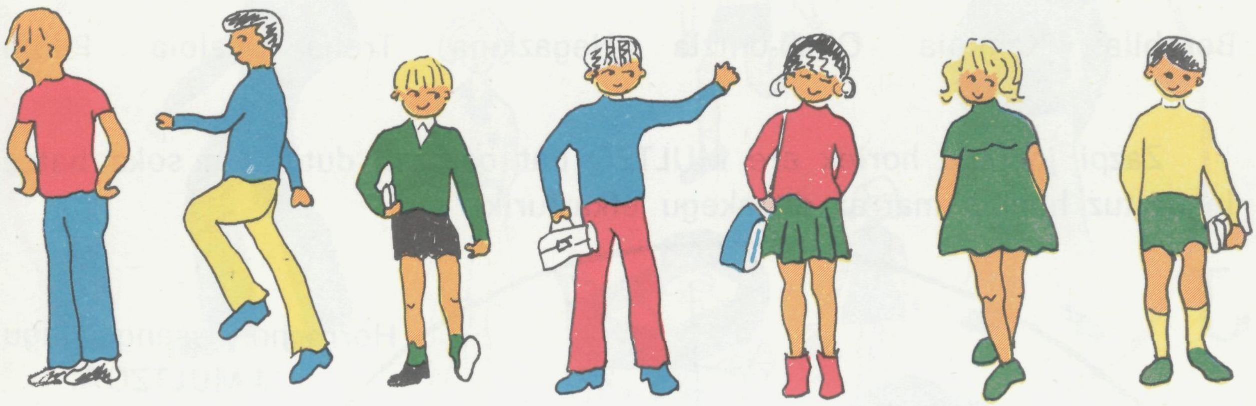
MATEMATIKA

BIGARREN MAILA

1 — MULTZO

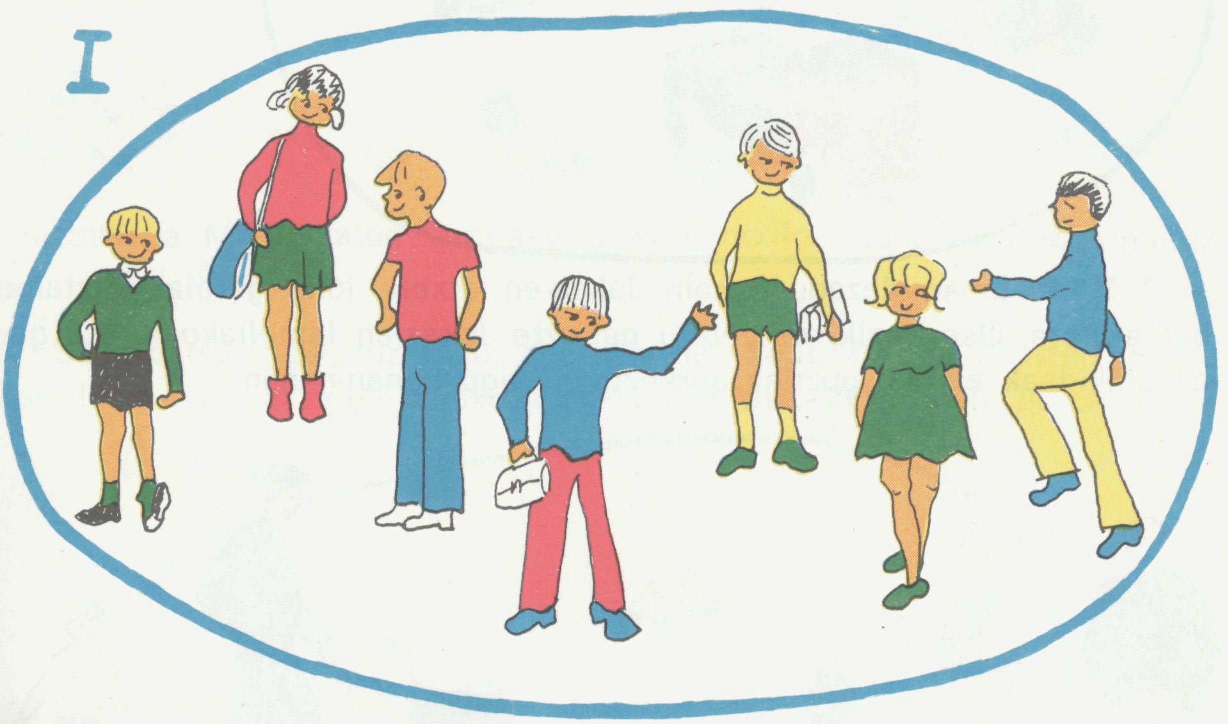
1. 1.— Eman dezagun ikastola bat.

Zein haur ari da hartan ikasten?



Jakes Jon Mikel Andoni Marta Mirentxu Markox

Ikastola horretan, beraz, zazpi ikasle horiek ari dira ikasten. Zazpiok osatzen dute ikastolako ikasle-taldea.

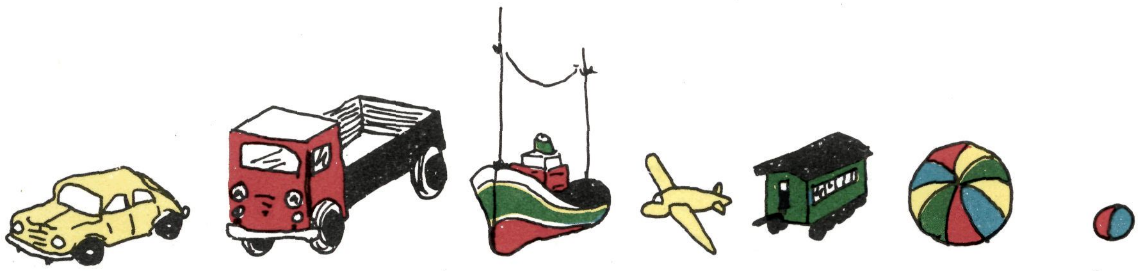


Bil ditzagun ikasleok soka batez.

Horra hor, ikastolako ikasleen MULTZOA.

Multzo hori **«I - multzoa»** dei dezakegu.

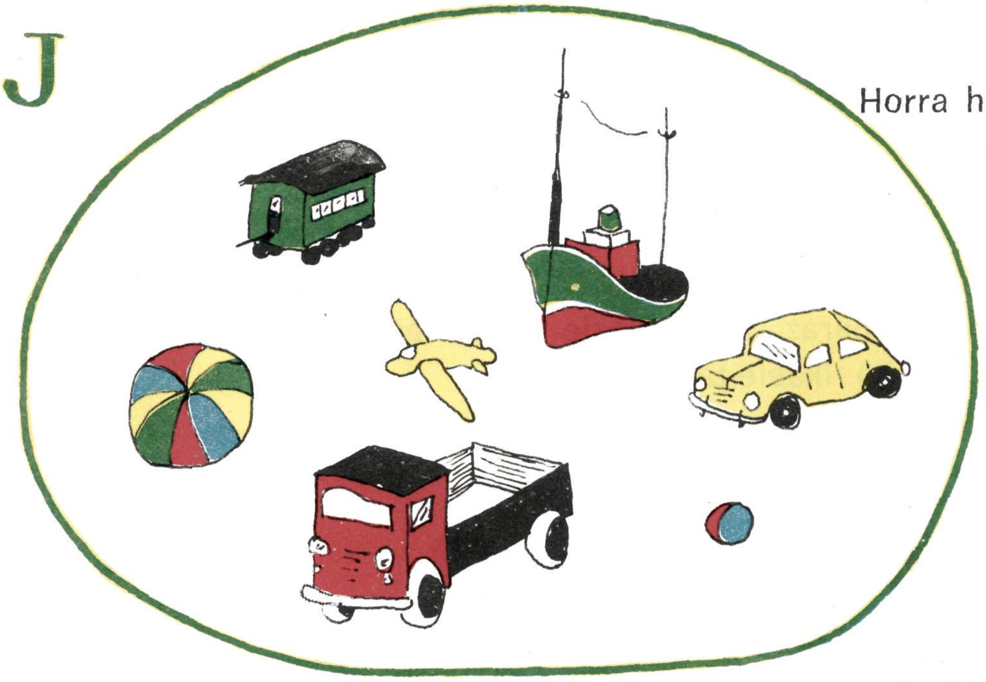
1. 2.— Eman ditzagun orain Jakes-en jostailuak:



Berebila Kamioia Oihal-ontzia Hegazkina Trena Baloia Pilota

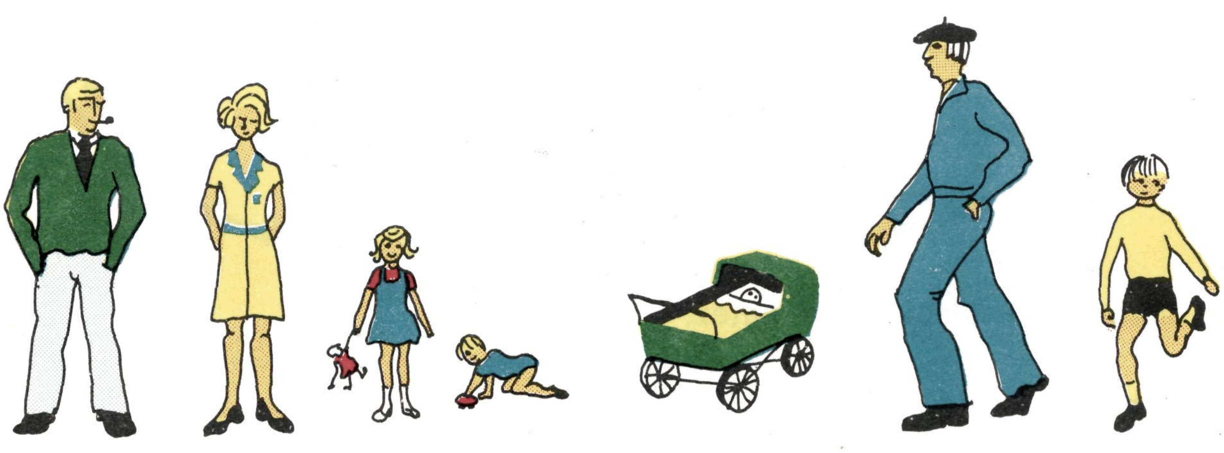
Zazpi jostailu horiek ere MULTZO bat osatzen dute, eta soka batez inguratuz honela marraz ditzakegu elkarturik:

J



Horra hor, esango dugu, **J-MULTZOA.**

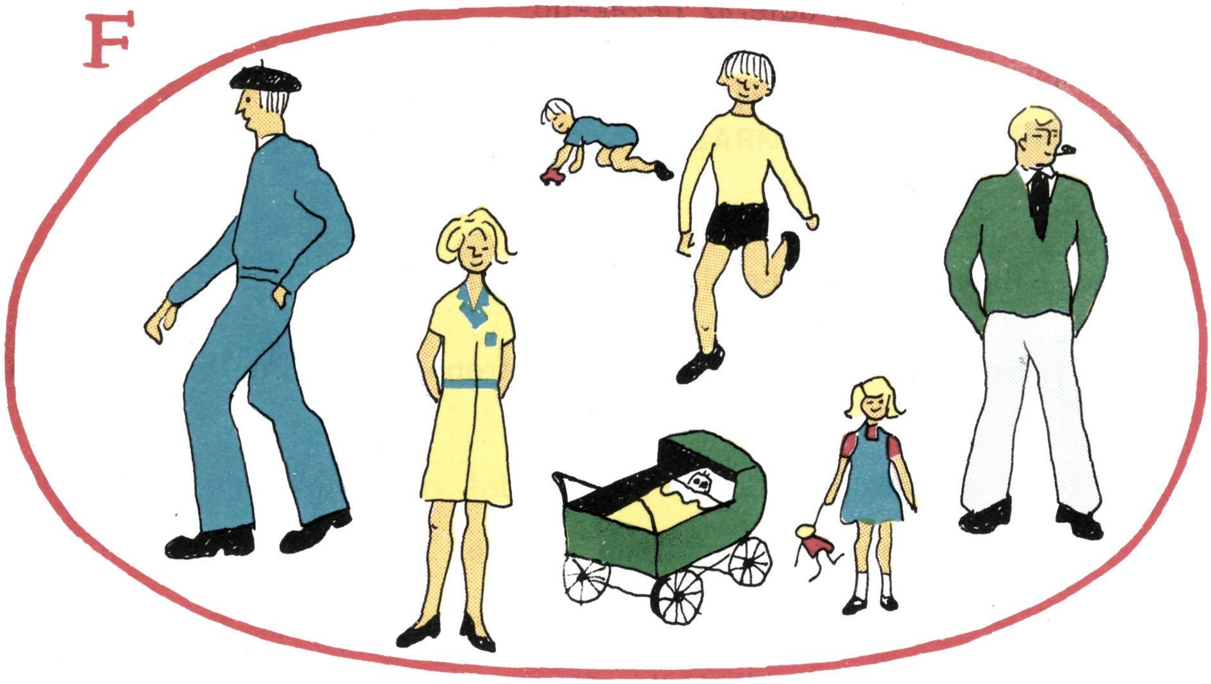
1. 3.— Eman dezagun orain Jakes-en etxera joan garela ikustamen bat egitera. Oso pozik errezebitu gaituzte Jakes-en fameliakoek, eta gure eskolakideak etxeko guztiak aurkeztu dizkigu banan-banan:



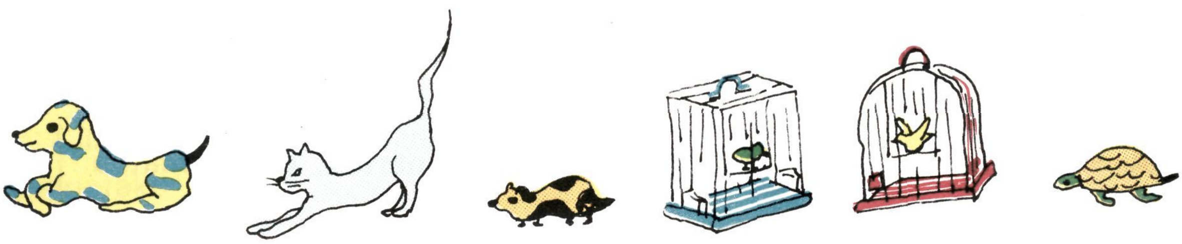
Aita Ama Maddi Iñaki Aintzane Osaba Mikel Jakes (bera)

Sei horiek eta Jakesek berak MULTZO BAT osatzen dute, Jakes-en fameliaren multzoa; eta soka batez inguratuz honela marraz dezakegu. Hortxe dugu horrela, **F-MULTZOA.**

F



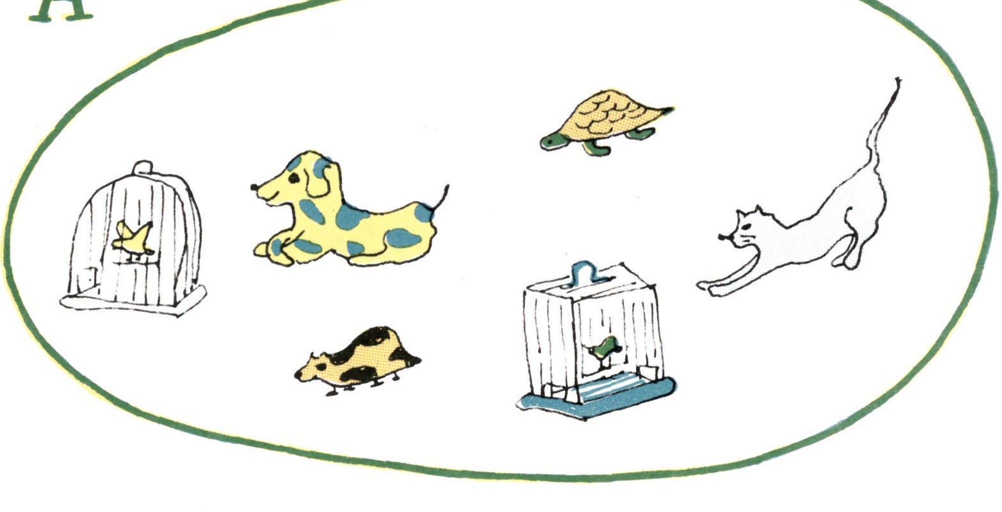
1. 4. — Jakes oso pozik joaten da Andoni-ren etxera, honek abere maitagarriak baititu bere etxean:



Toni zakurra **Minux katua** **Ttipi akuria** **Kardantxiloa** **Kanarioa** **Apoharmatua**

Soka batez inguratuz gero, abere horiek MULTZO bat osatzen dutela esan dezakegu: Jakes-en etxeko abereena, **A-MULTZOA** esate baterako.

A



1\. 5.— Beti multzoa OSOKI marraztu beharra nekagarri litzake; eta multzo bat marraztu gabe ere nolapait adierazteko, honela egin dezakegu:

Gorago aipatu dugun I-multzoa, gonbarazio batera, ikastola horretako ikasleen multzoa, honela adieraz dezakegu:

$$I = \{ \text{Jakes, Jon, Mikel, Andoni, Marta, Mirentxu, Markox} \}$$

Bide beretik, J-multzoa, Jakes-en jostailuen multzoa:

$$J = \{ \text{berebila, kamioia, oihal-ontzia, trena, hegazkina, baloia, pilota} \}$$

Gauza berbera F-multzoa; alegia, Jakes-en fameliaren multzoa:

$$F = \{ \text{aita, ama, Maddi, Iñaki, Aintzane, osaba Mikel, Jakes} \}$$

eta Jakes-eneko abereen multzoa:

$$A = \{ \text{Toni, Minux, Ttipi, kardantxiloa, kanarioa, apoharmatua} \}$$

2 — MULTZO ETA ELEMENTU : BARNETASUN-ELKARPIDEA.

2. 1. — Oroi gaitezen lehenengo Ikaskaian aipatutako multzoez.

I-multzoa, ikastolako ikasleen multzoa, ondoko hauek osatzen dute:

I = { Jakes, Jon, Mikel, Andoni, Marta, Mirentxu, Markox }

Jakes, beraz, I-multzoko ELEMENTU bat da, multzo horren BARRENEAN dagoelako.

Ez da barrenean dagoen bakarra, bestalde. I-multzo horretan badira beste elementu batzuk: Jon, Mikel, Andoni, eta abar. Hauek guztiak ere, barrenean direlako, I-ko ELEMENTU dira, Jakes bezalaxe.

J-multzoan, era berean, hegazkina, esate baterako, J-ren barrenean dagoelako, J-ko ELEMENTU bat da; eta trena, esate baterako, beste ELEMENTU bat multzo horretan.

F-multzoan (Jakes-en fameliaren multzoan, oroitzen garatekeanez) Jakes F-multzoko elementu bat da.

Baita Minux edo Ttipi, A-multzoko elementu.

2. 2. — Nola idatz elementu horiek multzoaren barrenean daudela? Alegia, multzo horietako elementu direla?

Hona hemen horretarako onartua izan den ikurra: $\in$

Eman dezagun berriro I-multzoa (ikastolako ikasleen multzoa, beraz). Hau guztia idatz dezakegu:

Jakes	$\in$	I
Jon	$\in$	I
Mikel	$\in$	I
Andoni	$\in$	I
Marta	$\in$	I
Mirentxu	$\in$	I
Markox	$\in$	I

Har dezagun orain F-multzoa (Jakes-en fameliaren multzoa). Zer idatz dezakegu?

aita	$\in$	F
ama	$\in$	F
Maddi	$\in$	F
Iñaki	$\in$	F
Aintzane	$\in$	F
osaba Mikel	$\in$	F
Jakes	$\in$	F

2. 3. — Idatz ezazu zerorrek J-multzoari dagokiona:

Berebila $\in$ J
kamioia . ...
oihal-ontzia ... ...
hegazkina . ...
trena ... ...
baloia ... ...
pilota ... ...

2. 4.— Nola irakur ikur horiek?

