXIKIEGIA da. Zenbat metro dago Donostia-tik Bilbo-ra? Zenbat metro luze Ahuñemendiko mendi-kateak? Zenbat metro dago Lurretik Ilargira?

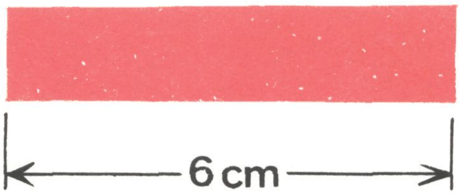
Hori dela-ta, METROA oinarri eta hamarra gidari, beste neurkin hauek asmatu dira:

dekametro	= dam	=	$1 \times 10 = 10$ m
hektometro	= hm	=	$1 \times 100 = 100$ m
Kilometro	= Km	=	$1 \times 1000 = 1000$ m
metro			
dezimetro	= dm	=	$1 : 10 = 0'1$ m
zentimetro	= cm	=	$1 : 100 = 0'01$ m
milimetro	= mm	=	$1 : 1000 = 0'001$ m

Kartoin baten bidez eta ondoko hau oinarritzat hartuz, molda zazu zerorrek Dezimetro bat, eta neur itzazu geroko luzerak:



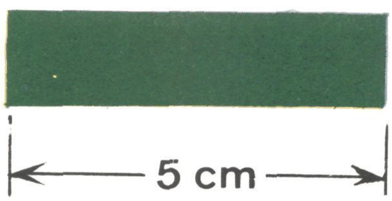
1m = 10 dm	1dm = 0'1 m	1cm = 0'01 m	1mm = 0'001m
1m = 100 cm	1dm = 10 cm	1cm = 0'1 dm	1mm = 0'01dm
1m = 1000 mm	1dm = 100 mm	1cm = 10 mm	1mm = 0'1 cm

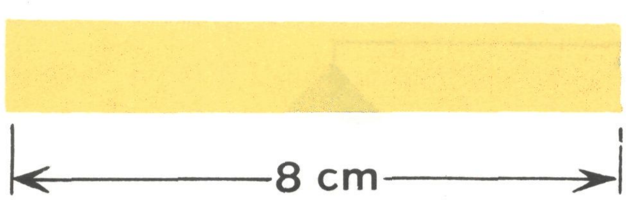


Ezkerretara dituzun neurri horiek. saia-zaitez -dm.- etan eta -mm- etan ematen.

Lehena lortzeko, bat gorago denez, hamarreko banaketa egin beharko duzu.

Bigarrena erdiesteko, aldiz, bat beheragoa denez hamarreko biderketa.





Ezkerretara dituzun neurri horiek

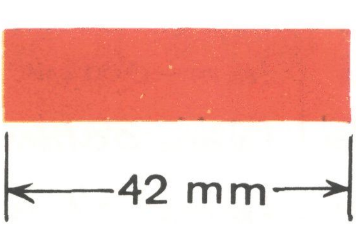
cm - etan

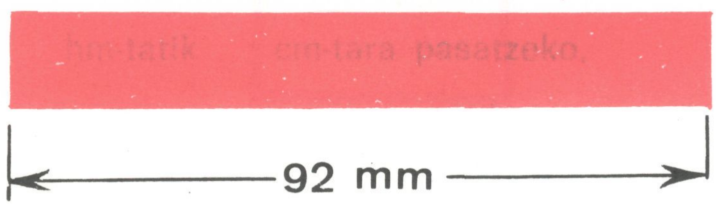
dm - etan

m - etan

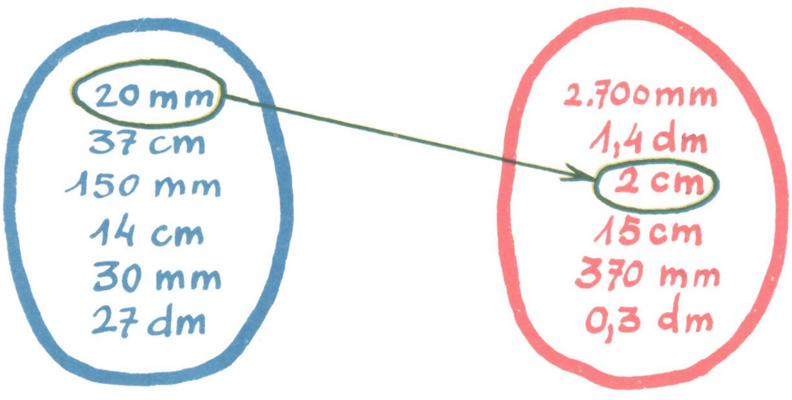
eman ditzazun eskatzen zaizu.

(Gogoan har goragoko neurri batera jotzeko; hamarreko, ehuneko edo milako banaketa egin behar duzula.)





14.5 — Lotitzazu, gezi bidez, bi multzo hauen kideak:



14.6 — Osa zazu bigarren multzoa, neurkina erantsiz:

13 mm	→ 1,3 cm
280 mm	28 ___
3,2 dm	32 ___
270 mm	27 ___
1,1 cm	11 ___
1,2 dm	120 ___

14.7 — Jar zazu dena MILIMETROTAN:

32 cm →
1,42 dm →
13,8 cm →
1,31 m →
0,41 m →
3,2 cm →
142 cm →

14.8

1 km = 10 hm = 100 dam = 10.000 dm = 100.000 cm = 1.000.000 mm.

1 hm = 10 dam = 100 m = 1.000 dm = 10.000 cm = 100.000 mm.

1 dam = 10 m = 100 dm = 1.000 cm = 10.000 mm.

1 m = 10 dm = 100 cm = 1.000 mm.

1 dm = 10 cm = 100 mm.

1 cm = 10 mm.

Beraz:

km-tatik	hm-tara pasatzeko,	× 10
hm-tatik	cm-tara pasatzeko,	× 10.000

Osa itzazu zerorrek beste hauek

hm,	cm,	×
m,	mm,	×
dam,	cm,	×
km,	mm,	×
cm,	mm,	×

14.9 — Egizkitzu ariketa hauek:

2 km	=		cm
64 hm	=		dm
13 cm	=		mm
7 dam	=		dm
18 hm	=		m
73 km	=		mm
30 m	=		mm
800 dam	=		cm
70 cm	=		mm

14.10 — Era berean, baina alderantziz, hau dugu:

1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m = 0,0001 dam = 0,00001 hm =
= 0,000001 km.

1 cm = 0,1 dm = 0,01 m = 0,001 dam = 0,0001 hm = 0,00001 km.

1 dm = 0,1 m = 0,01 dam = 0,001 hm = 0,0001 km.

1 m = 0,1 dam = 0,01 hm = 0,001 km.

1 dam = 0,1 hm = 0,01 km.

1 hm = 0,1 km.

14.11 — Beraz,

cm-tatik m-tara pasatzeko, : 100

m-tatik km-tara pasatzeko, : 1.000

eta abar.

Kontutan har zazu hau:

km-tatik m-tara pasatzeko, × **1.000**; m-tatik km-tara pasatzeko, : **1.000**

cm-tatik mm-tara pasatzeko, × **10**; mm-tatik cm-tara pasatzeko, : **10**

dam-tatik cm-tara pasatzeko, × **1.000**; cm-tatik dam-tara pasatzeko, : **1.000**

km-tatik mm-tara pas. × **1.000.000**; mm-tatik km-tara pas, : **1.000.000**

eta abar. Legea beti berbera da.

kontutan har zazu ere beste hau:

× **10** :: 44 × 10 = 440; 67 × 10 = 670; 33 × 10 = 330; eta abar.
Hitz batez 0 erantsi dugu.

: 10 :: 440 : 10 = 44; 670 : 10 = 67; 330 : 10 = 33; eta abar. Hitz batez, 0 kendu dugu.

Gauza bera beti. Esate baterako:

× 10.000 :: 55 × 10.000 = 550.000. 10.000-ek 4 huts ditu, beraz 4 huts erasten.

: 10.000 :: 550.000 : 10 = 55. 4 huts kentzen.

Kakotxa dagoenean, KAKOTXA aldatzen da. Biderketa egitean ESKUIN-**aldera; eta banaketa egitean EZKER-aldera.**

456,6758	×	100	=	45667,58
456,6758	:	100	=	4,566758
3,05	×	1.000	=	3.050
4,26	×	10.000	=	42.600
0,016	:	10	=	0,0016
76,568	:	1.000	=	0,076568
55,32.	:	100	=	0,5532
0,01	×	10.000	=	100
0,6578	×	100.000	=	65.780
10,01	×	10	=	100,1
0,5	:	100	=	0,005
36	:	100	=	0,36
0,0005	×	100	=	0,05
5,000005	×	1.000.000	=	5.000.005

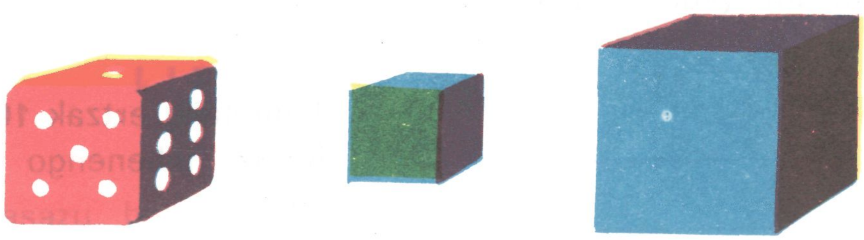
14.12 — Osa itzazu berdintza hauek:

3 cm	=		dam
8 mm	=		hm
14 dm	=		km

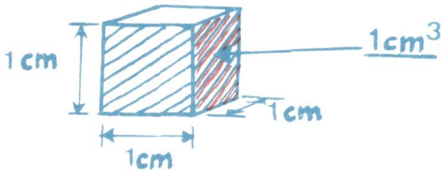
61 dm	=		hm
103 mm	=		hm
3 mm	=		m
68 dam	=		km
71 cm	=		km
46 cm	=		hm
0,3 km	=		m
0,5 m	=		cm
0,2 hm	=		dam
0,17 hm	=		dm
0,14 km	=		m
0,2 mm	=		km
0,34 km	=		mm
0,01 m	=		cm
0,08 km	=		cm

15. SISTEMA METRIKOA (II)

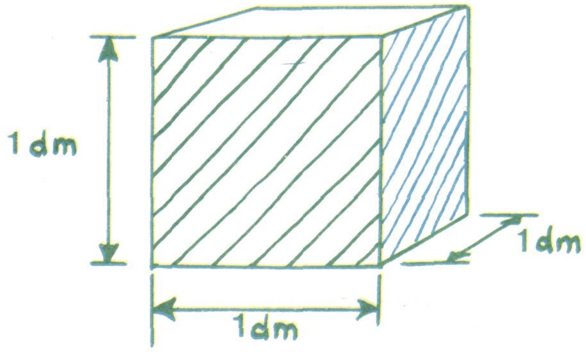
15.1 — Igaz ikasi zenuena ahaztu ez baduzu, KUBO bat zer den oroitzen zarateke:



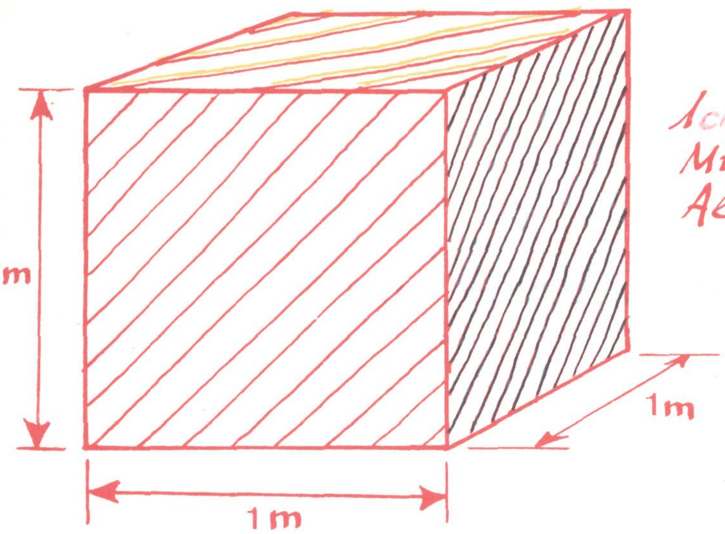
Kuboak berdinak ditu ertz guztiak, baita sei aldeak ere berdinak.



1cm-tako ertzak dituen kuboari
ZENTIMETRO KUBIKO deritza.
Alboak = 1cm x 1cm. ditu =
= 1 zentimetro eremu

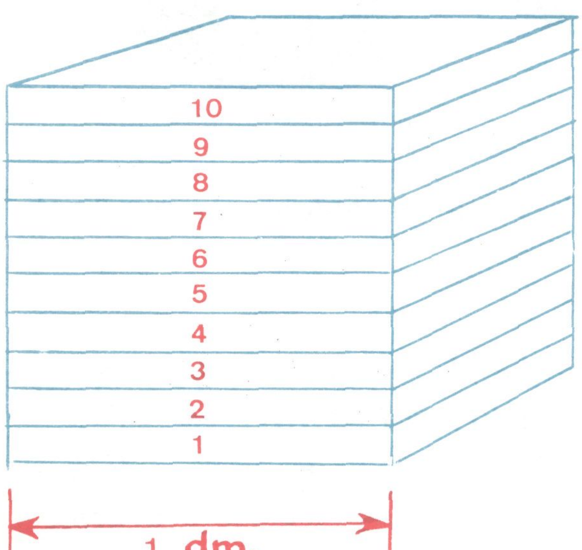


1dm-tako ertzak dituen kuboari,
DEZIMETRO KUBIKO deritza.
Alboak = 1dm x 1dm. ditu =
= 1 dezimetro eremu



1 m-tako ertzak dituen kuboari METRO KUBIKO deritza. Alboak = 1 m × 1 m ditu = = 1 metro eremu

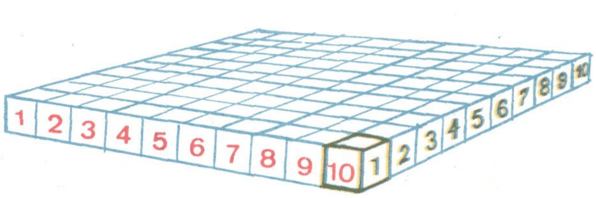
15.2 — Azter ditzagun orain hiruon arteko matematika-herremanak. Har dezagun dm^3 («dezimetro kubikoa», alegia).