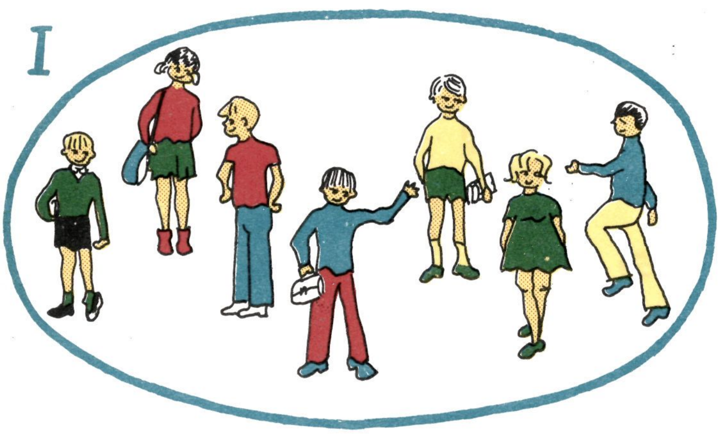
Jakes	$\in$	I	=	Jakes **I-koa da**	Oihal-ontzia	J	=	…………
Jon	$\in$	I	=	Jon **I-koa da**	Berebila	J	=	…………
Mikel	$\in$	I	=	Mikel **I-koa da**	Kamioia	J	=	…………
… … … … … … … … … … … … …					… … … … … … … … … …			

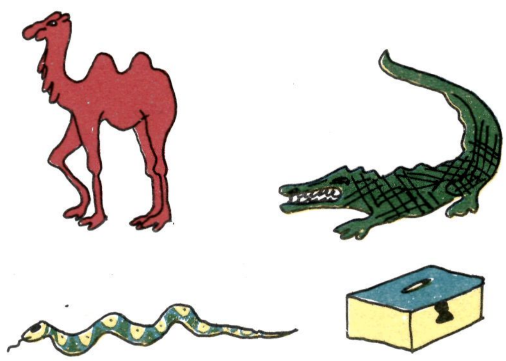
— Zerorrek multzo berri batzuk asma itzazu eta goiko ikurra erabiltzen saia zaitez ongi ikasia duzun arte.

2. 5.— Gogoan har dezagun berriro lehengo I multzoa (ikus ezkerretan).

Eta begira itzazu multzoaren ondoan marraztu ditugun gauzak.

I





Esana dugunez, Jon I-ren barrenean dago, I-koa da, eta hau idatz dezakegu hori adierazteko:

Jon $\in$ I («Jon I-koa da», azaldu dugunez)

Baina ganbelua, eman dezagun, ez da ikastolara joaten, eta ez da I-koa. Nola idatz hori? Nola idatz elementu bat multzo honetako edo hartakoa ez dela? Honela egitea erabaki da:

ganbelua $\notin$ I («ganbelua **ez da I-koa**»)

eta bide beretik idatz dezakegu:

sugea $\notin$ I («sugea **ez da I-koa**»)
kokodriloa $\notin$ I («kokodriloa **ez da I-koa**»)
kutxatila $\notin$ I («kutxatila **ez da I-koa**»)

2\. 6. — Osa itzazu zerorrek, $\in$ ala $\notin$ ikurren bidez, ondoko elkarpide hauek:

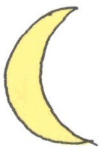
Jakes	F	Marta	J
Toni	J	Andoni	I
Toni	F	Baloia	I
Ttipi	J	Pilota	J
Hegazkina	I	Mikel	A
Mirentxu	A	Osaba Mikel	F
Mikel	J	Aita	A

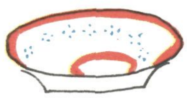
Apoharmatua	F
Maddi	A
Iñaki	I
Mirentxu	I
Jon	F

3 — MULTZOEN ADIERAZKETA

3. 1.— Eman dezagun elkarpide-sorta hau:

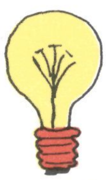

$\in E$

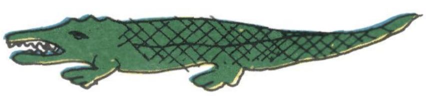

$\notin E$


$\in E$

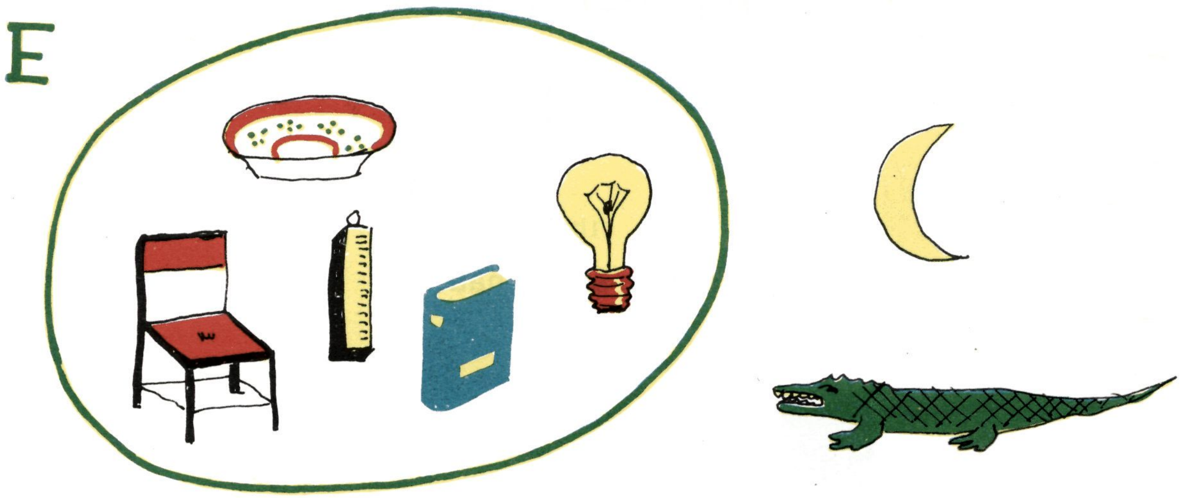

$\in E$


$\in E$


$\in E$


$\notin E$

Marraz dezagun, soka batez bildua, **E-multzoa:**



Kokodriloa eta ilargia ez dira E-koak, eta kanpoaldean marraztuko ditugu.

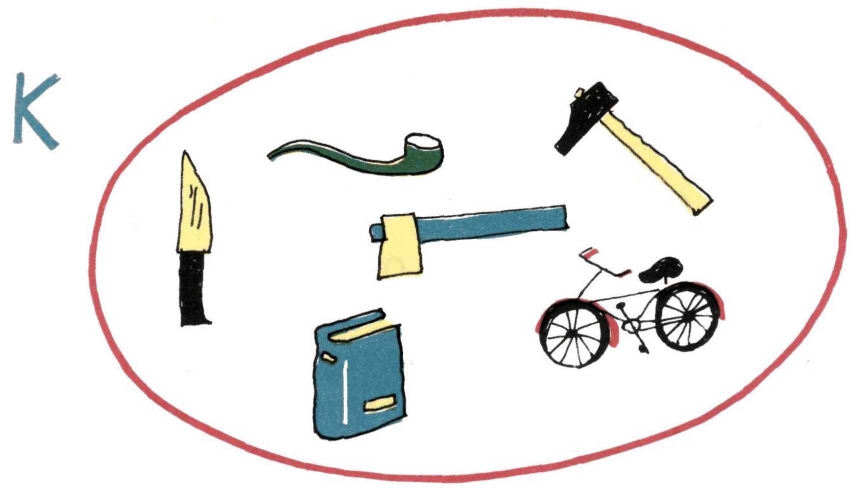
E-multzoa, horrela, **E-koa zein den** esanez, **banaketaz** mugatu dugu; alegia, barrenean dauden elementuak banan-banan esanez.

Geroago ikusiko dugunez, beste modu batera ere eman daitezke multzo bateko elementuak.

3. 2.— Esana dugunez, banaka elementuak marraztu gabe, beste modu batez ere idatz dezakegu E multzoa:

$$E = \{ \text{liburua, platera, aulkia, termometroa, bonbila} \}$$

3. 3.— Hona hemen, marrazturik, K bataiatuko dugun multzo berri bat:



Multzo horixe honela ere idatz dezakegu:

K = { pipa, labana, mailua, haizkora, liburua, bizikleta }

Hori dela bide, ondoko elkarpideak idatz ditzakegu:

pipa $\in$ K
mailua $\in$ K
labana $\in$ K
haizkora $\in$ K
bizikleta $\in$ K

3. 4.— K-multzoari buruz mintzo garelarik, beraz, eta hau irakurtzean:

mailua $\notin$ K

mailua K-koa denez gero (alegia, mailua, marrazkian ageri denez, K barreneko delako) elkarpide hori oker dagoela esan beharko dugu:

mailua $\notin$ K : OKERRA

Eta alderantziz beste elkarpide honi buruz:

mailua $\in$ K : ZUZENA

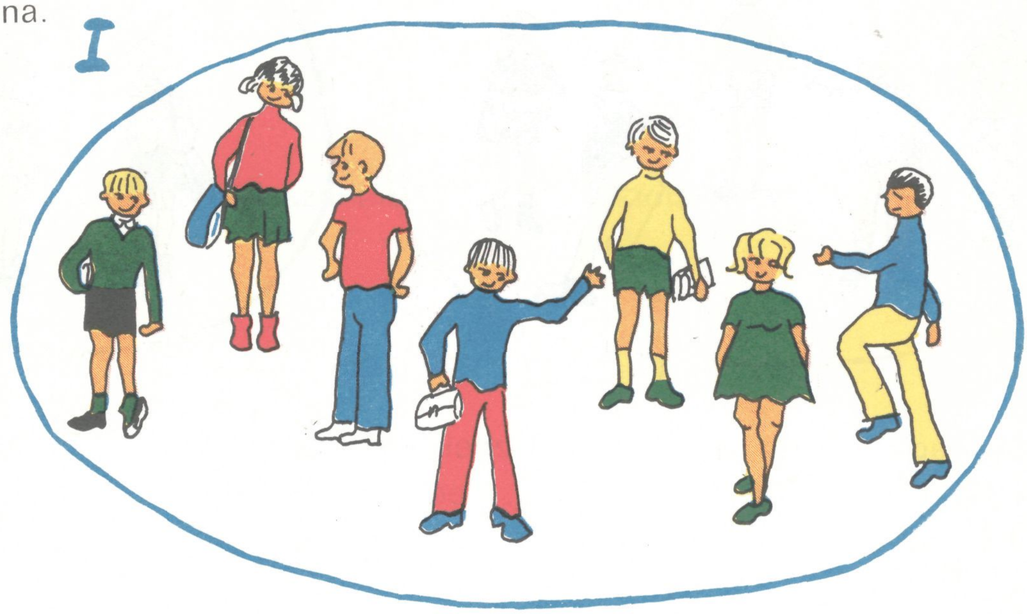
3. 5.— Idatz itzazu «okerra» ala «zuzena» hitzak, ondoko elkarpide hauen ondoren:

elefantea	$\in$	K	aita	$\notin$	F
pipa	$\notin$	K	ama	$\in$	F
katua	$\notin$	K	Toni zakurra	$\in$	A
labana	$\notin$	K	Maddi	$\notin$	F
zakurra	$\in$	K	Minux katua	$\notin$	F
liburua	$\in$	K	Ttipi akuria	$\in$	A

Jakes	$\in$	J
Marta	$\notin$	I
baloia	$\in$	I
trena	$\notin$	J
berebila	$\in$	I
oihal-ontzia	$\notin$	J
Mikel	$\in$	J
kokodriloa	$\notin$	I

4 — MULTZO ETA AZPI-MULTZO

4. 1.— Gogoan har dezagun berriro lehenengo ikaskaian aipatu genuen I multzoa (hemen ezkerretan birmarraztua); alegia, Jakes doan ikastolako ikasleena.