1 dm-tako ertzak **10 cm** ditu. Beraz, lehenengo kubotxo-mailan:
$10 \times 10 = 100$ (cm^3) daude (kubotxo bakoitzak 1 cm^3 bolumena du).

Bigarren mailan beste 100 kubo txiki daude. Hirugarrenean beste hainbeste. Eta abar.

(1)



Guztira, beraz, $10 \times 100 =$ **1.000** kubo txiki daude.

Hortaz: **1 dm^3 = 1.000 cm^3**

Era berean, aisa zerorrek aurki dezakezunez:

$$1 \ \mathbf{m}^3 = \mathbf{1.000} \ \mathbf{dm}^3$$

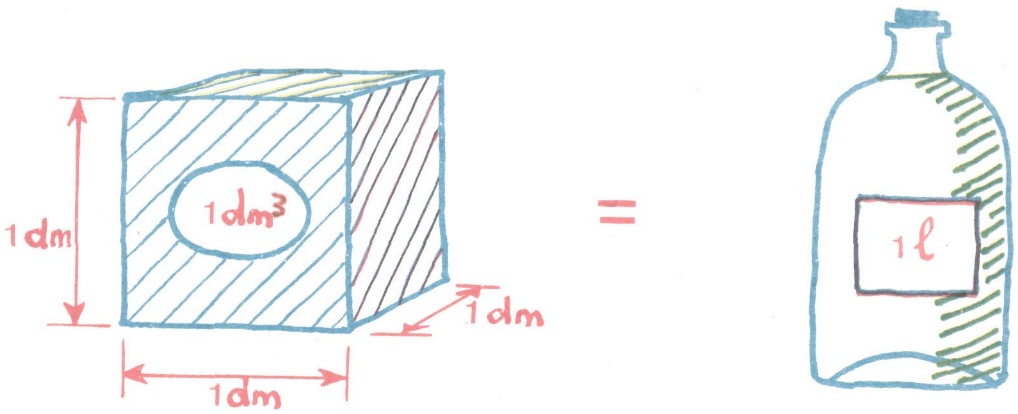
Eta alderantziz ere:

$$1 \ \text{cm}^3 = 0{,}001 \ \text{dm}^3$$
$$1 \ \text{dm}^3 = 0{,}001 \ \text{m}^3$$

15.3 — Bolumen neurriek, halere, funtsean horietxek izanik ere, beste izen batzuk daramazkite eskuarki; eta oinarritzat LITRO-a onartu da (euskara herrikoiaz «pinta» esan ohi dena); eta «L» hizkiaz adieraztea erabaki da.

L I T R O = dm³ = «1»

Buruz ikasazu, hortaz, ondoko irudi hau:

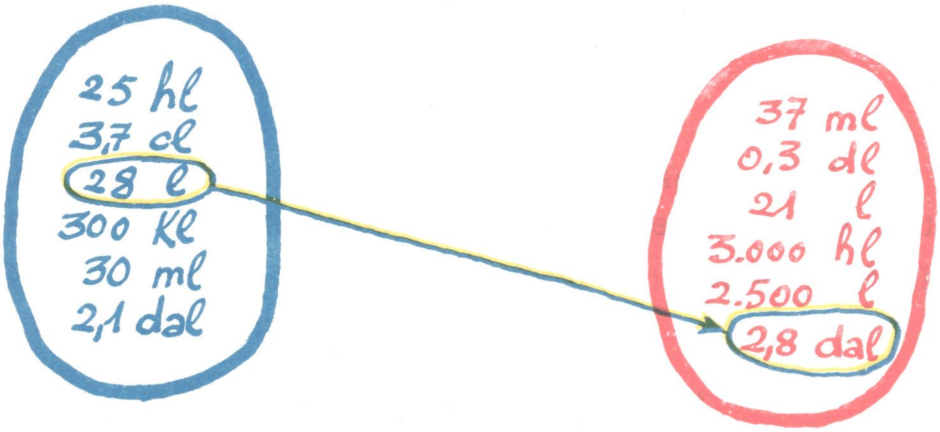


15.4 — Luzeretan ez-ezik, BOLUMENETAN ere, litroa oinarri, beste neurkin batzuk erabiltzen dira:

1 kilolitro	=	1 kl =	1.000 litro =	1.000 l
1 hektolitro	=	1 hl =	100 litro =	100 l
1 dekalitro	=	1 dal =	10 litro =	10 l

1 dezilitro	=	1 dl	=	0,1 l
1 zentilitro	=	1 cl	=	0,01 l
1 mililitro	=	1 ml	=	0,001 l

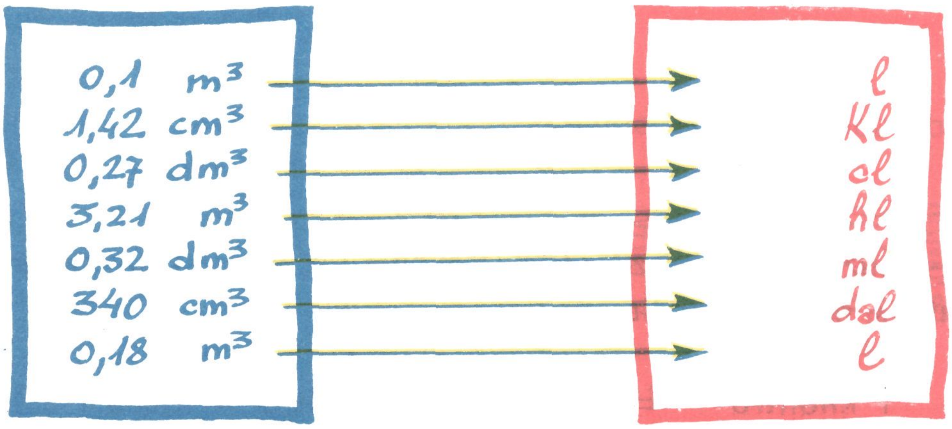
Lotitzazu, beraz,, honen arabera, ondoko multzotako barnera kideak:



15.5 — Gorago eman ditugun berdintzak gogoan hartuz, beraz, ondoko hau idatz daiteke:

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ kl}$$
$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$
$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

Osa itzazu ondoko berdintzak



15.6 — PISU-NEURRIAK - Oinarritzat, berriz ere, METROA hartu da; eta hau esan da:

1 cm^3 urek GRAMO BAT pisatzen du

Bolumenen eta pisuen arteko lotura, beraz, URAK egiten du. Jakina denez, bestalde, olioa arinago da ura baino; eta merkurioa, aldiz, ura baino askoz astunago.

Gainerakoetan bezala sail honetan ere, beti GRAMOA oinarri, beste neurri batzuk asmatu dira:

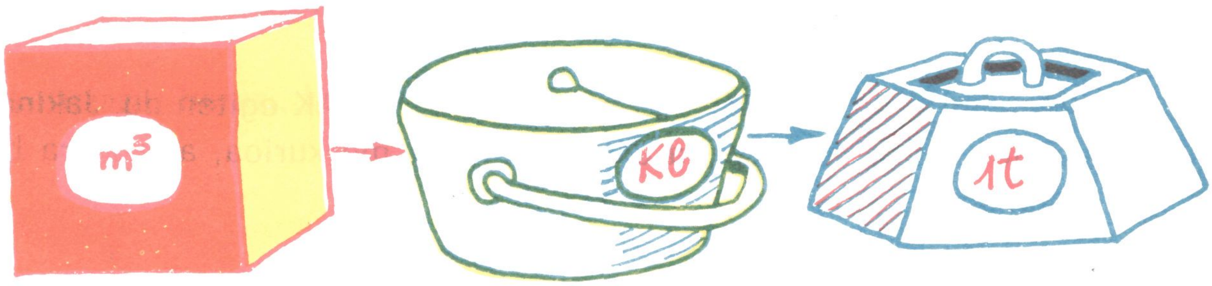
1 tonelada	=	1 t	=	1.000.000	gramo
1 kintal		1 q	=	100.000	g
1 miriagramo	=	1 mag	=	10.000	g
1 KILOGRAMO	=	1 kg	=	1.000	g (hauxe da KILO esan ohi dena)
1 hektogramo	=	1 hg	=	100	g
1 dekagramo	=	1 dag	=	10	g
1 dezigramo	=	1 dg	=	0,1	g
1 zentigramo	=	1 cg	=	0,01	g
1 miligramo	=	1 mg	=	0,001	g

TONELADAK, beraz, MILA KILO ditu; eta KILOAK, berebat, MILA gramo *(eta toneladak, hortaz, miloi bat gramo)*.

15.7 — Urez betetako bolumenek eta pisuek, beraz, badute beren arteko lotkia:

1 m^3 (ur)	....	1 kl	....	1 t
1 dm^3 (ur)	....	1 l	....	1 kg
1 cm^3 (ur)	....	1 ml	....	1 g

eta, hau gogorazteko, on duzu irudi pare hau oso gogoan hartzea:



15.8 — Osa itzazu ondoko hauek:

33 l (ur, jakina)	330	hg
6,7 dal	670	
0,14 hl	140	
162 ml		g
37 cl		l
3.000 l		kl
3,218 l	321,8	
0,061 kl	61	
1,32 dm^3	132	
0,328 m^3		kg
1,12 l		m^3
0,22 dm^3		ml
7,21 l	dm^3	

15.9 — Ezar itzazu falta diren lotki-geziak:

15.10 — Zenbat pisatzen dute? (Hauta zazu ondoen deritzazun neurkina).

(urek) 1.314 l ... ...

2.300 ml ... ...

42.000 cl ... ...

31 m^3 ... ...

328 dm^3 . ...

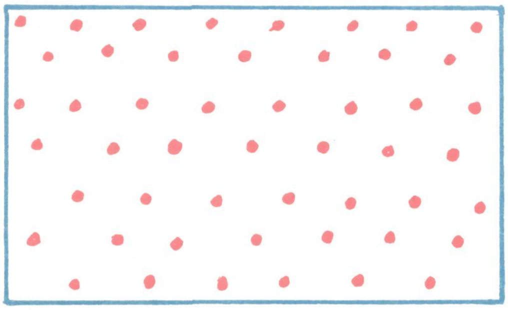
427 cl ... ...

0,02 ml ... ...

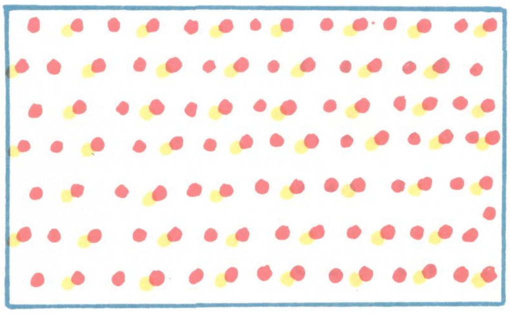
0,016 m^3 ... ...

16. PLANOA - REKTA

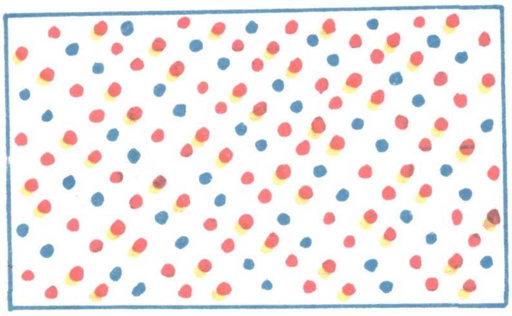
16.1 — Har zazu paper orri bat, eta marka itzazu bertan, kolore gorriz, esate baterako, 50 pundu.



Ez dago inondik ere beterik. Erants ditzagun beraz beste 50 pundu, laranjak oraingoan.



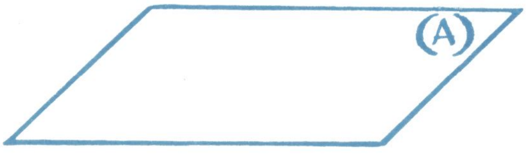
Paper azala ez dago punduz beterik. Erants ditzagun beste 50 pundu, urdinak oraingoan.



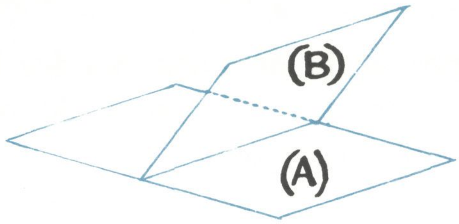
Ez dago beterik. Beti ere pundu gehiago eta gehiago erants liteke. Paper-orri puska horretan, hortaz, INFINITU pundu ezar daiteke (nahi hainbat, eman daiteken edozein zenbakik adierazten duena baino gehiago).

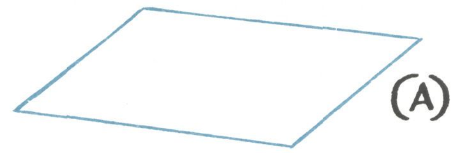
PLANOA INFINITU PUNDUREN MULTZO BAT DA.

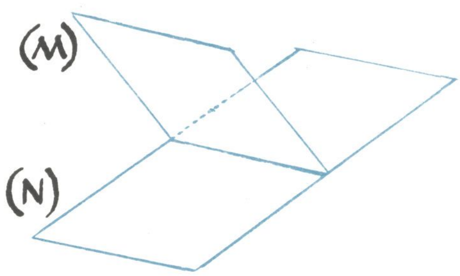
16.2 — Planoak, beraz, mugarik ez du. Plano osorik ez dago Izadian, ez zibilizazioan ere; hauetan aurkitzen direnek muga bat baitute.