Orain badakigu multzo hori era honetara ere aurkez daitekeela:

I = { Jakes, Jon, Mikel, Andoni, Marta, Mirentxu, Markox }

Alegia, banaketaz, elementuak banan-banan emanez.

Ikastola horretan, ikus daitekeenez, bada neskatorik eta bada mutikorik ere.

Berez ditzagun mutikoak: Jakes, Jon, Mikel, Andoni eta Markox. Eta berez ditzagun orain neskatoak: Marta eta Mirentxu.

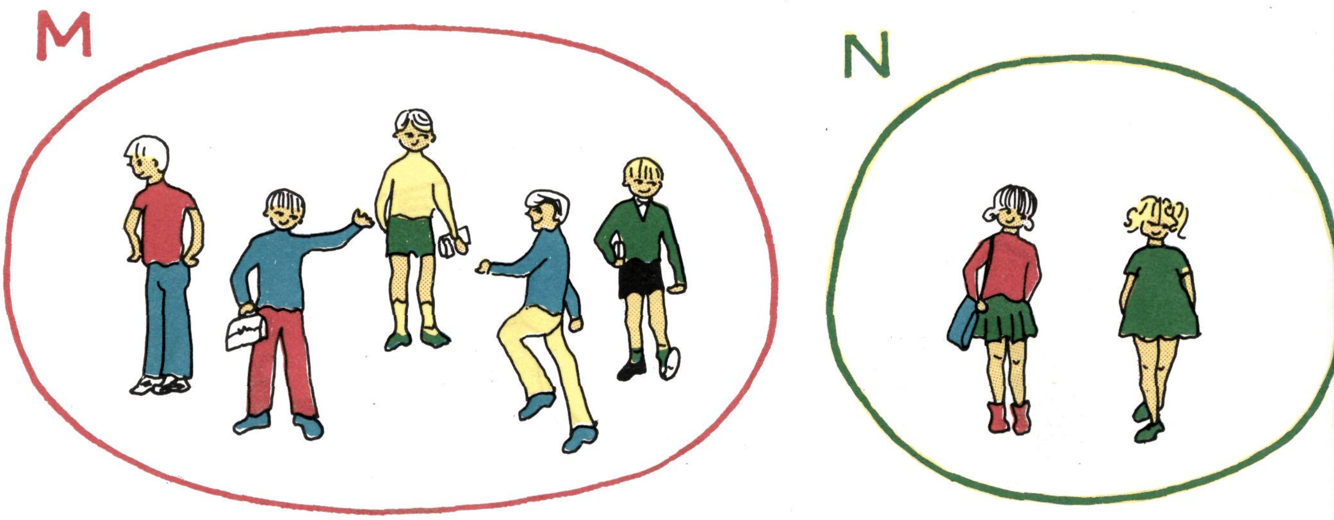
Mutikoek, beraz, multzo bat osatzen dutela esan dezakegu; «M» multzoa, esate baterako:

M = { Jakes, Jon, Mikel, Andoni, Markox }

Eta neskatoek, era berean, beste multzo bat, «N» eman dezagun:

$$N = \{ \text{Marta, Mirentxu} \}$$

Hau berau irudi-bidez adierazi nahi badugu, hau marraztuko dugu:



Hots, ageri denez, M eta N multzoek, batetik, eta I delakoak bestetik, badute elkarrekiko lotkia berezi bat. Zer xuxenki? M-multzoko elementu GUZTIAK I-multzokoak direla, I-multzoaren barrenean daudela.

Era berean, N-multzoko elementu guztiak I multzokoak dira.

Hori gertatzen delako, M eta N multzo berriok I-multzoaren AZPI-MULTZO dira. (Erdaraz, sub-conjunto, sous-ensemble).

4. 2. — Alde batetik, I-multzoari gagozkiolarik, hau idatz daiteke:

$$\text{Jakes} \in I$$
$$\text{Jon} \in I$$
$$\text{Mikel} \in I$$
$$\text{Andoni} \in I$$
$$\text{Marta} \in I$$
$$\text{Mirentxu} \in I$$
$$\text{Markox} \in I$$

Bestetik, I-multzoko mutikoei gagozkielarik, horiek M azpi-multzoa osatzen dutenez gero, ondoko hau idatz dezakegu:

Jakes	$\in$	M
Jon	$\in$	M
Mikel	$\in$	M
Andoni	$\in$	M
Markox	$\in$	M

Eta, era berean, N azpi-multzoari gagozkiolarik:

Marta	$\in$	N
Mirentxu	$\in$	N

M eta N, nahiz I-ren parte izan, benetako multzoak dira beren buruz; eta multzoei buruzko elkarpideak idatz daitezke M eta N-ri ezarrita.

Oraingo honetan, halere, M-azpi-multzoan dauden elementu GUZTIAK daude I-ren barrenean; alegia, I-multzoaren AZPI-MULTZOA da M; besoa gorputzaren atala den bezalatsu.

Nola adieraz daiteke hau? Matematikalariek $\subset$ ikurra erabiltzea erabaki dute:

$M \subset I$ (= «M, I-ren barrenean dago»)

$N \subset I$ (= «N, I-ren barrenean dago»)

N-multzoa I-ren azpi-multzoa da; N-multzoa I-ren azpi-multzoa da.

4. 3.— Argi dezagun hau beste adibide baten bidez:

Eman ditzagun euskal herri batzuk: Lizarra, Hazparne, Maule, Usurbil, Azpeitia, Izarra, Bermeo, Lekeitio eta Zumaia.

Oso bidez idatz dezakegu:

H = { Lizarra, Hazparne, Maule, Usurbil, Azpeitia, Izarra, Bermeo, Lekeitio, Zumaia }

Bederatzi herri horiek H-multzoa osa bezate.

Har ditzagun orain, berex, Gipuzkoakoak: Usurbil, Azpeitia eta Zumaia, hortaz.

Hiru herri hauek «G» multzoa osa dezakete:

G = { Usurbil, Azpeitia, Zumaia }

Hiru herri hauek Euskal Herrikoak dira, beraz; baina Gipuzkoakoak ere bai. G, hortaz, H-multzoaren azpi-multzoa da; eta hau idatz dezakegu:

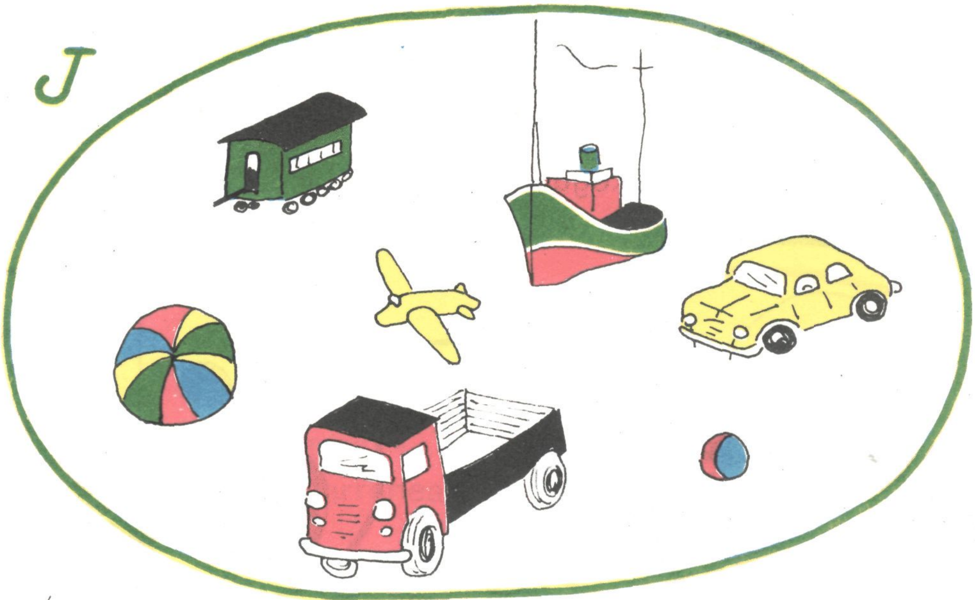
$$G \subset H$$

Era berean, Bermeo eta Lekeitio Bizkaiko herriak dira; eta «B» azpi-multzoa osa dezakete; eta, beraz:

$$B \subset H$$

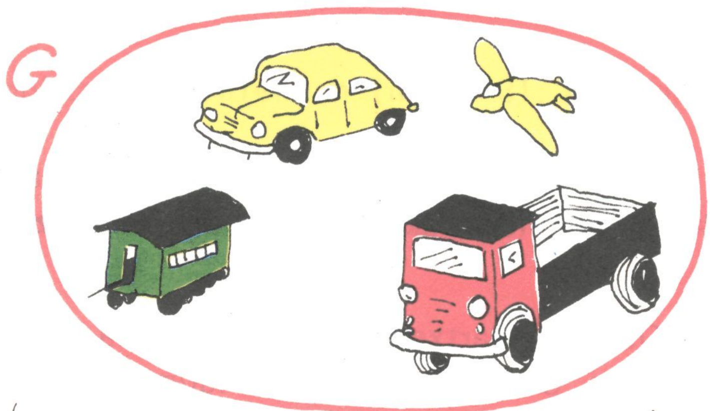
— Segi zerorrek bide beretik.

4. 4. —Beste adibide bat. Gogoan har dezagun lehendabiziko ikaskaian aipatu genuen J-multzoa; alegia, Jakes-en jostailuena.