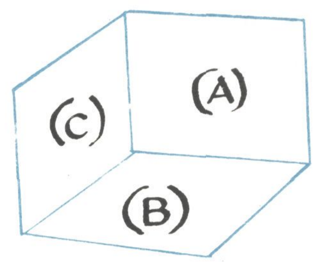


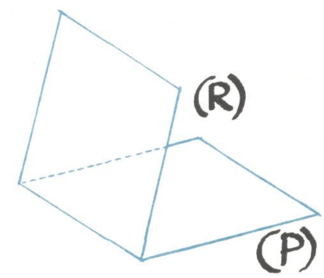
Baina kartoin puska batek, esate baterako, plano bat zer den ongi adierazten du. Lau-atal edo puska bat da; eta geometrian planoak nolapait egin beharrez, era horretara adierazi ohi dira.











Planoen ezagugarritzat hizki handiak edo nagusiak erabili ohi dira: L, P, A, B eta abar.

Bila ditzagun plano batzuk:

a) Batez beste, ikasgelako atea plano bat da.

b) Zure liburuak dituen orrialdeak, planoak dira.

d) Dendako aurrekaldean dagoen berin zabalak, ongi adierazten du, bere gardentasunean bertan, plano bat zer den.

e) Euskal frontoin baten bi hormek, era berean, plano zer den ongi idarokitzen dute.

16.3 — Bila itzazu zuk bost plano zeure inguruko gauza ezagunen artean:

1. —

2. —

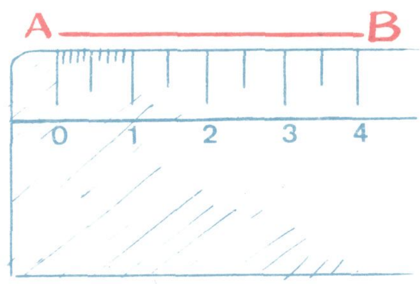
3. —

4. —

5. —

16.4 — Ikus dazegun orain REKTA zer den.

Har zazu erregela bat, eta marra zazu A-tik B-ra doan lerroa. Lerro hori REKTA da.



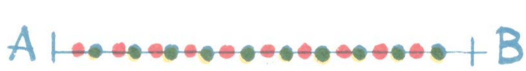
Zure mahainaren hegiak rektak dira, zure erregela rekta da, eletrika-hariak jasaten dituzten tantaiak rektak dira, Joanes-ek eta zuk tiratzen duzuelarik sokaren eitea rekta da, eta abar.

Lauak bezala REKTAK ERE, berez, ez du mugarik. B-tik eskuinaldera nahi den punduraino luza daiteke; eta A-tik ezkerraldera, nahi haina ere luza.

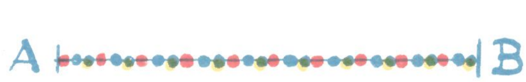
Nolapait marraztu eta ıduritu beharrez, helere, laua bezala, MUGATURIK agerrerazi ohi dira rektak.

16.5 — Eman dezagun AB rekta.

Eta eman dezagun 10 pundu gorri markatzen ditugula rektaatal edo puska horretan.



Rekta ez dago beterik. Erants ditzagun orain beste 10 pundu, berdez oraingoan.



Beteago agertzen da rekta, baina pundu gehiago erants liteke. Erants ditzagun 10 pundu urdin.

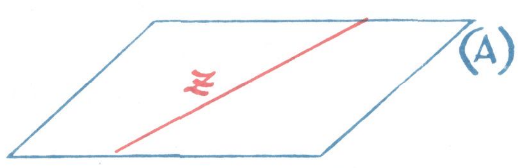
Oraindik ere pundu gehiago erants liteke.

Hitz batez: REKTA INFINITU PUNDUREN MULTZO BAT DA.

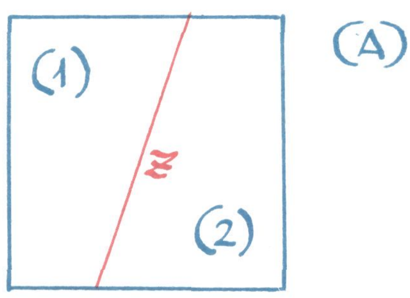
Rektaren atal edo parteari SEGMENTO deritza; eta bi muturretako hizkien arabera izendatzen da:

« A B »

16.6



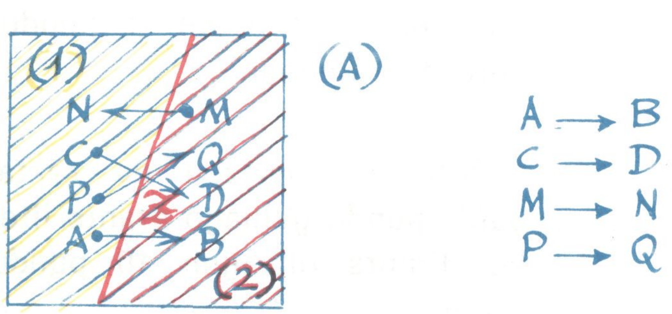
Eman dezagun A laua, eta (z) rekta (gorriz marratua) plano-atal horretan.



(z) rekta horrek bi partetan zatizten du A planoa: (1) eta (2).

(1) eta (2) zatioi PLANO-ERDI deritze.

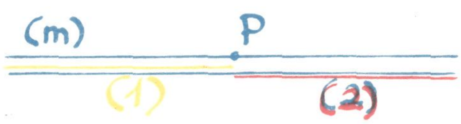
(1) tik (2) ra joateko (z) rekta igaro behar da.



16.7 — Era berean, eman dezagun (m) rekta.

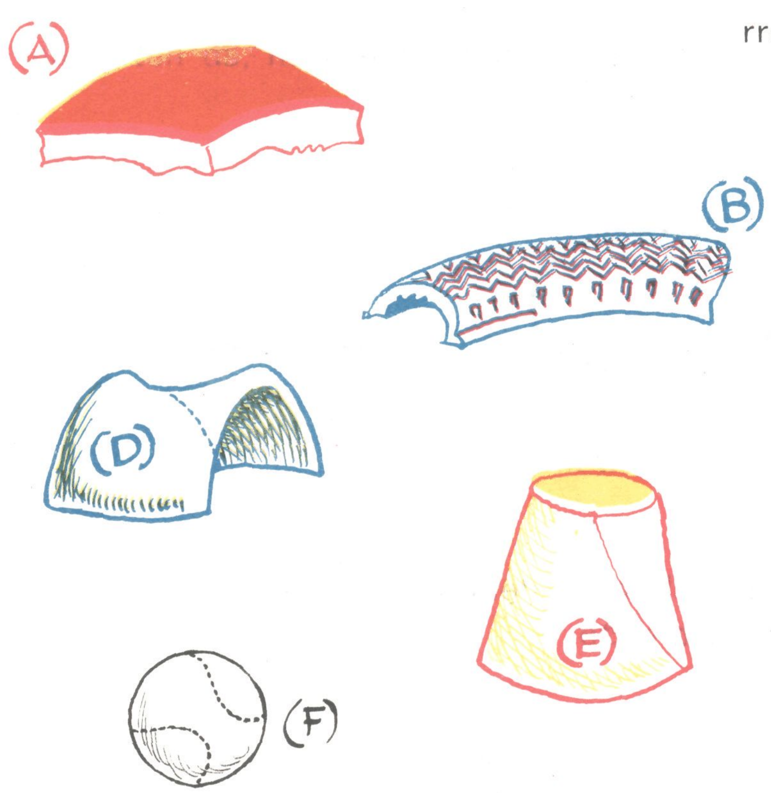
P **punduak** bi partetan zatitzen du: (1) eta (2).

Bi parte hauei REKTA-ERDI deritze.



(1) tik (2) ra joateko, P pun**durik** igaro behar da ezinbestean.

16.8



Eremu guztiak EZ DIRA PLANOAK. Hementxe dituzu, ezkerretan:

laranja-azal puska bat (A).

gomatiko-puska bat (B).

zaltoki bat (D).

ttutturru ebaketa bat (E).

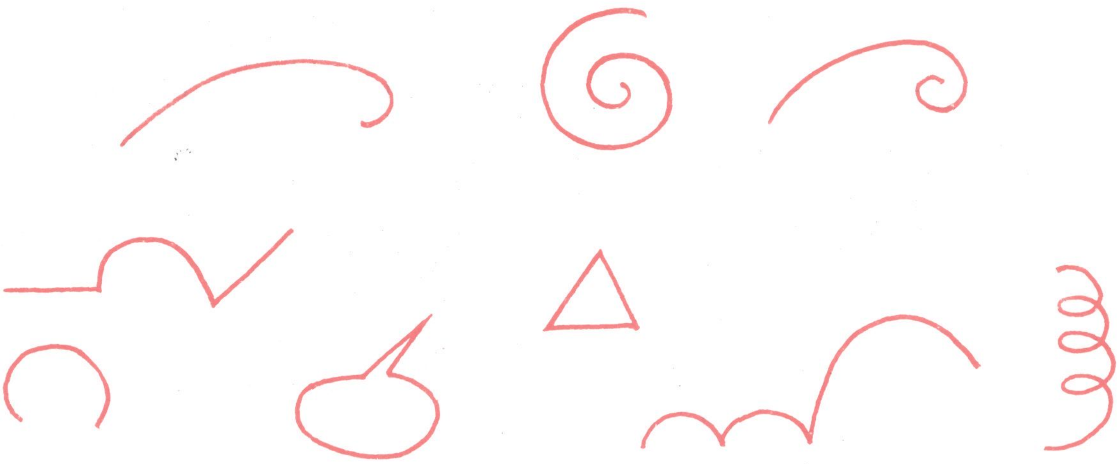
pilota bat (F).

Eremu hauek guztiek badute MAKURRERA deritzana; eta, baita paperez egin daitezkeanak ere (ez denak), urrun dira jatorrizko paper orri eskuarretik.

Ez dira, beraz, eremu lauak; eremu KONKORRAK edo MAKURDUNAK baizik.

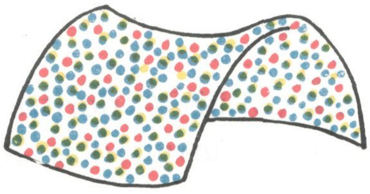
16.9 — **Era berean, pundu-segida guztiak EZ DIRA REKTAK.**

Hementxe duzu, ezkerretan, marra-makur mordoska bat:



Baita zuzenkiz eta makurkiz osatutako marra hauek:

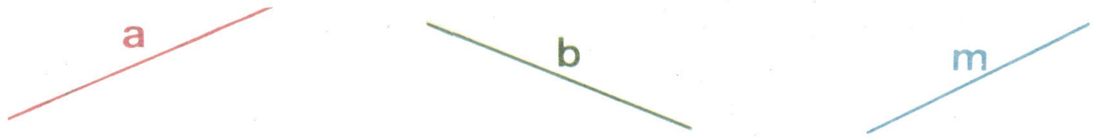
16.10 — Eremu eta makur horiek, dena dela, lau eta zuzenak bezalaxe-**pundu-multzo mugagabek osatzen dituzte:**



Marra eta eremu guztiak, hitz batez, INFINITU PUNTUK osatutako multzo dira.

17. SEGMENTOAK

17.1 — Lehenago azaldu dugunez, rekta oso batek ez du mugarik: ez alderdi batetik, ez bestetik; eta hortaz, berez eta bere osotasunean, ezin adierazizkoa da paperean edo arbelean. Pratikan, ordea, rekta ATAL bat marrazten da, honela:

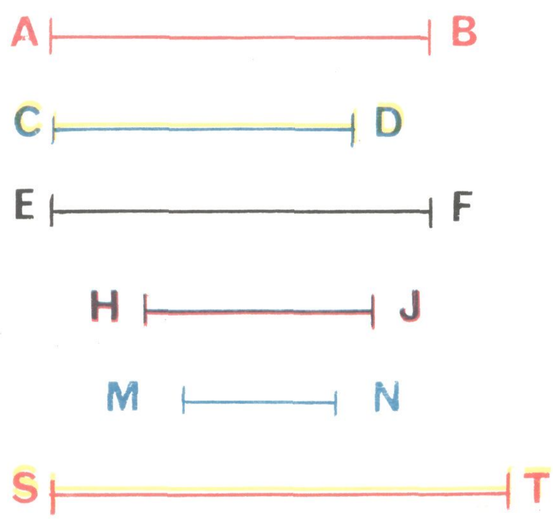


Gerta daiteke, ordea, geometriazko beharretan, rekta baten PUSKA BEREZI BAT erabiltzea:

AB zuzen-puska edo atal berezi horri «segmento» deritza.

Kaso honetan (kasu honi!) EZINBESTEAN ETA BEREZ behar dira markatu segmento horren bi muturrak: A eta B.

17.2 — Segmentoek, horrela, LUZERA ZEHATZ BAT dute:



AB = 5 cm

CD = 4 cm

EF = 5 cm

HJ = 3 cm

MN = 2 cm

ST = 6 cm

17.3 — Segmentoak alderatu. Egin daitezke luzeraren aldetik.

BERDINAK direnean, = ikurra erabiltzen dugu.

Lehenengoa bigarrena baino HANDIAGO denean, > ikurra.

Lehenengoa bigarrena baino TXIKIAGO denean, < ikurra.

Gure kasoan, horretara, ondoko lerroak idatz daitezke:

$AB > CD$

$AB < ST$

$EF = AB$

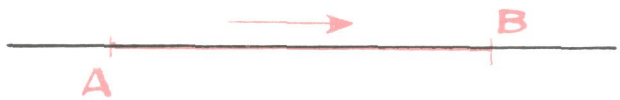
$HJ < ST$

$CD < AB$

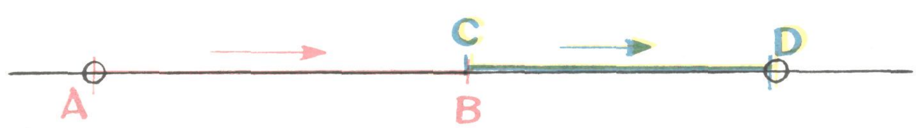
17.4 — Segmentoen BAKETA egin daiteke.

Horretarako rekta bat marrazten da:

eta lehenbizi lehenengo segmentoa ezartzen da:



eta lehenengo segmento horren muturrean, alde berera eramanez, bigarren segmentoaren muturra, honela:



Lortu den segmento berria (AD) bien baketa da:

$$AB + CD = AD$$

Eta luzerak neurtuz eta batuz:

$$5 + 4 = 9 \text{ cm}$$

17.5 — Gorago marraztu ditugun segmentoak baliatuz, egin itzazu, marrazkiz, ondoko baketa hauek:

$$AB + EF$$

$$HJ + EF$$

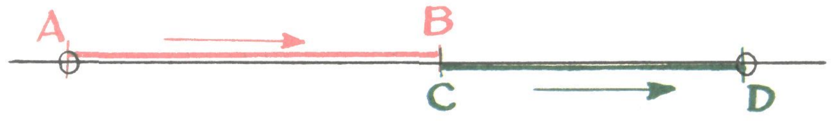
MN + AB

MN + ST

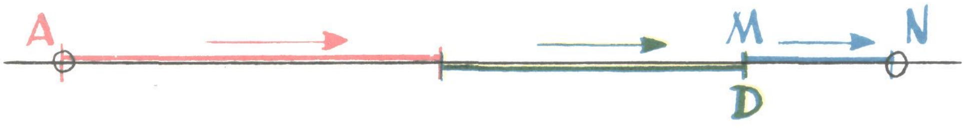
17.6 — Jakina, hiru segmentoren baketa era berean egiten da:

AB + CD + MN, esate baterako.

Lehendabizikorik AB + CD egingo dugu:



eta segidan, AD segmento berriaren muturrean, eta beti alderdi berberera, MN erantsiko dugu:



Ikus dezakezunez AN = 11 cm (= 5 + 4 + 2 cm)

Egizkitzu orain zerorrek baketa hauek:

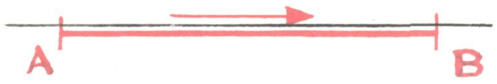
CD + EF + HJ

EF + MN + ST

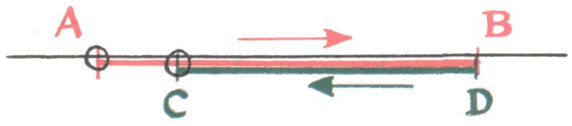
17.7 — Segmentoen KENKETA ere egin daiteke. Egin dezagun:

AB - CD

Rekta bat marraztuko dugu; eta gainean AB segmentoa markatuko dugu:



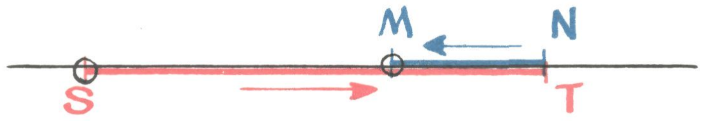
Orain, B muturretik abiatuz, baina orain BESTALDERUNTZ eramanez, CD segmentoa markatuko dugu:



eta hau izango dugu:

AB - CD = AC (5 — 4 = 1)

Era berean: **ST - MN**

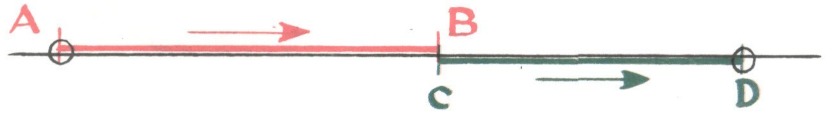


17.8 — Horrela badakigu beraz edozein segmento eragiketa egiten.

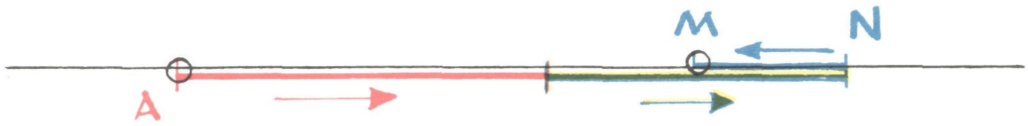
Eman dezagu hau:

AB + CD — MN + ST — HJ

Lehendabizi (AB + CD) egingo dugu:

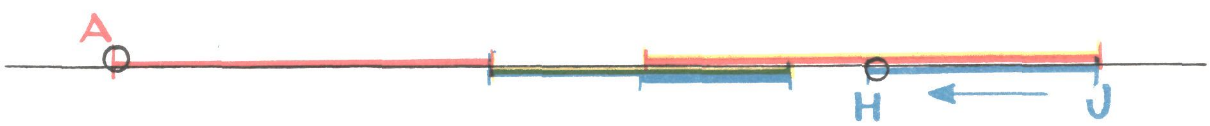


Orain, D-tik abiatuz, MN EZKERRETARUNTZ kenduko:



Orain, ST, ESKUINETARUNTZ erantsiko:

Eta, bukatzeko, EZKERRERATUNTZ **HJ** kenduko:



17.9 — Marraz itzazu paper batetan ondoko segmento hauek.

AB = 6 cm

HJ = 3 cm

MN = 5 cm

PQ = 2 cm

RS = 4 cm

eta egin itzazu eragiketa hauek segmento horien bitartez:

AB + HJ

AB — HJ

HJ + MN

RS + PQ

PQ + RS

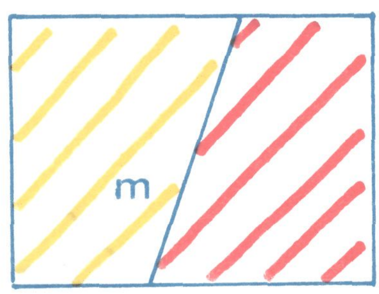
RS — PQ

AB + HJ + MN

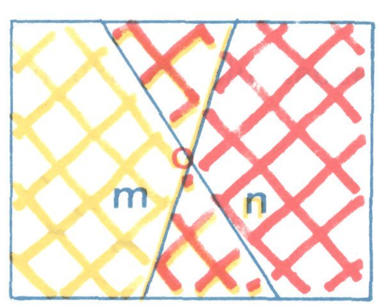
AB + PQ — RS

18. ANGULUAK

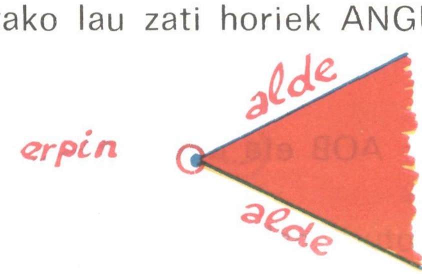
18.1 — Gorago esan dugunez, rekta batek bi zatitan zatitzen du planoa.



Bigarren rekta bat erantsiz gero, zer gertatzen da?

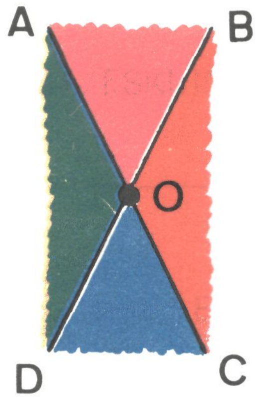


Zerorrek ikus dezakezunez, **lau partetan** zatiturik gertatzen da. Rektek osatutako lau zati horiek ANGULUAK dira.



Bi rektak elkar gurutzatzen duten **punduari, ERPIN deritza; eta** rektok anguluaren ALDEAK dira.

18.2 — Nola izendatzen dira anguluak?



Anguluak izendatzeko HIRU hizki (letra) erabiltzen dira. Erdikoa ERPINARI dagokio beti; eta beste biak ALDEEI.

Esate baterako:

Angulu GORRIA	:	AOB edo BOA
Angulu LARANJA	:	COB edo BOC
Angulu URDINA	:	DOC edo COD
Angulu BERDEA	:	AOD edo DOA

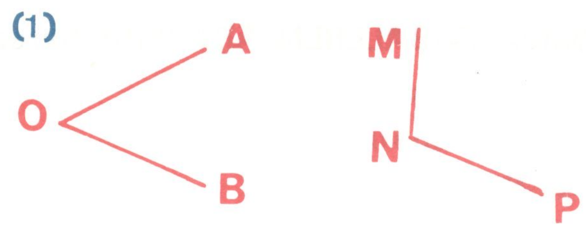
Izenda itzazu, beraz, zeure gisara, ondoko anguluak, horretarako nahi dituzun hizki nagusiak hautatuz:

18.3 — Zenbat angulu eratzen dute hiru zuzenek?

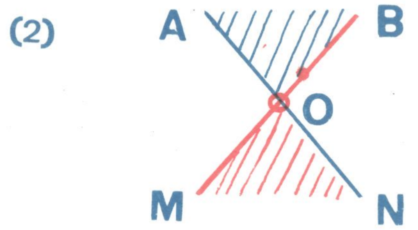
Asma zazu zerorrek; eta izenda itzazu ilaran.

18.4 — Eman ditzagun bi angulu hauek: AOB eta MNP (1).

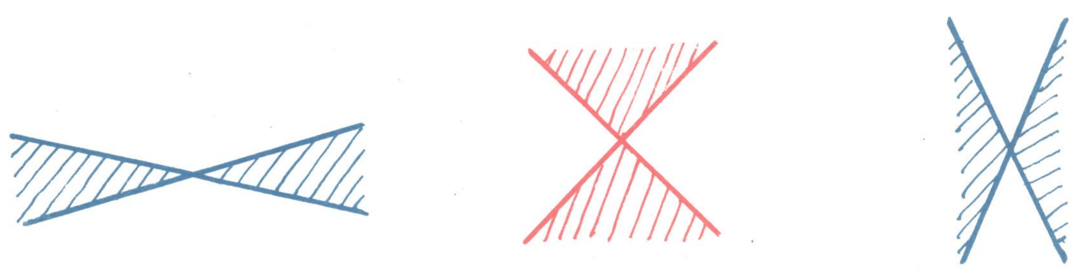
Bi angulu horiek ez dute elkarrekiko lotura nabarmenik.



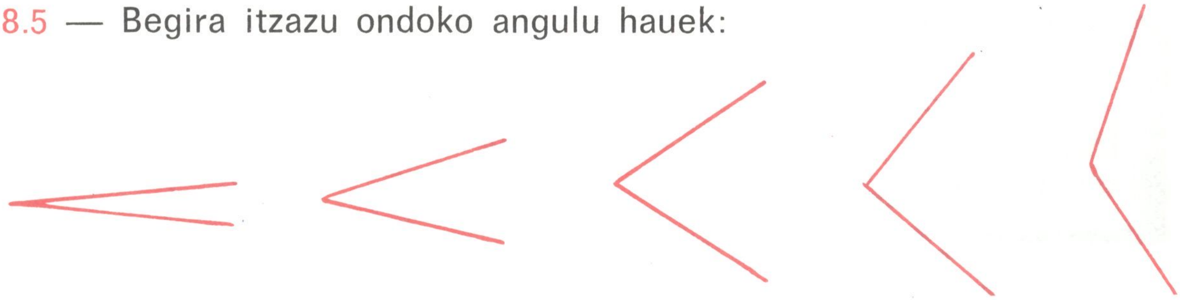
(2) AOB eta MON anguluek, berriz (ezkerretan) lotura berezia dute: **zuzen BERBEREK osatuak dira, ta ez dute elkarrekin pundu bakar BAT baizik:** erpina. Angulu hauei ERPIN-AURKARI deritze.



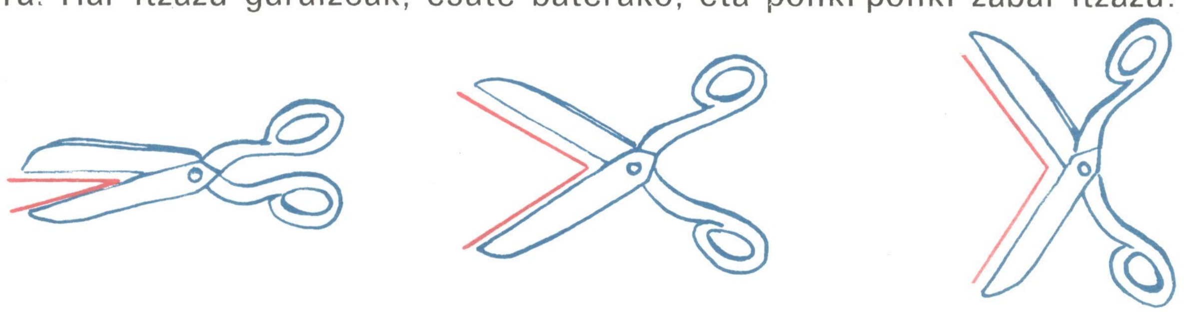
Behean marraztu ditugun angulu horiek ere ERPIN-AURKARI dira.



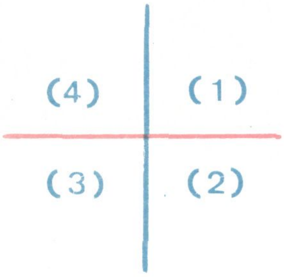
18.5 — Begira itzazu ondoko angulu hauek:



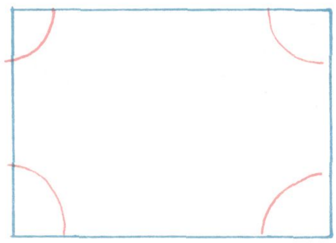
Ezkerretatik eskuinetara joanez, anguluak gero eta ZABALAGO egiten dira. Har itzazu guraizeak, esate baterako, eta poliki-poliki zabal itzazu:



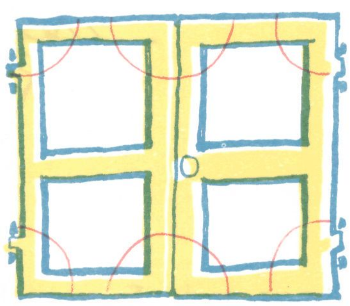
Anguluak, hitz batez, ZABALEREN ARABERA berezten dira.