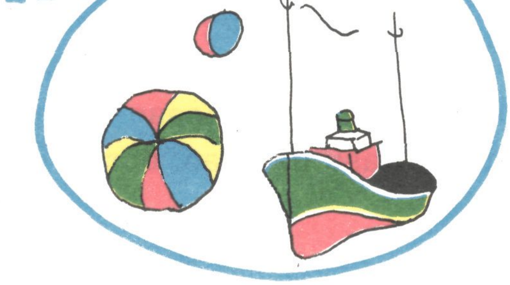
J = { berebila, kamioia, oihal-ontzia, trena, hegazkina, baloia, pilota }

Multzo horretan banaketa bat egin dezakegu. Jar ditzagun alderdi batean gurpilak dituzten jostailuak, eta «G» azpi-multzoa osa:



G = { berebila, kamioia, hegazkina, trena }

eta beste azpi-multzo batetan gurpilarik ez dutenak, «K» eman dezagun:

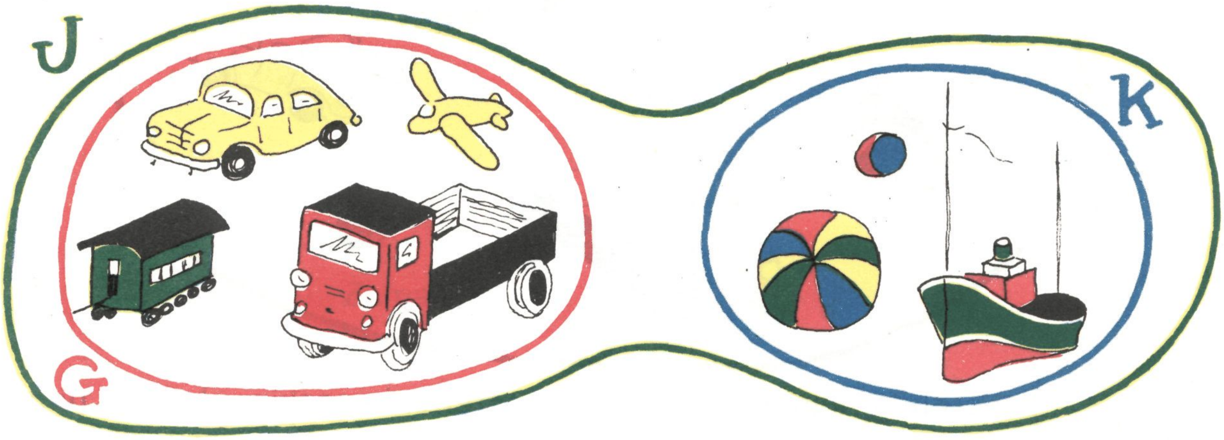


K = { oihal-ontzi, baloia, pilota }

Bi elkarpide hauek idatz ditzakegu:

$$G \subset J$$
$$K \subset J$$

Eta hau ere marraz dezakegu:



Zenbait adibide asma ezazu eta «azpi-multzo» ideiaz guztiz nagusi zaitez.

4. 5. — Multzoak adierazteko modu bat aipatua dugu jadanik: **banaketazkoa;** alegia, multzoko elementuak banan-banan izendatzekoa:

U = { Urtarrila, Otsaila, Martxoa, Apirila, Maiatza, Ekaina, Uztaila, Abuztua, Iraila, Urria, Hazaroa, Abendua }

Baina **ezagupidez** ere eman zitekeen multzo hori:

U = { urteko hilabeteak }

Honela eman daitezke, esate baterako, hiru alde duten hiruki edo triangulu guztien multzoa; lau alde duten lauki guztien multzoa; bost aldetakoena, eta abar, poligono guztiok banan-banan marraztu beharrik gabe (ezinezkoa bailitzake, bestalde). Kasu hauetan, beraz, ezagupidez finkatzen dugu multzo baten izana.

Bide beretik eman daiteke multzo-adibide asko: «a» batez hasten diren hibaien multzoa, «j» batez hasten diren ikastolako mutilena, eta abar.

4. 6. — Ebaki itzazu, kolorezko kartoinez, zortzi hiruki (triangulu) desberdin, zortzi lauki, eta zortzi boski; eta molda itzazu zerorrek zeure kasako multzo batzuk. Multzo horiek moldatu ondoren, bila itzaiezu azpimultzoak; eta idatz ezazu hori dena $\subset$ eta $\in$ baliatuz.

4. 7. — Jakina, $\subset$ ikurrak «...ren barrenean dago» adierazten duen bezala, $\not\subset$ ikurrak «...ren barrenean ez dago» adierazten du.

Herri multzo hau, esate baterako:

$$P = \{ \text{Burgos, Zaragoza, Toulouse} \}$$

ez dago H-multzoaren barrenean (ikus 4.3); eta hortaz hau idatz daiteke:

$$P \not\subset H \quad (= \text{«P-multzoa ez dago H-an»})$$

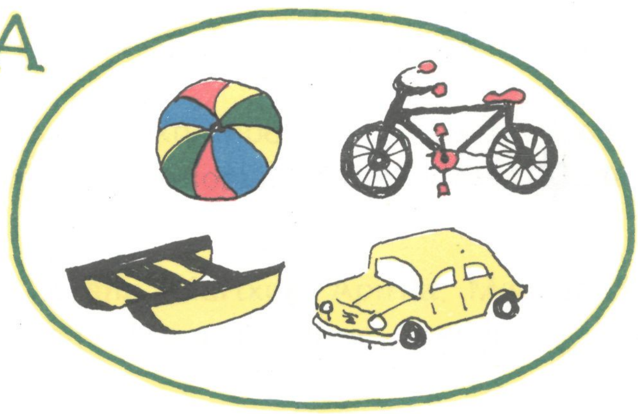
4. 8. — Lehen $\in$ eta $\notin$ ikurrez egin duguna orain $\subset$ eta $\not\subset$ ikurrak baliatuz berdin egin genezake.

Zerorrek elkarpide batzuk jar itzazu ondoren «zuzena» ala «okerra» hitza erantsiz.

5 — MULTZOEN BILKETA ETA KENKETA

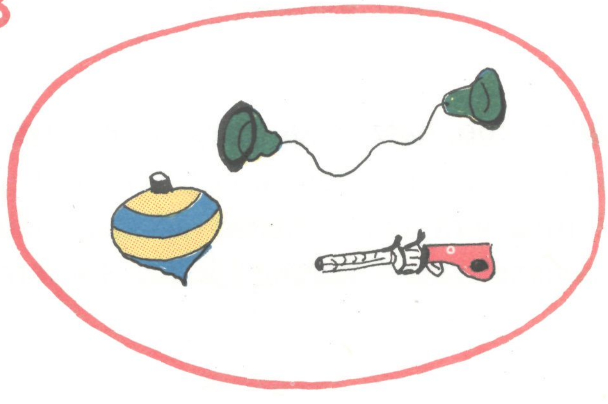
5. 1.— Eman ditzagun ondoko bi multzo hauek:

A



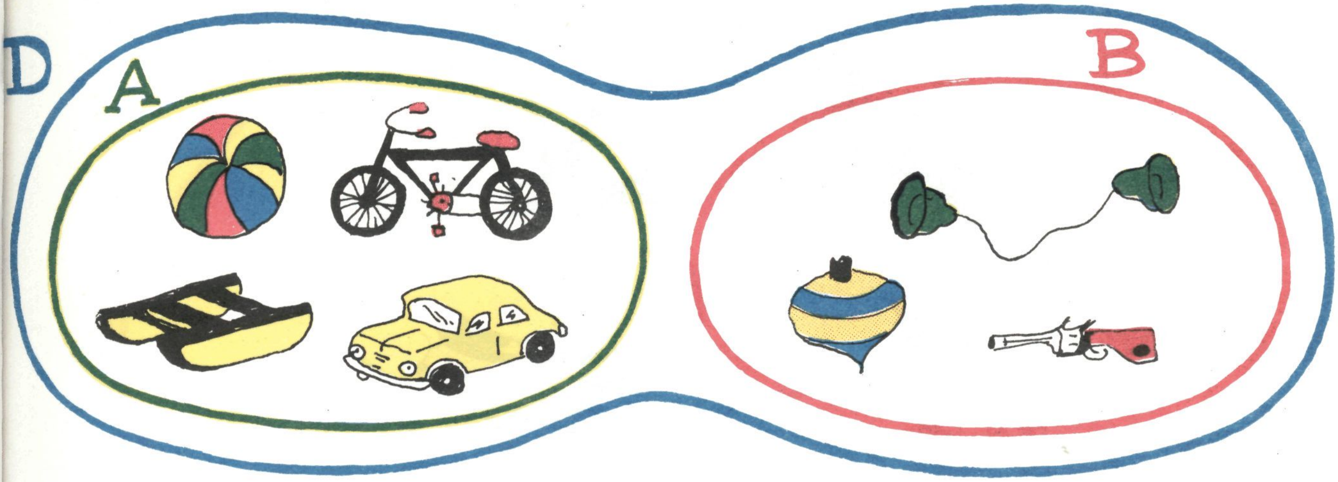
A = { lera, baloia, berebila, bizikleta }

B



B = { soka, txiba, xixpoleta }

Jostailu horiek biltzen baditugu, beste jostailu-multzo bat lortuko dugu: «D» eman dezagun:



Eta eragiketa hori honela idatziko dugu:

$D = A \cup B = \{$ lera, baloia, berebila, bizikleta, soka, txiba, xixpoleta $\}$

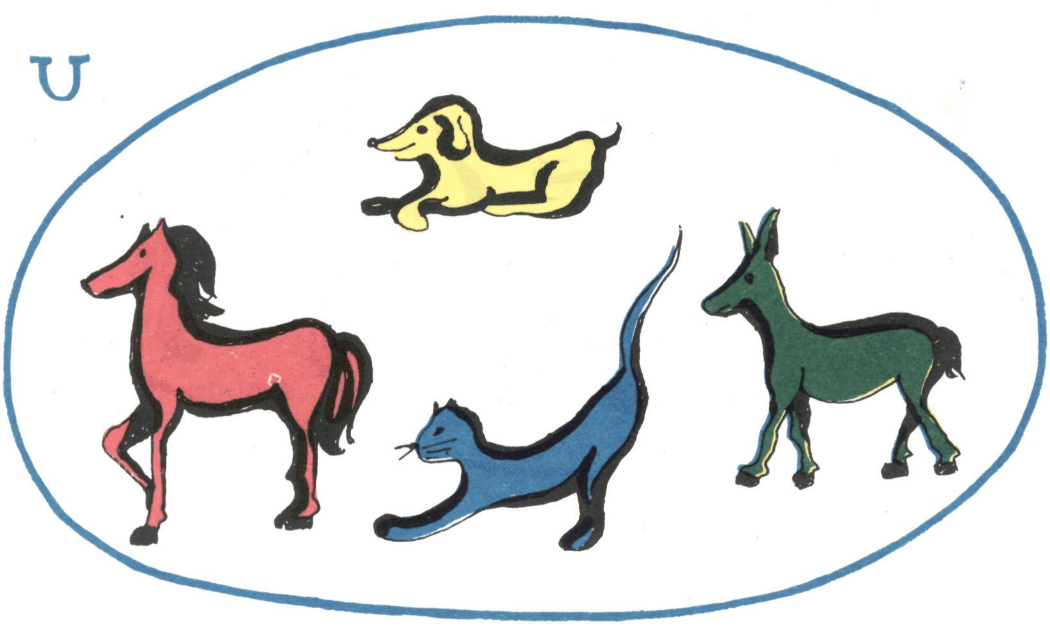
$A \cup B = \{$«A bil B»$\}$

Eragiketa horri BILKETA deritza, eta sortzen den multzoari BILDURA.