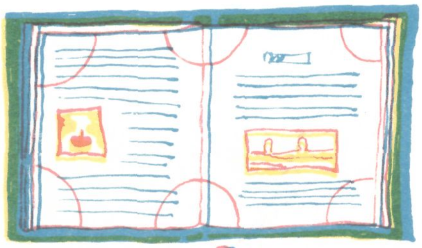
Angulua eratzen duten bi rektak ELKARZUTAK direnean (perpendicular, perpendiculaire) lau anguluok BERDINAK dira; eta zabalera horretako anguluari, angulu ZUZENA deritza.



Zure paper-orriak lau angulu zuzen ditu muturretan.



Etxeko leihatilek angulu zuzenak dituzte.

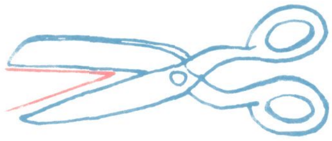


Liburuen orrialdeek angulu zuzenak dituzte.

Goizeko bederatzietan, orratzek angulu zuzena osatzen dute.

eta zuhaitz-enborren lerroak eta kaminoarena elkarzutak izanik, angulu horiek zuzenak dira.

18.6 — Angulu zuzena baino HESTUAGOAK (zabalera txikiagokoak, bestela esateko) angulu ZORROTZAK dira.

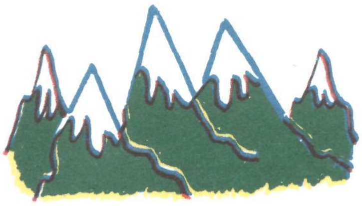


Guraizeak ireki-berrian.

Erloju-orratzek bederatziak hamar gutxitan angulu zorrotza eratzen dute.

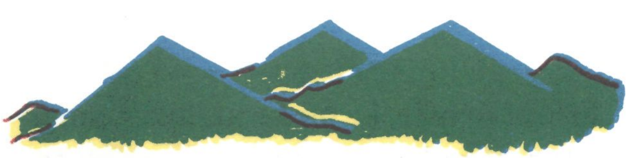
Txaluparen branka angulu zorrotza da.

Teilatuak, behereko partean, angulu zorrotza eratzen du.

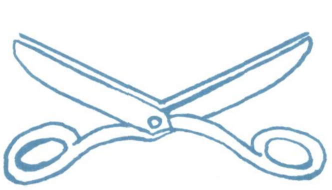


Eta mendi tontor zorrotzek gauza bera.

Angulu zuzena baino ZABALAGOAK (zabalera handiagokoak, bestela esateko) angulu KAMUTSAK dira:



Mendi txapalen tontorrek angulu kamutsak eratzen dituzte.



Gauza bera zure guraizeek zeharo zabaldu dituzularik.

Teilatuaren gailuraldean angulu kamutsa dago.

Eta erloju-orratzek angulu kamutsa eratzen dute hamar t'erdietan.

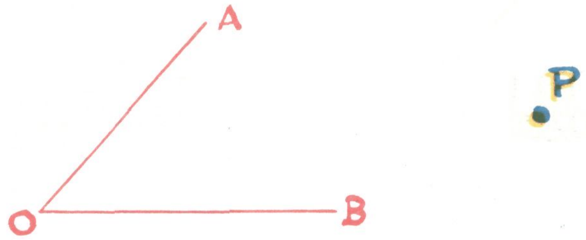
Angulua HETSI HALA, azkenean bi aldeak nahasi egiten dira:

(Orratzak hamabietan, esate baterako).

Angulua ZABALDU HALA, aldiz, bi aldeak azkenean elkarren segidan paratzen dira, eta orduan angulu LAUA dugu:

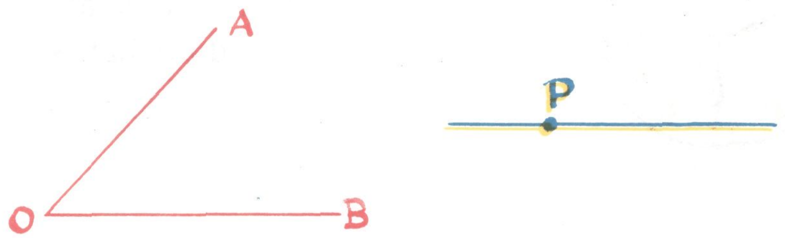
Angulu LAUAREN aldeak, rekta berbereko rekta-erdiak dira. (Erloju-orratzak seietan, esate baterako).

18.7 — Nola alda daiteke lekuz angulu bat? Eman dezagun AOB angulua:

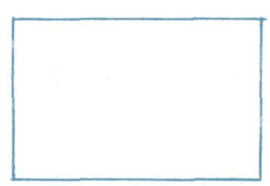


eta eman dezagun P pundura aldatu nahi dugula.

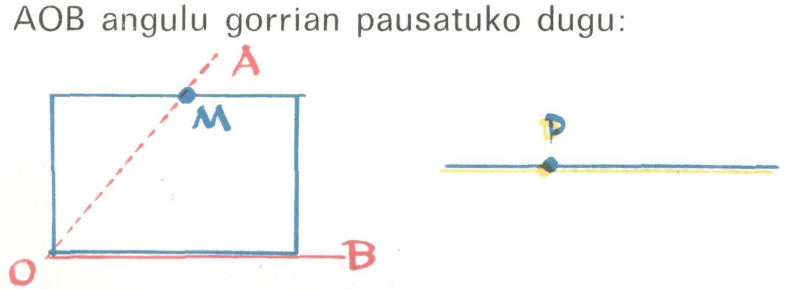
Horretarako rekta bat pasaraziko dugu P pundutik:



Orduan angulu zuzenez osatutako paper txukun bat hartuko dugu:

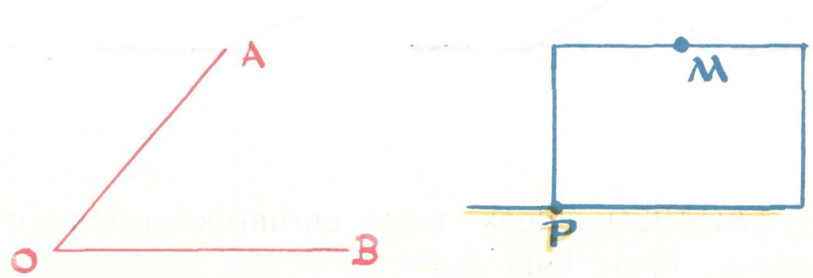


eta AOB angulu gorrian pausatuko dugu:

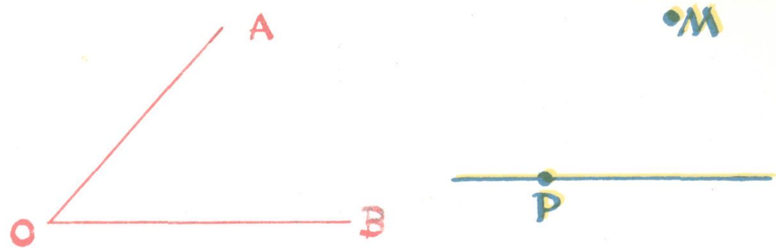


eta M pundua markatuko dugu bertan.

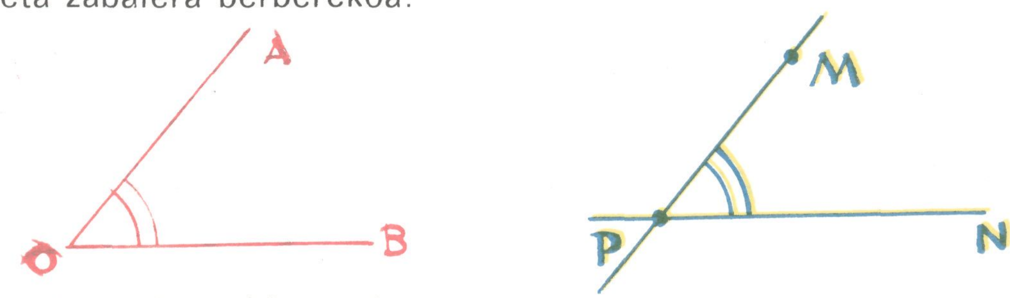
Orain papertxo hori rekta berriaren gainean ezarriko dugu:



M pundua birlandatuz:

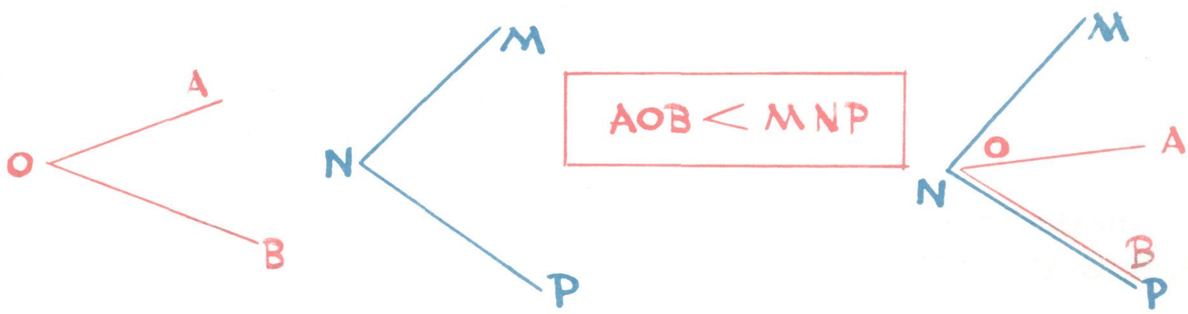


Aski da orduan PM rekta marraztea; eta MPN angulua dugu, AOB-ren kidea eta zabalera berberekoa:

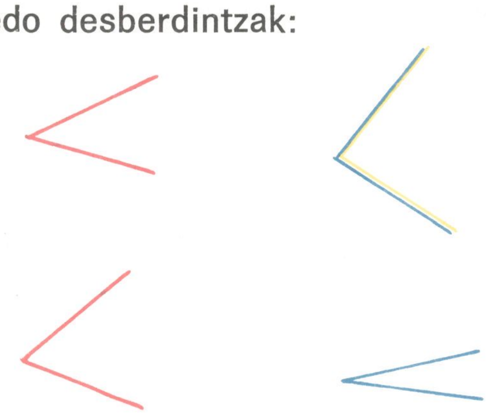


Angulua lekuz aldatua dugu.

18.8 — Orain, anguluak lekuz aldatzen dakigularik, anguluak ALDERA edo GONBARA ditzakegu. Aski dugu horretarako biak ELKARREN PAREAN paratzea, eta bien zabalerak begiratzea:

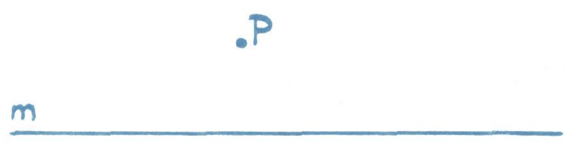


Aldera itzazu angulu hauek, eta $=$, $>$, $<$ ikurrak erabiliz idatz itzazu **berei buruzko berdintzak edo desberdintzak:**

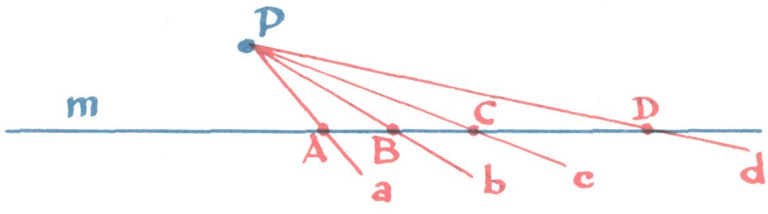


19. POLIGONO. ZIRKULU.

19.1 — Eman ditzagun m rekta eta P pundua, hartatik at:

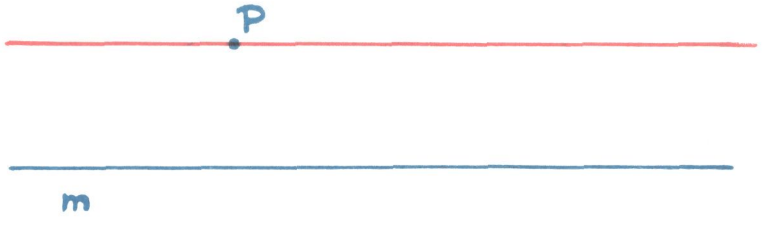


eta pasaraz ditzagun P-tik rekta batzuk: a, b, c, d, ...

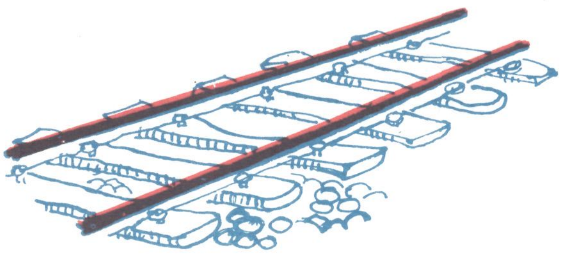


Rekta horiek eta m zuzena, pundu-ilara honetan gurutzatzen dira: A, B, C, D, ... Elkargunea, hitz batez, gero eta urrunago doa.

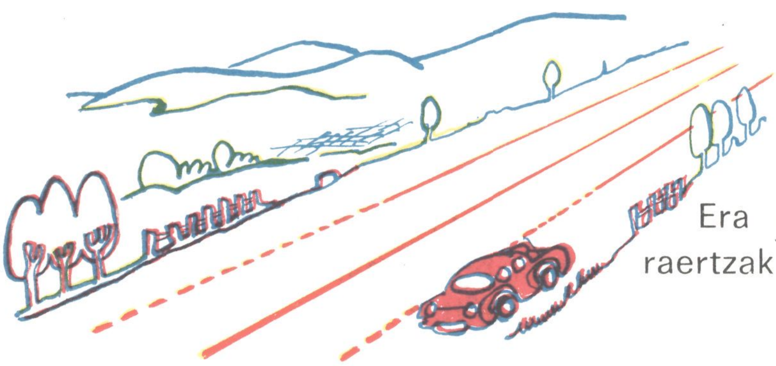
Halako batez **p** rektak ez du **m** ebakitzen:



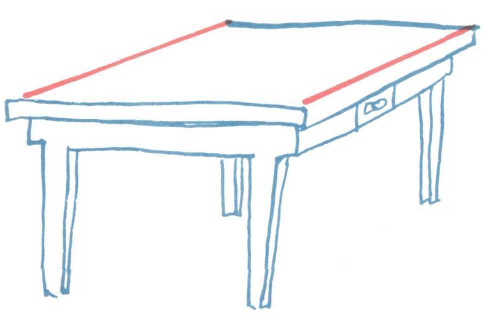
p eta **m** rektak, horretara, PAREKIDEAK dira. Ez dira INON elkartzen; edo, nahiago bada, **m** rektako pundu guztiak baino URRUNAGO ebakitzen dute elkar. Elkargunea beti dago HARUNTZAGO.



Trenbideko zuzenetan, esate baterako, bi burdinak parekide dira.



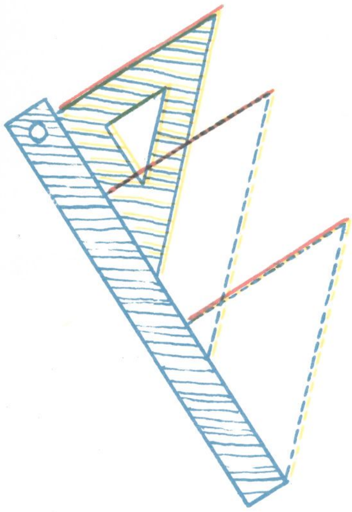
Era berean, autobidearen galtzaraertzak.



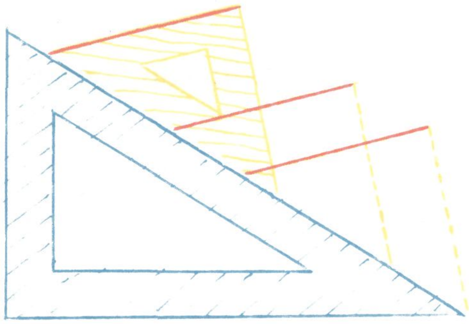
Mahainaren hegiek ere, nahiz luzatuak izan, ez lukete elkar ikutuko: parekideak dira.

Gauza bera zelaiko makalak: enbor guztien ardatzak, goruntz joaki, parekide dira.

19.2 — Nola marraz daitezke aisa parekideak?

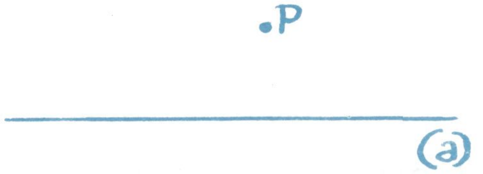


Aski ditugu horretarako erregela bat eta eskuadra bat: hau haren ertzean aurrera mugituz, parekideak lortzen ditugu.

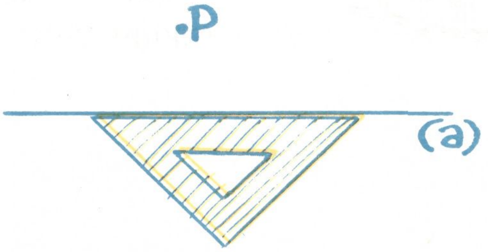


Gauza bera bi eskuadraz: bata geldi atxiki behar da, eta bestea hegian barrena ibiltari.

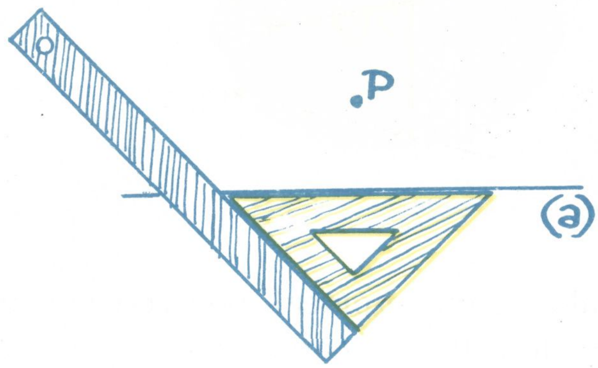
19.3 — P **pundutik** (a) ren parekide bat marraztu nahi badugu, beraz, honela jokatuko dugu:



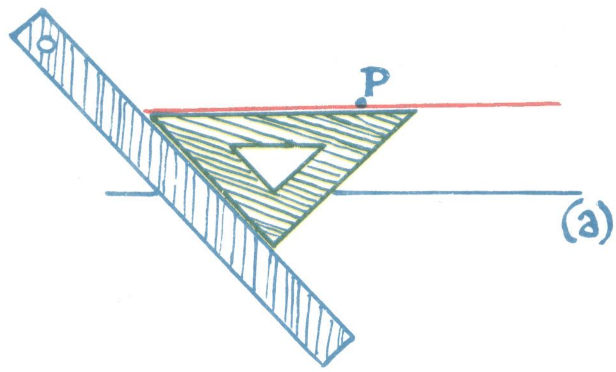
Lehendabizi eskuadra jarriko dugu (a) ren parean:



eta eskuadraren kontra, erregela bat:

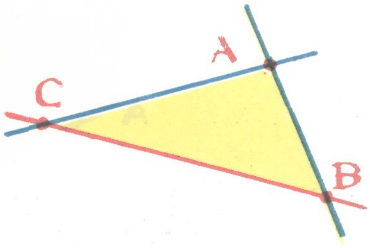


Aski dugu orduan erregelari eutsi, eta eskuadra erregelan gora lerraraztea:

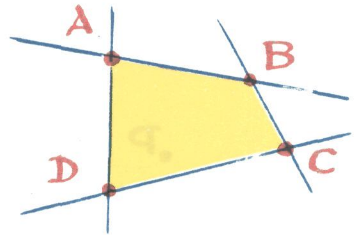


19.4 — Hiru rektek mugatzen duten eiteari hiruki edo triangulu deritza; eta hiru erpinak hizki nagusi bana erabiliz bataia daitezke.

ABC hirukia, edo MNP.



Ere berean, lau rektez laukia lortzen da:

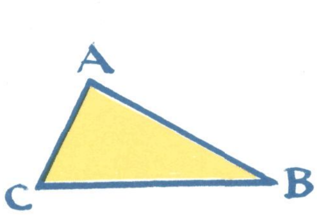


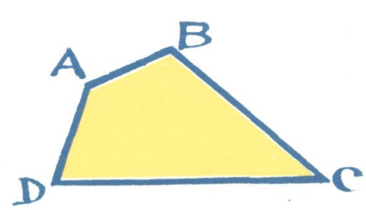
Eta 5, 6, 7, ... aldez (eta erpinez) pentagonoa, hexagonoa, heptagonoa, eta abar, lortzen dira. Poligonoaren izena grekeraz moldatzen da: aldeen kopuruari dagokion zenbaki-izena aurretik (penta, hexa, hepta, okto, eta abar); eta «gono» hitza atzetik.

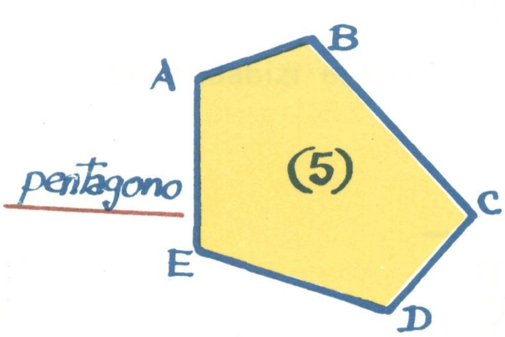
Eskuarki, dena dela, eta edozein erpin edo alde kopurutarako, **poligono hitza** erabiltzen da.

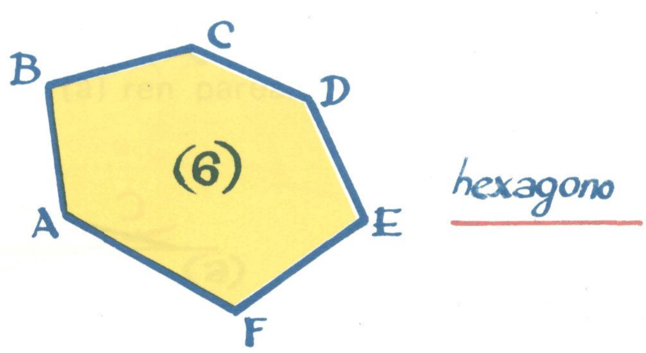
Zer esanik ez: hirukia hiru erpinetako poligonoa da, eta laukia lau erpinetakoa.

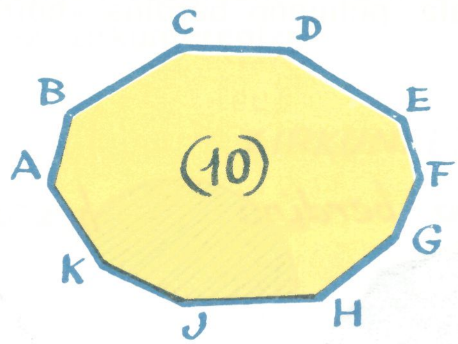
Hona hemen poligono batzuk:





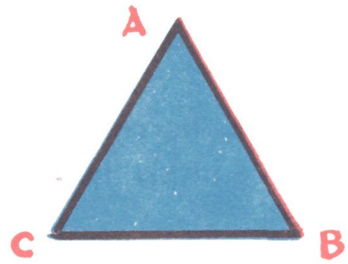




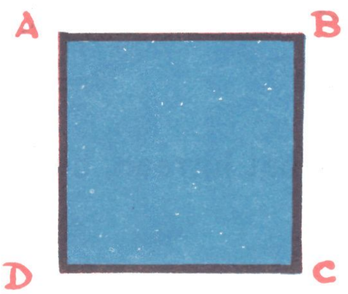


dekagono

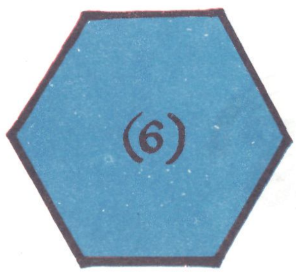
19.5 — Angulu eta alde guztiak berdinak dituzten poligono bereziak, poligono BERDINAK esan ohi dira:



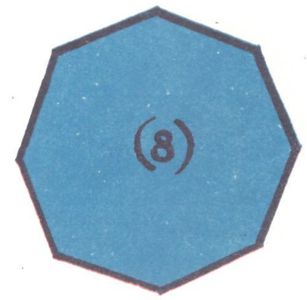
hiruki berdina



lauki berdina

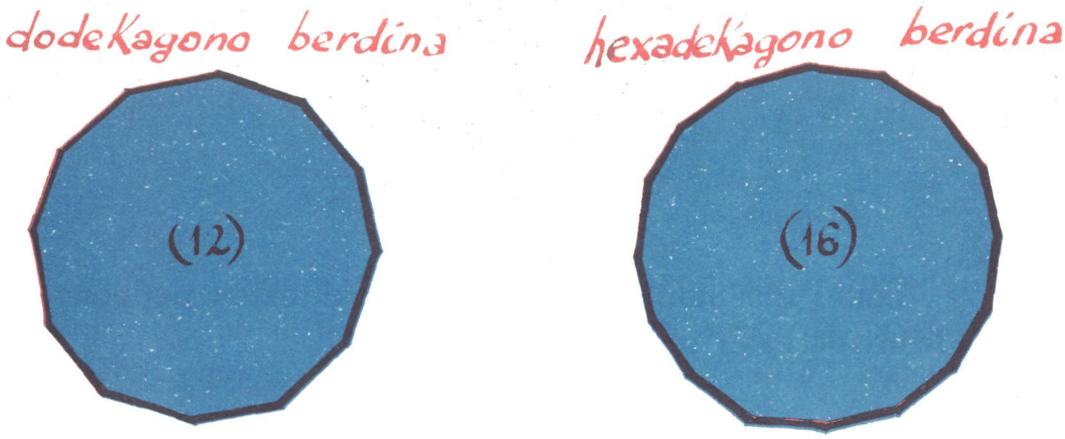


hexagono berdina



oktogono berdina

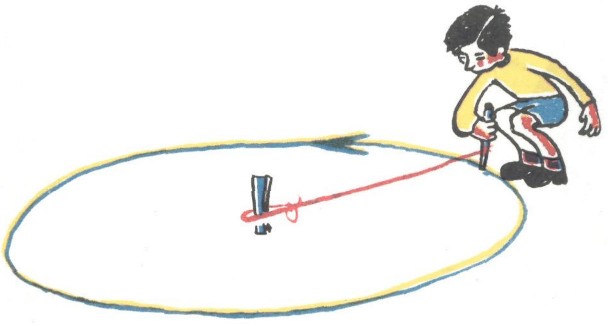
Aldeak ugaldu ala, poligono berdina «borobildu» egiten da:



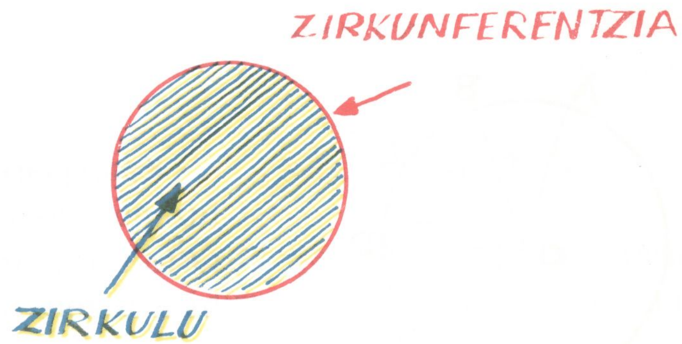
Mila edo bostehun mila aldetako poligono berdinek, horretara, zirkunferentzia bat ematen dute. Ondoko urteetan gertakari «bitxi» hau hartuko dugu gauza askoren argibidetzat.