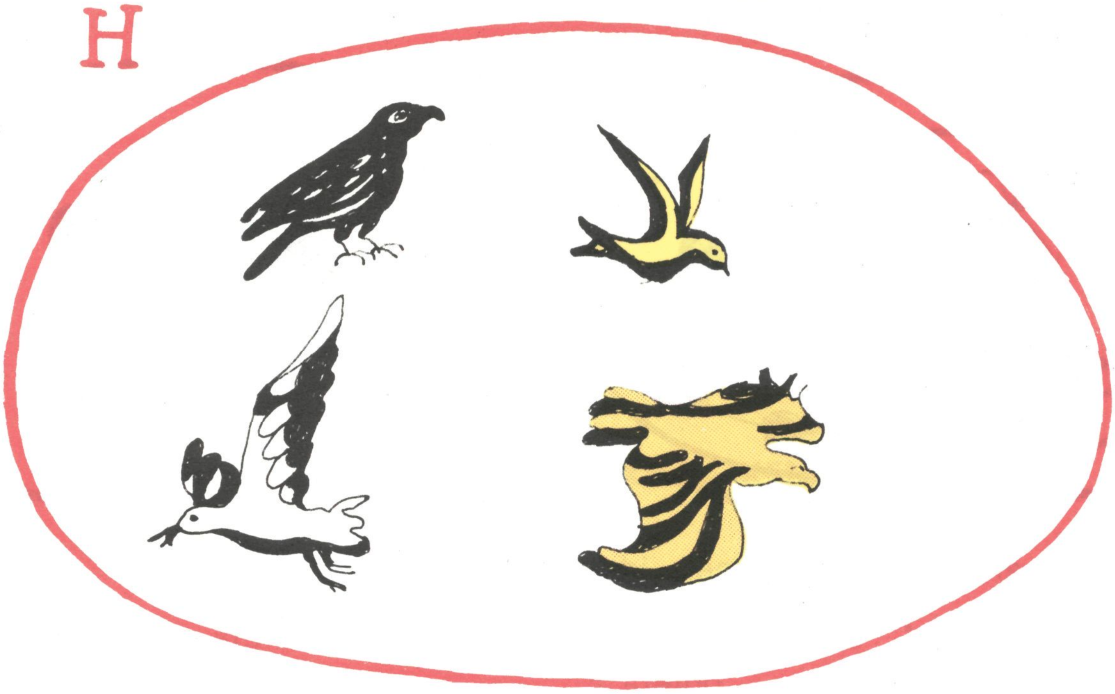
5. 2. — Eman ditzagun orain beste bi multzo hauek:

$U = \{$ katua, zakurra, zaldia, astoa $\}$
$H = \{$ antxeta, enara, belea, arranoa $\}$

Marraztuz gero:



H



Bi multzo horien BILKETA eginez gero, beste multzo hau lortzen dugu:

A = U **U** H = { katua, zakurra, zaldia, astoa, antxeta, enara, belea, arranoa }

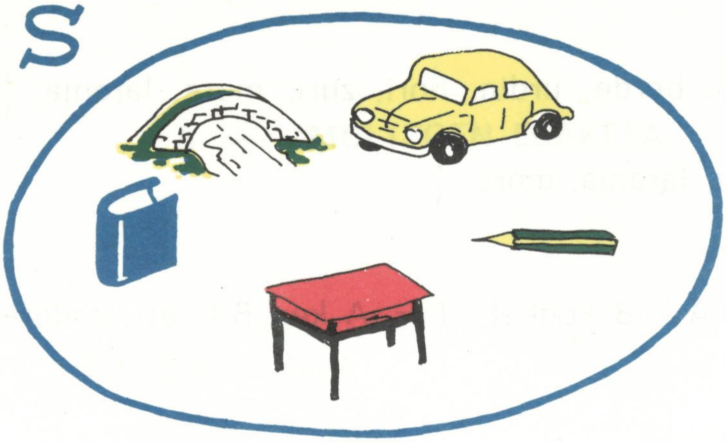
alegia:

A

5. 3. — Ebaki itzazu kartoinezko hiruki, lauki, boski, eta abar, batzuk; kolore diferentetan. Eta antola itzazu multzoak. Hauek moldatuta, egin itzazu multzo-bilketa batzuk.

5. 4. — Eman ditzagun orain beste bi multzo hauek:

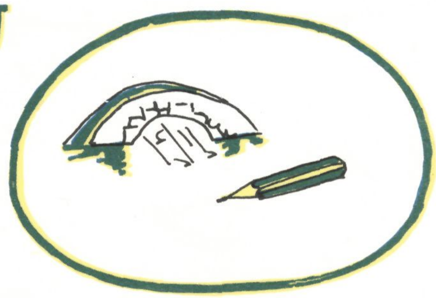
S



T

S-multzoari T-multzoa kentzen badiogu; alegia, bi multzoen KENKETA egiten badugu, «U» deritzakegun multzo berri bat erdiesten dugu:

U



Bestela adierazteko, beraz:

$$S = \{ \text{zubia, liburua, berebila, mahaina, arkatza} \}$$

$$T = \{ \text{liburua, mahaina, berebila} \}$$

$$S \setminus T = U = \{ \text{zubia, arkatza} \}$$

Bi multzoren arteko kenketa adierazteko, beraz, $\setminus$ ikurra erabiliko dugu.

5. 5.— Ikus dezagun beste adibide bat. Eman ditzagun bi multzo hauek:

$$A = \{ \text{gorri, berde, urdin, hori, zuri, more, laranja} \}$$

$$B = \{ \text{gorri, laranja, more} \}$$

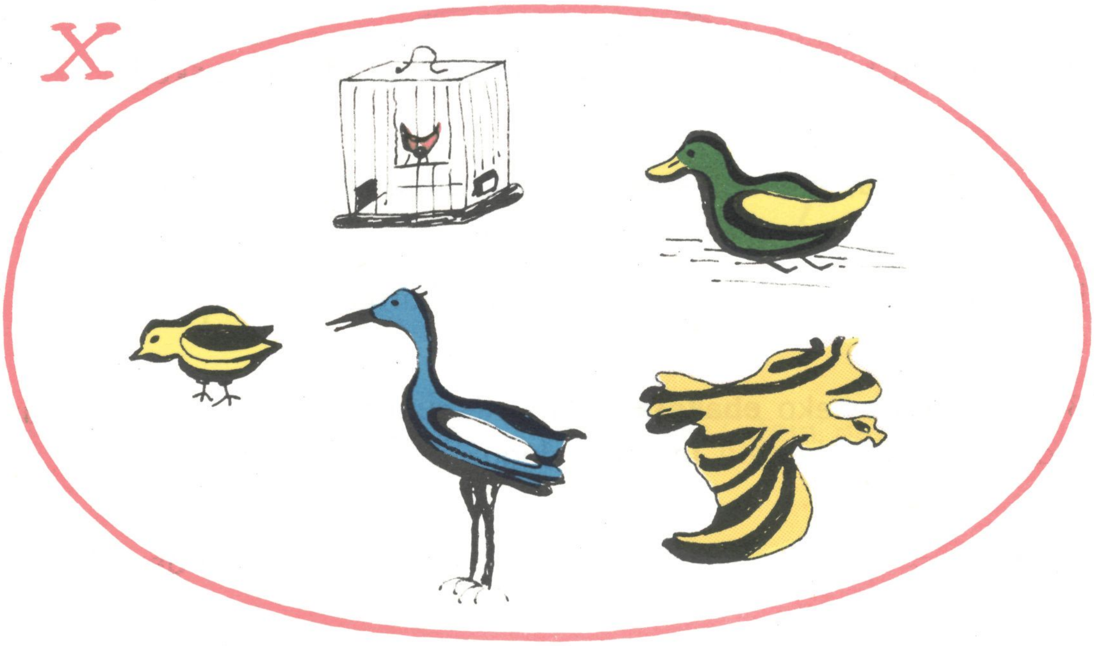
Egin dezagun $A \setminus B$ kenketa (= A ken B'), eta ondorea «K» bataiatzen baldin badugu:

$$A \setminus B = K = \{ \text{berde, urdin, hori, zuri} \}$$

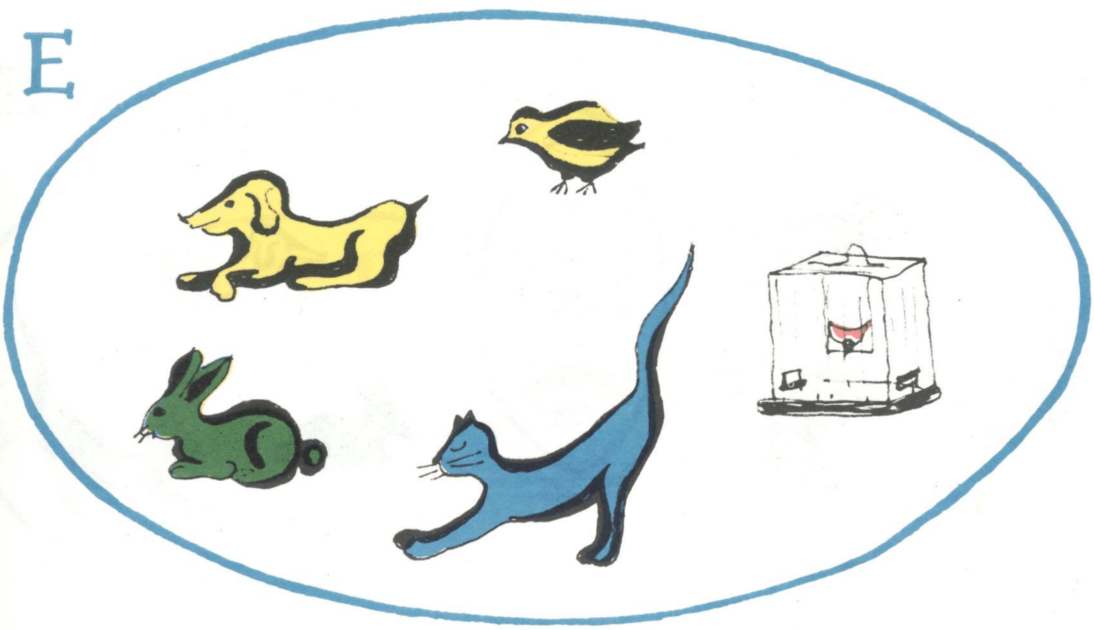
6 — MULTZOEN EBAKETA

6. 1. — Eman ditzagun bi multzo hauek:

X



E



X-multzoa bost txorik osatzen dute; eta E-multzoa Andonik etxen dituen bost aberek.