19.6 — Har zazu soka bat, eta tinka zazu mutur bat lurrean, beste muturraz, beti jiratuz, marra bat egiten duzula.

Lortuko duzun eitea ZIRKUNFERENTZIA da, eta eite hau du:



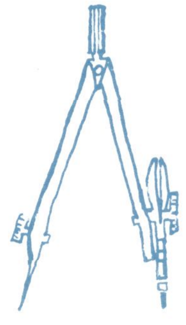
Zirkunferentziaren barreneko zabalguneari ZIRKULU deritza; eta inguruko lerroari, esana dugunez, zirkunferentzia.

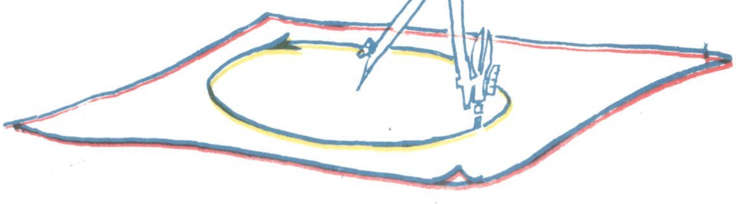


Txanponak ZIRKULU dira eiteaz.

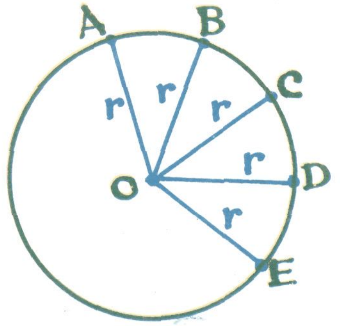
Zure bizikletaren bi gurpilak zirkulu dira, osoan hartuta; edo zirkunferentzia gomatikoaren ardatz soila hartzen bada kontutan.

PRATIKAN, eta geometriari dagokionez, KONPASAZ marrazten dira zirkunferentziak, erdian ERDIGUNE-tzat pundu aldagabe bat hartuz:





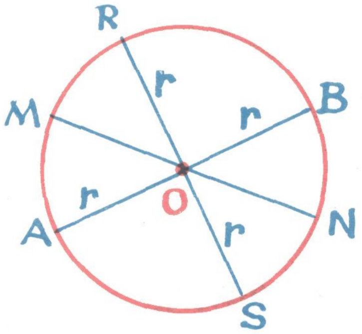
19.7 — **Marrazkuntzak berak erakusten duenez, zirkunferentzia pundu** GUZTIETATIK ERDIGUNERA tarte barbera dago.



Konpasaren besoak mugitu ez dituzunez gero (elkarri buruz, noski) tarte hori, zirkunferentziaren RADIOA hain zuzen, beti BERBERA da.

AO = BO = CO = DO = EO = r (radioa)

Edozein zirkunferentziatan, hortaz, tarte BERBERA dago erdigunetik zirkunferentziako pundu guztietara: RADIOAREN LUZERA, hain zuzen (=r=).



Era berean: O erdigunetik pasarazten diren rekta guztiek luzera BERBERA **dute. Eta bi atal berdinetan zatitzen dute zirkulua.**

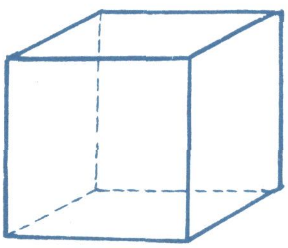
Luzera aldagabe hori RADIOAREN BIKOITZA da (= bi radio), eta DIAMETRO deritza (d).

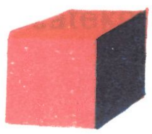
Radio guztiak berdinak diren bèzala, diametro guztiak ere berdinak dira:

AB = MN = RS = 2r = d

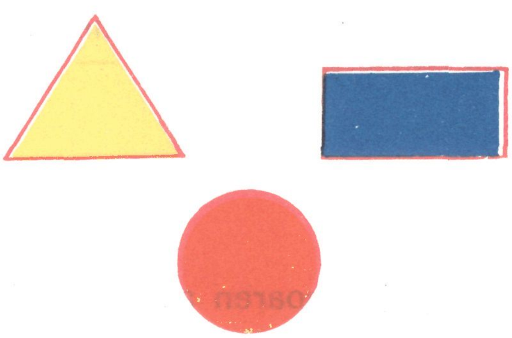
20. PRISMA. PIRAMIDE.

20.1 — Lauetik irtenez gero, beste geometri-maila batetara igarotzen gara: eite berri hauek HIRU IZARI (dimentsio) dituzte (zabal, luze, garai), eta ezin daitezke paper-orri batetan jar.

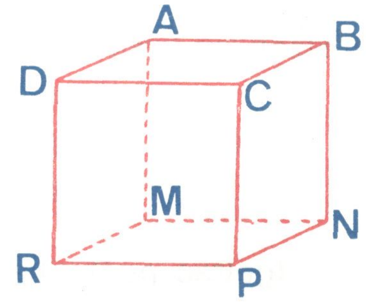




Kuboa, esate baterako, aditzera eman daiteke marrazki-bidez (hemengo irudian bezala); baina kuboa egon EZ DAGO orri-paperean.



Ezkerretan marraztu ditugun hirukia, laukia eta zirkunferentzia berriz, orri-paperean DAUDE: BI IZARITAKO eiteak dira hauek.



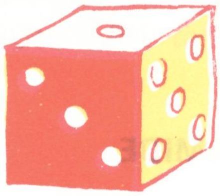
20.2 — Azter dezagun kuboa:

Kuboak 8 erpin ditu. Aipa ditzagun ilaran:

A, B, C, D, M, N, P, R.

6 albo ditu, eta albo hauek sei lauki berdin dira:

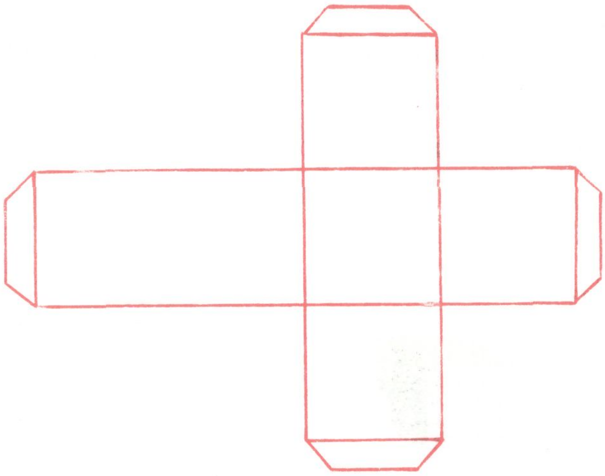
A B C D
M N R P
A M R D
B N P C
D C P R
A B N M



eta 12 ertz ditu:

AB, BC, CD, DA
MN, NP, PR, RM
AM, BN, CP, DR

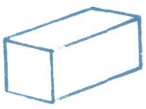
Dadoa kubo bat da.



Eraiki zazu kubo bat, goiko eitea duen paper puska bat ebakiz, eta lerro guztiak tolostuz. Margo itzazu sei alboak kolore desberdinez.

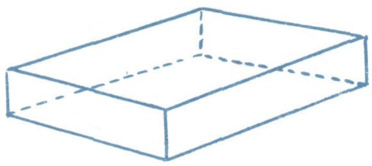
20.3 — Sei alboak berdinak izan ez arren, kuboaren antzeko eite bat lortzen da aisa: PRISMA deritzana.

Igeltso puska hau prisma bat da.



Etxaburu honek prisma-eitea du.

Liburu hau, eiteari dagokionez, prisma bat da.



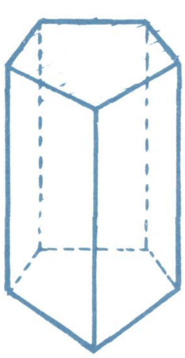
Prisma horiek, kuboak bezala:

6 albo
8 erpin dituzte
12 ertz

Baina albo eta ertzok ez dira berdinak.

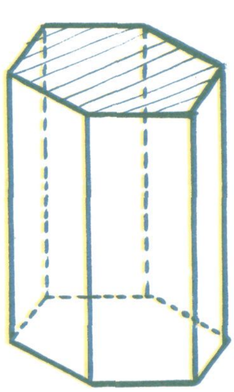
Beste era batera esateko, ez dira prisma «berdinak». Kuboa bai.

20.4 — Bestelako prismak ere gerta daitezke. Ikus ezkerretan:



Prisma honek, esate baterako, bi pentagono ditu oinarritzat, eta

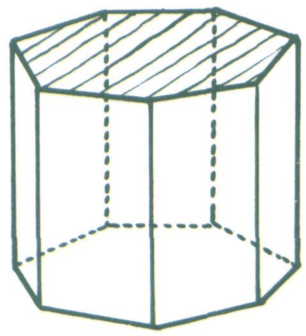
7 albo
10 erpin ditu
15 ertz

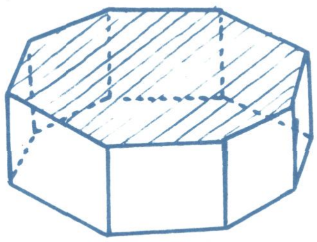


Beste honek berriz, bi hexagono oinarri:

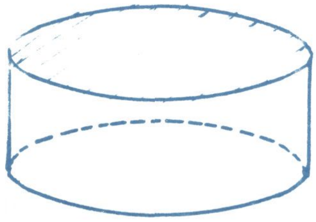
8 albo
12 erpin
18 ertz

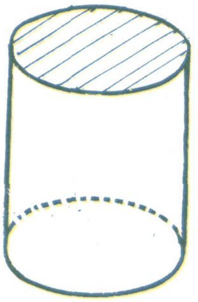
Zenbana dute ondoko hauek?



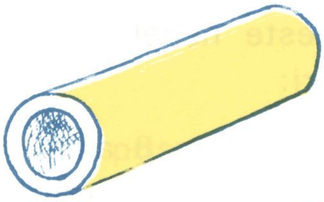


20.5 — Dagoeneko somatu dukezunez, prismaren oinarri diren poligonoen **alde-kopurua handitu hala, prisma «borobildu» egiten da. Oinarritzat 1.657** alde dituzten poligonoak dituen prisma ia borobila dela esan daiteke, eta benetan hodiaren itxura du.

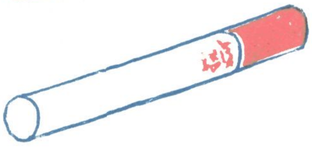




Oinarritzat BI ZIRKULU dituelarik, eite berri horri ZILINDRO deritza (ikus ezkerretakoak).



Hodia zuzenak zilindroak dira.



Zigarroak ere zilindro dira.

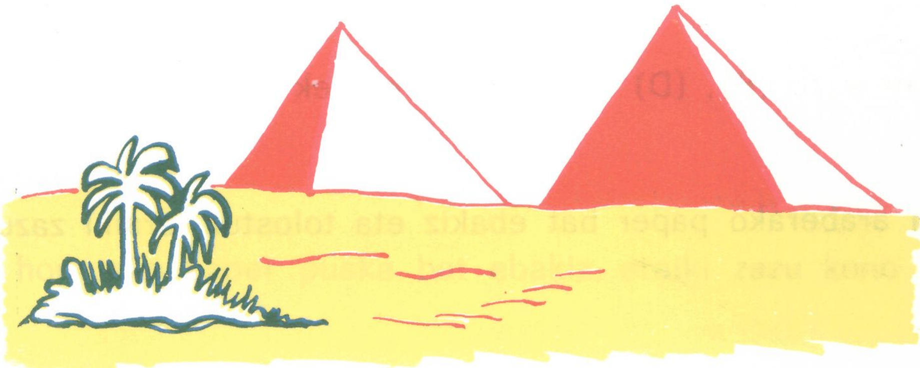
Arkatz batzuek prisma eitea dute.

Beste arkatz batzuek berriz zilindro-eitea.

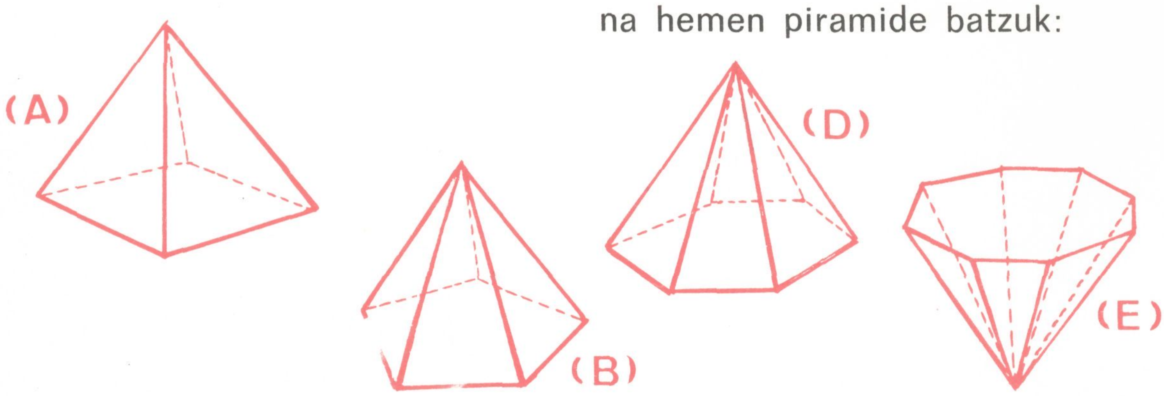
Bila itzazu zeure kabuz zilindro eitea duten bost gauza.