Eman dezagun orain batek edo bestek galdera hau egin digula: zein abere dago bi multzootan BATERA; alegia, batera txoria eta Andoni-rena denik? Ba ahal dago horrelako elementurik?

Berehala errepara dezakezu, nik bezala, kardantxiloa eta oiloa badaudela, alde batetik, X-multzoaren barrenean, eta, bestetik, badaudela ere E-multzoan. Kardantxiloa eta oiloa **batera** daude X-multzoan eta E-multzoan.

Beste modu batera hau adierazteko tan, hau idatz dezakegu:

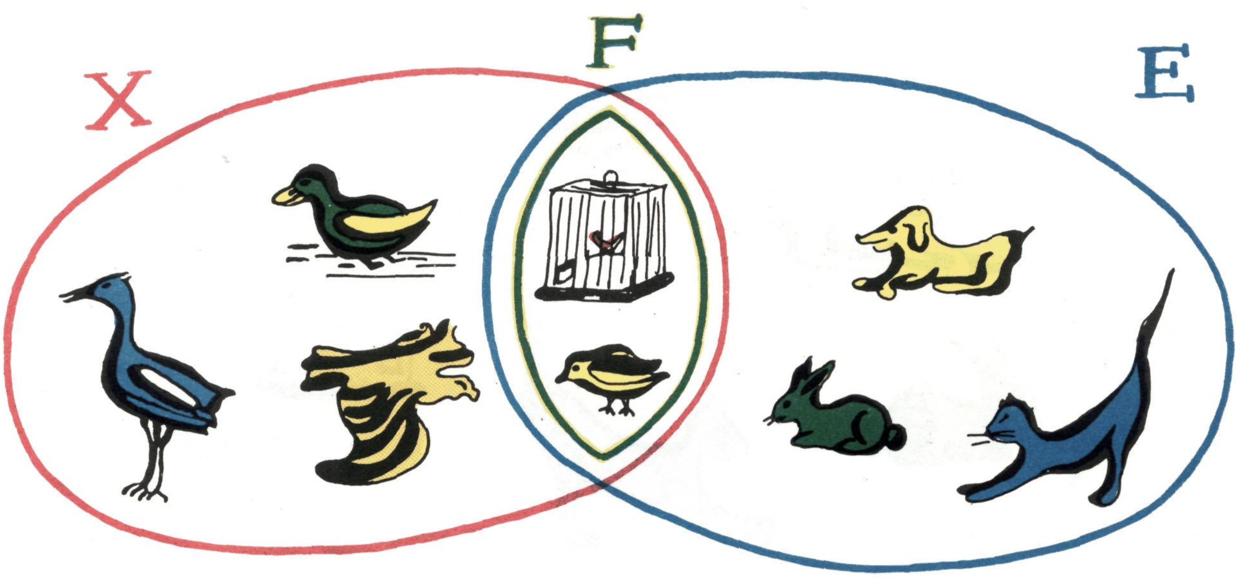
$$X = \{ \text{oiloa, ahatea, kardantxiloa, amiamokoa, arranoa} \}$$

$$E = \{ \text{oiloa, zakurra, katua, untxia, kardantxiloa} \}$$

Bi multzoon arteko **ebaketa,** azaldu dugunez, beste multzo bat da, «F» eman dezagun; eta honela idatziko dugu:

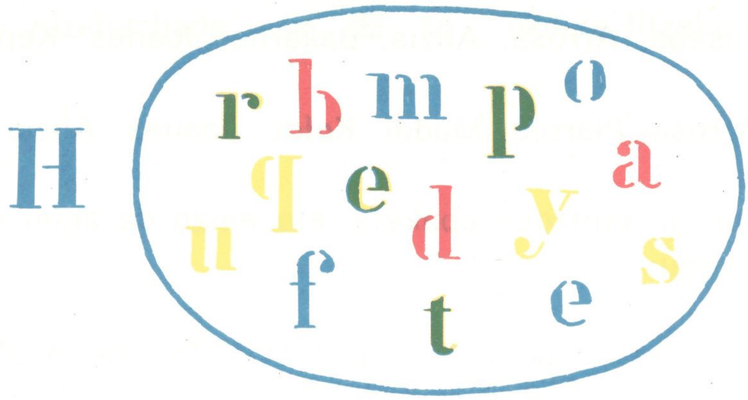
$$X \cap E = (\text{« X ebak E »}) = F = \{ \text{oiloa, kardantxiloa} \}$$

Irudi-bidez hori adierazteko, hau marraz dezakegu:

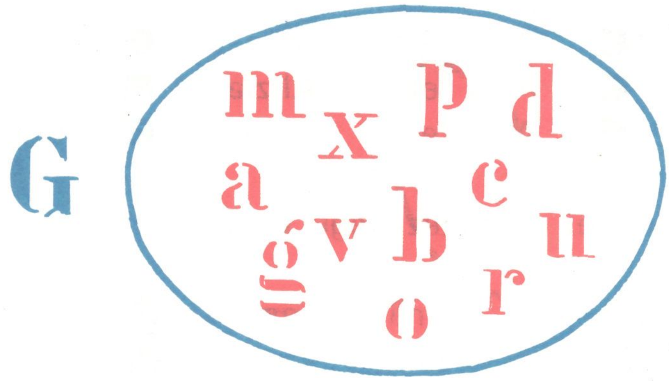


$$F = X \cap E$$

6. 2. — Eman dezagun H-multzoa, kolorezko letraz osatua:



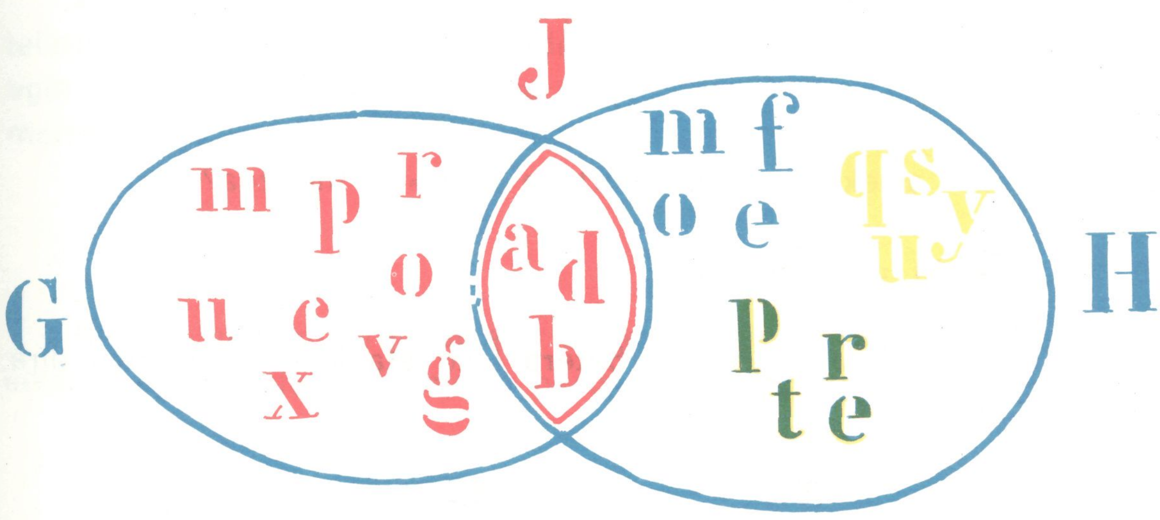
eta eman dezagun G-multzoa, letra gorriz osatua:



Zein elemendu da, H-koa **eta** G-koa **batera**? Zein da G eta H-ren **ebaketa?** Multzo hori «J» bataiatuz gero:

$$J = G \cap H = \{ a, b, d \}$$

eta irudiz:



6. 3. — Beste adibide bat. Eman ditzagun bi multzo hauek:

$A = \{ \text{Joseba, Arrosa, Alizia, Bakarne, Joanes, Kepa} \}$

$B = \{ \text{Arrosa, Piarres, Maddi, Koldo, Joanes, Alizia} \}$

Bila dezagun bi multzoen ebaketa, eta eman dezagun «L» deritzagula. Hau idatz dezakegu:

$A \cap B$ (= «A ebak B») $= L = \{ \text{Arrosa, Alizia, Joanes} \}$

Arrosa, Alizia eta Joanes, **batera** dira A-koak **eta** B-koak. Alegia:

Arrosa	$\in$	A	eta	Arrosa	$\in$	B
Alizia	$\in$	A	eta	Alizia	$\in$	B
Joanes	$\in$	A	eta	Joanes	$\in$	B

Gainerako elementuez ezin dezakegu gauza bera esan:

Joseba	$\in$	A,	baina	Joseba	$\notin$	B
Piarres	$\in$	B,	baina	Piarres	$\notin$	A

eta abar.

6. 4. — Eman ditzagun orain beste multzo hauek:

$L = \{ a, b, d, e, f, g, h, l, m \}$

$M = \{ b, f, h, p, r, s, t, z \}$

Zein da bien arteko ebaketaz sortzen den «E» multzoa?

$E = L \cap M = \{ b, f, h \}$

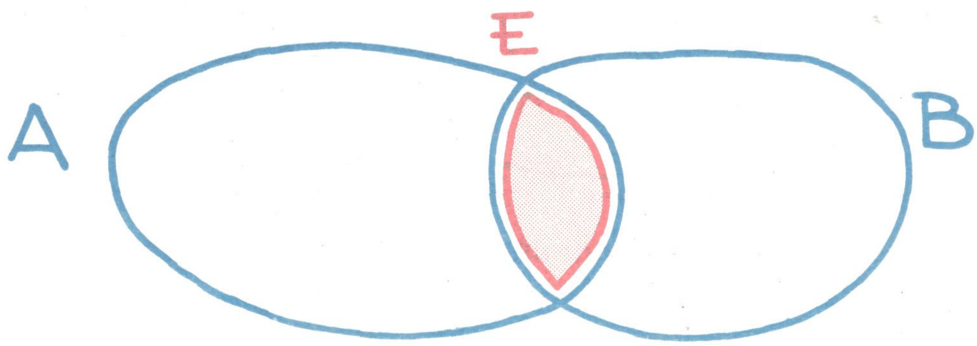
Beraz, **b, f** eta **h** elementuak, **batera** L-ko **eta** M-ko elementu dira; eta hau idatz daiteke:

b	$\in$	L	eta	b	$\in$	M
f	$\in$	L	eta	f	$\in$	M
h	$\in$	L	eta	h	$\in$	M

Gainerako elementuez, berriz, ezin liteke horrelakorik idatz; eta

a $\in$ L zuzena bada, a $\in$ M okerra litzake.