20.6 — Ikus dezagun orain beste geometri-sail bat: PIRAMIDEAK.

Ziur gaude noiz edo behin bederen Egiptoko piramideen irudiren bat ikusia duzula.



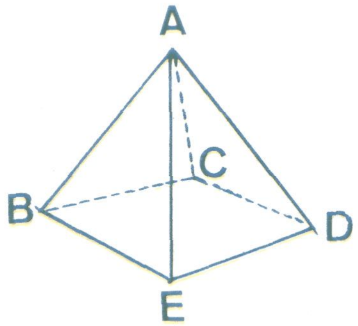
Piramideak eta prismak, ageria denez, desberdinak dira funtsez. Hona hemen piramide batzuk:



Piramideen oinarria, beraz, POLIGONO bat da; eta honen gainean, ertz guztien bilgune, ERPIN BAKAR BAT dago.

Baina bai prismak bai piramideak LAU-ATALEZ, lau-puskaz, osaturik daude. Eta zuzen-puskaz osaturik dauden eite lauei POLIGONO esaten zaien bezala, lau-puskaz osaturiko eiteei POLIEDRO esaten zaie.

20.7 — Zenbat albo, erpin eta ertz dute A, B, D eta E piramideak?



Azter dezagun bat elkarrekin.

5 albo:

AEB, ABE, ABC, ACD, BCDE

5 erpin:

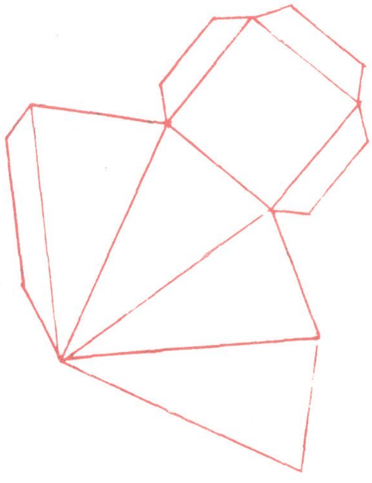
A, B, C, D, E,

8 ertz:

AB, AC, AD, AE, BC, CD, DE, EB.

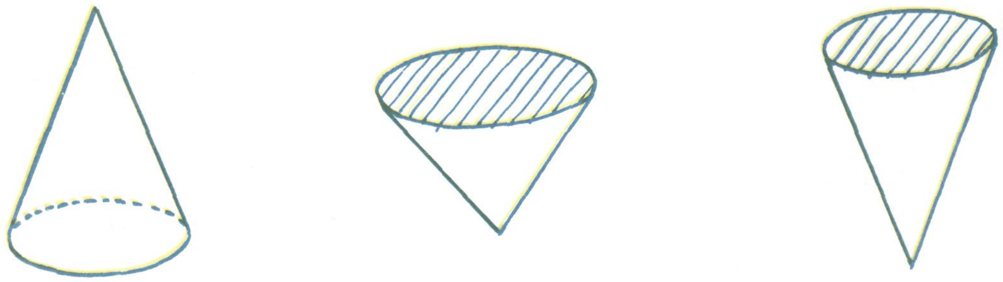
Zenbana dute (B), (D) eta (E) piramideek?

Honen araberako paper bat ebakiz eta tolostuz, eraiki zazu piramide bat:

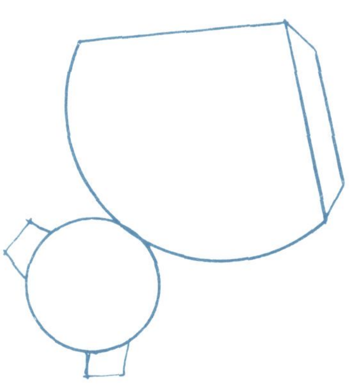


20.8 — Oinarritzat ZIRKULU bat hartzen delarik, eite berezi bat sortzen da, eta KONO deritza..

Hona hemen batzuk.



Molde honetako paper puska bat ebakiz, eraiki zazu kono bat.

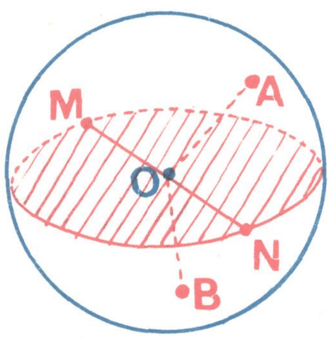


20.9 — Beste eite ezagun bat bukatzeko: pilotarena, pustarriena, baloiena.

Geometri-eite honi ESFERA deritza.

Esferaren erdi-erdian dagoen punduari **ERDIGUNE deritza.**

Esferaren gainaldeko pundu guztietatik erdigune horretaraino tarte berbera dago: RADIOA.



Eta erdigunetik igarotzen diren rektek, DIAMETRO bat mugatzen dute. MN diametro bat da; eta, bistan da, 2 radioren luzera du:

$$d = 2r$$

Gogoan atxikazu, hortaz, funtsean bertan ZIRKUNFERENTZIAK ETA ESFERAK duten ahaidetasun sakona.

MATEMATIKA - HIZTEGIA

ALBO	=	cara, face
ALDE	=	lado, côté
ANGULU	=	ángulo, angle
AURKARI	=	opuesto, opposé
BAKETA	=	suma, somme
BAKARI	=	sumando,
BANAKETA	=	división, division, partition
BANAKARI	=	dividendo, dividend
BANATZAILE	=	divisor, diviseur
BERDINTZA	=	igualdad, ecuación; egalite, equation
BERDIN (poligono)	=	regular, regulier
BIDERKETA	=	multiplicación, produit
BIDERKARI	=	multiplicando
BIKO	=	pareja, couple
BILKETA (multzo)	=	reunion (de conjuntos) operación. reunion (d'ensembles)
BILKURA (multzo)	=	reunión (de conjuntos), resultado
DESBERDINTZA	=	inecuación, inequation, inegalite
EBAKETA	=	intersección (conj.), intersection (ens.)
EITE	=	forma, forme (Geometr.)
ELKARBIDE	=	relación (conj.), relation (ens.)
ELKARGUNE	=	punto de intersección, poins d'intersection
ELKARKETA	=	producto (conj.), produit (ens.)
ELKARZUT	=	perpendicular, perpendiculaire
EMAITZA	=	resultado, resultat

ERAGIKETA	=	operación, operation (matemática)
ERDI	=	semi- demi-
ERDIGUNE	=	centro (geometría), centre
ERPIN	=	vértice
ERPIN-AURKARI	=	opuestos por el vértice
ERTZ	=	arista
GEZI	=	flecha, fleche
HUTS	=	vacío, cero; vide, zero
HIRUKI	=	triángulo, triangle
HIZKI	=	letra, lettre
IZARI	=	dimensión, dimension
IZENDATUZ EMAN	=	BANAKETAZ EMAN = por enumeración (conj.) par enumeration
KAKOTX	=	coma, virgule
KAMUTS	=	obtuso, obtus (geometría)
KENEKETA	=	resta, soustraction
KENKARI	=	minuendo
KENKIZUN	=	sustraendo.
KETA	=	cantidad, quantité
KOPURU	=	cantidad numérica, quantite (numerique)
LAUKI	=	cuadrilátero, quadrilatere
LAU-ERDI	=	semi-plano, demi-plan
LAU	=	plano, plan
LOTKIA	=	relación, rapport
LOTURA	=	relación, rapport
LUMERO	=	cifra, chiffre, cardinal
LUZERA	=	longitud, longeur

MAKUR		curvo, courbe
MAKURKI	=	trozo de curva, partie d'une ligne courbe
MAKURRERA	=	curvatura, courboure
MARRAZKI	=	esquema, dibujo, scheme
MARRAZ (TU)	=	dibujar, dessiner
MENPEKO-MULTZO	=	sub-conjunto, sous-ensemble
MULTZO	=	conjunto
NEURKIN	=	unidad de medida, unite de mesure
NEURPIDE	=	unidad de medida, unite de mesure
PAREKIDE	=	paralela, paralele
TAULA	=	tabla, tableau
ZABALERA	=	ancho, large
ZATIKETA	=	división (conjuntos), partition (ens.)
ZENBAKI	=	número, nombre
ZENBAKIDE	=	equivalente, equivalent (ensembles)
ZENBAKETA	=	numeración, numerotation
ZENBAKUNTZA	=	numeración, numerotation
ZORROTZ	=	(Geom.) agudo, aigu

ZUZENKIZUNAK

1.

1.1.

«iburuek» ... ... liburuek
«elemendu» ... ... **elementu (BETI)**
«Ondarrabi-ko» ... ... Hondarrabia-ko

1.2.

«Aegia» ... ... Alegia
«Mutzo» ... ... Multzo

1.3.

«ere berean» ... ... era berean
«menpeko multzo» ... ... **azpi-multzo (BETI)**

Bigarren laukian

«O menpeko biltzen du» ... ... O azpi-multzoa biltzen du
«ere berean» ... ... era berean
«osoriko» ... ... osorik

1.5.

«idatz deiteke» ... ... idatz daiteke

2.1.

«Garbiako» ... ... Garbiago
= «edo» ... ... = **berdin (BETI)**
«saia zaitzez» ... ... saia zaitez

4.1.

«norerkin» ... ... norekin

4.2.

«(joanes, oier...)» ... ... (Joanes, Oier...)

4.4.

«baitude» ... ... baitaude

4.6.

$E = \{ (3,5) \ldots \}$ Bikote bat falta da = (7,12). Erantsi egin behar da.

4.7.

«E = (,), (,)...» ... $E = \{ (\ , \ ), (\ , \ ) \ldots \}$

5.

5.1.

«Ekarpide» ... ... Elkarpide

5.2.

«ditzaun» ... ... ditzagun
«artan» ... ... artean

5.4.

«erasta» ... ... erastea

5.5.
Lehenengo irudian:
«larumbata» ··· ··· ··· ··· ··· ··· larunbata

5.6.
«sana dugunez» ··· ··· ··· ··· esana dugunez

6.4.
«taxueta» ··· ··· ··· ··· ··· ··· taxuketa

6.6.
«amabi» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· hamabi

7.
7.2.
«elemendurik» ··· ··· ··· ··· ··· elementurik

7.4.

«H	P
3	4
2	1
6	0» ··· ··· ··· ···

H	P
3	4
+ 2	1
6	0

Era berean osatu behar dira gainerako zazpi baketak.

8.
8.3.
«i rakurriko» ··· ··· ··· ··· ··· irakurtzeko

8.4.
«Kenteta» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· kenketa

9.
9.3.
«chuneko» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· ehuneko

11.
11.5.
«Laurdena» ··· ··· ··· ··· ··· ··· laurdena
«Froga» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· froga

12.
«Banaketa» ··· ··· ··· ··· ··· ··· **ZATIKETA (BETI)**
«banakari» ··· ··· ··· ··· ··· ··· **ZATIKIZUN (BETI)**
«banatzaile» ··· ··· ··· ··· ··· ··· **ZATIKARI (BETI)**
«emaitza» ··· ··· ··· ··· ··· ··· **ZATIDURA (BETI)**

BANAKARI	**BANATZAILE**	**ZATIKIZUNA**	**ZATIKARIA**
	EMAITZA		**ZATIDURA**
HONDARRA		**HONDARRA**	

12.3.
(beherean)
«markatu» ··· ··· ··· ··· ··· ··· markatuz

12.5.
«Kondar» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· hondar

«Kondar» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· hondar

14.

«SISTIMA» = **SISTEMA (BETI)**

15.

«albo» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· **AURPEGI (BETI)**

1 cm × 1 cm = 1 cm^2 = **1 zentimetro koadro (BETI)**

15.2.

«herremanak» ··· ··· ··· ··· ··· harremanak

15.3.

«LITRO = dm^3 = "1"» ··· ··· LITRO = dm^3 = l

15.4.

«multzotako» ··· ··· ··· ··· ··· multzoetako

16.

«PLANO» = **LAU (BETI)**
«REKTA» = **ZUZEN (BETI)**

16.4.

«helere» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· halere
«zatizten» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· zatitzen
«EREMU» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· **AZAL (BETI)**

16.9.

«ezkerretan» ··· ··· ··· ··· ··· ··· beherean

17.

17.3.

«alderatu. Egin» ··· ··· ··· ··· alderatu egin

17.8.

«giten» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· egiten
«dezagu» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· dezagun

18.4.

«ezkerretan» ··· ··· ··· ··· ··· beherean
«ERPIN-AURKARI» ··· ··· ··· ··· **ERPIN-AURKAKO (BETI)**

18.6.

«HETSI HALA» ··· ··· ··· ··· ··· HETSI ALA
«ZABALDU HALA» ··· ··· ··· ZABALDU ALA

19.

PAREKIDE ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· **PARALELA (BETI)**
ESKUADRA ··· ··· ··· ··· ··· ··· **ESKUAIRA**

20.

«ALBO» ··· ··· ··· ··· ··· ··· ··· **AURPEGI (BETI)**

HIZTEGIA

«egalite»	égalité
«equation»	équation
«reunion»	réunion
«inequation»	inéquation
«inegalite»	inégalité
«elkarbide»	elkarpide
«poins»	point
«resultat»	résultat
«operation»	opération
«fleche»	flèche
«zero»	zéro
«enumeration»	énumération
«quantite»	quantité
«numerique»	numérique
«quadrilatere»	quadrilatère
«longeur»	longueur
«courboure»	courbure
«scheme»	schème
«conjunto»	conjunto, ensemble
«unite»	unité
«paralele»	parallèle
«equivalent»	équivalent
«numerotation»	numérotation.