6. 5. — Irudi-bidez ebaketa zer den adierazteko, beraz, hauxe da gertatzen den marrazki arrunta:



— Irudi hau erabiltzen dugu, ebaketa zer den eta nola buru daitekeen aditzerat emateko egoki delakoan.

Baina kasu egin: Ebaketaren imajina besterik ez da eta errealitatea atzeman dezagun laguntza nahi luke izan. Hartara behar luke gure adimena zuzendu eta ez hartarik urrundu.

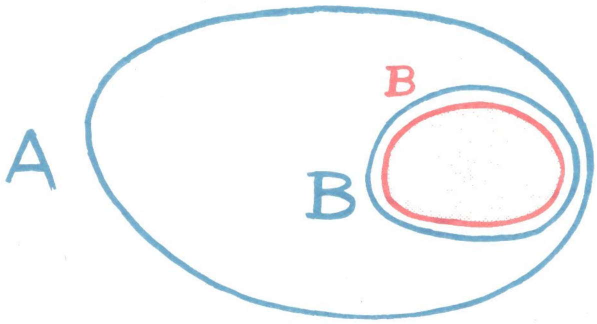
Hau gogoan har ez badezagu, multzoa marraz dezagun eskatzen digutelarik marra hertsi bat marraz dezakegu eta lasai aski geratu ustez ongi egin dugulakoan. Multzoa ordea elementuen bildura da eta ez inolaz ere marra bat. Marra elementuak biltzeko tresna besterik ez baita.

Berdin, bi multzoren arteko ebaketa egin dezazun eskatzen badizue, elkar ebakitzen duten bi marra hertsi egitea ez duzu aski.

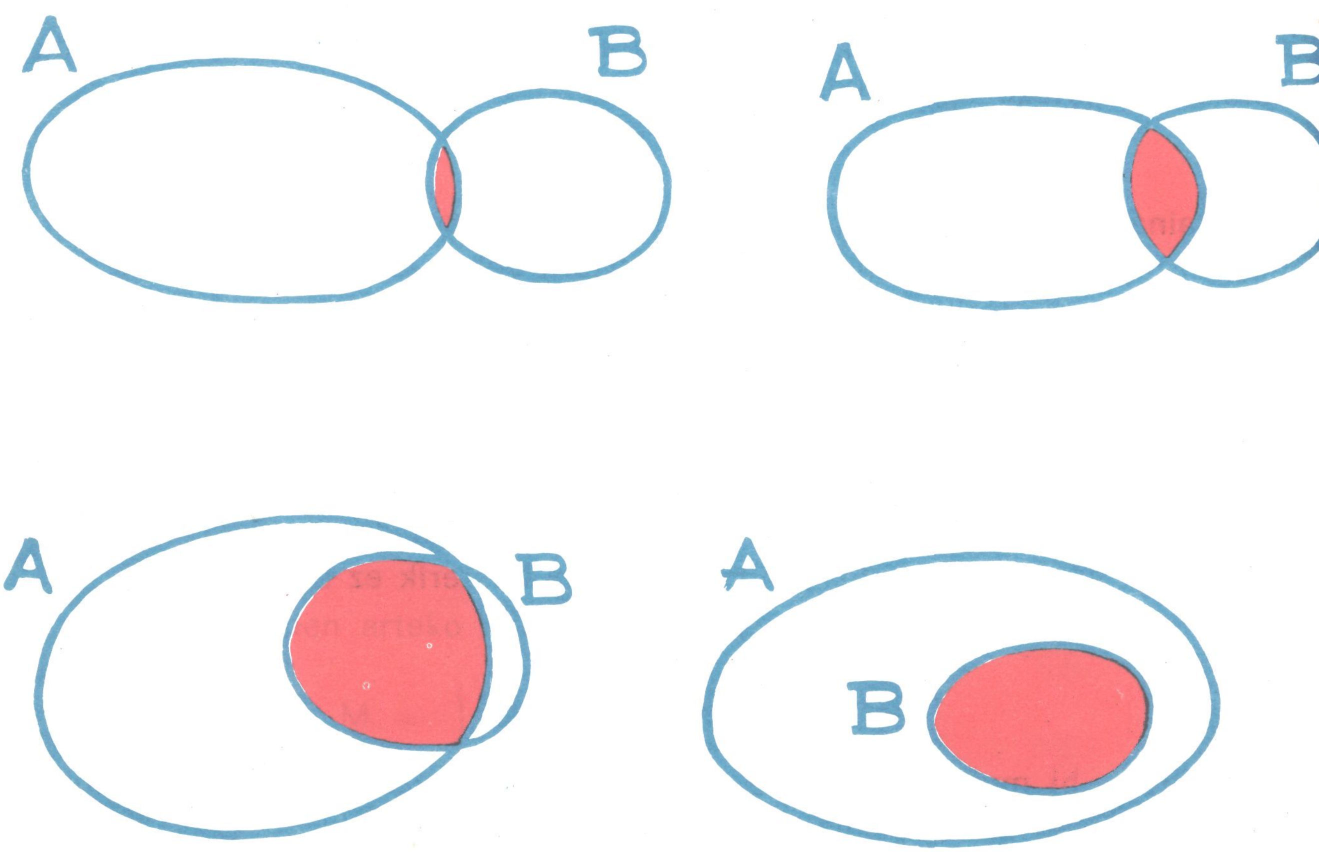
Gauza ageria denez, beraz, hiru ebaketa-mota gerta daitezke:

6. 6. — B-multzoa A-ren barrenean egotea. Horixe da, $B \subset A$ idazten ikasi duguna: ikus laugarren ikaskaia.

Kaso horretan bien ebaketa honela gertatzen da (ikus hementxe ezkerretan); eta ebaketaren ondorioa B-multzo berbera da. Alegia: $A \cap B = B$

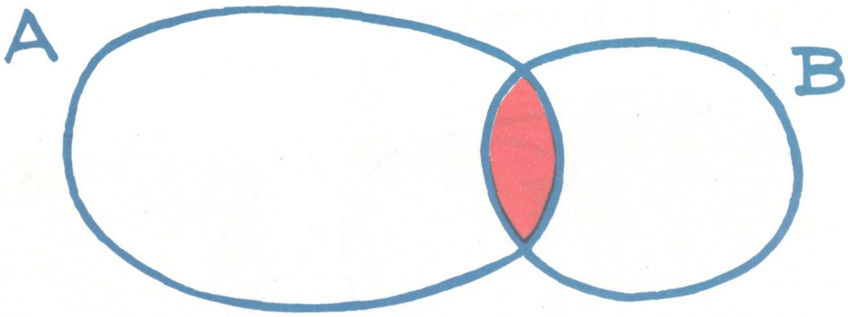


Hori ulertzeko, aski da irudi-ilara hau aztertzea; alegia, B-multzoaren «sarrera» kontutan hartzea:



«Sarrera» hori lortzeko, aski da gero eta elementu berbera gehiago duten multzo batzuk gogoan hartzea.

6. 7. — Ebaketa arrunta:

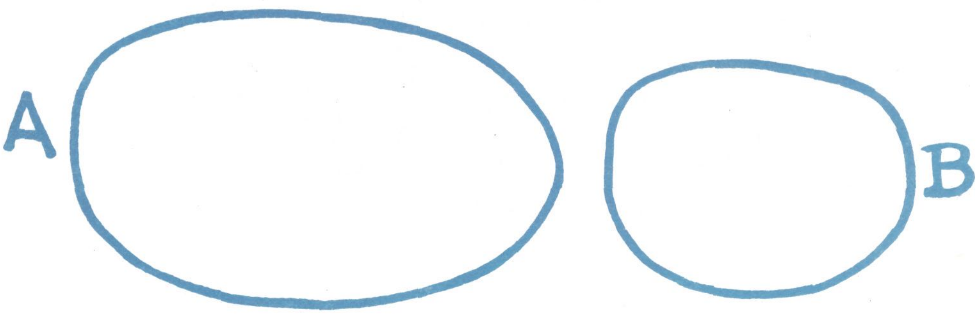


Eta elementu batzuk **batera** dira **A-koak eta B-koak.** Hauetxek dira dira A $\cap$ B ebaketaren ondoriozko multzoa.

Elementu batzuk A-koak dira, baina ez **B-koak**.

Beste elementu batzuk B-koak dira, baina ez A-koak.

6. 8. — Multzo hutsa gertatzea.



A eta B multzoak elkargandik zeharo berezita daudenean; hau da, ez badago elementurik **bat ere** batera A-korik eta B-korik: orduan ebaketak ematen duen multzoak ez du elementurik batere; edo, bestela esateko, **multzo hutsa** da.

Multzo hutsa adierazteko $\varnothing$ ikurra erabiliko dugu. Alegia:

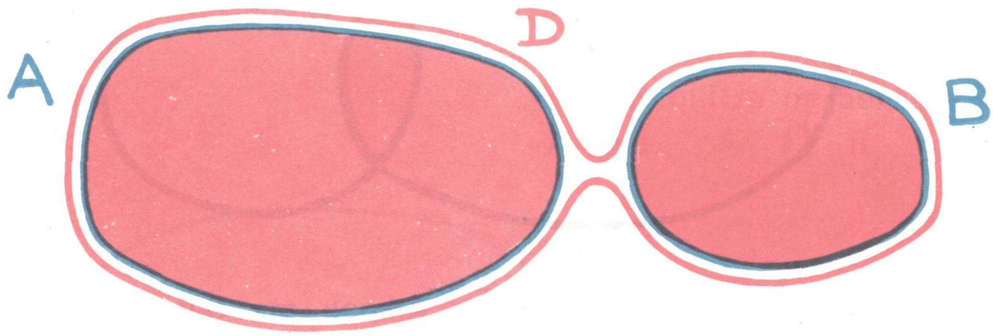
$$A \cap B = \varnothing$$

6. 9. — Gogora ditzagun, aurrera baino lehenago, ikasi ditugun mate-

matika-ikurrak:

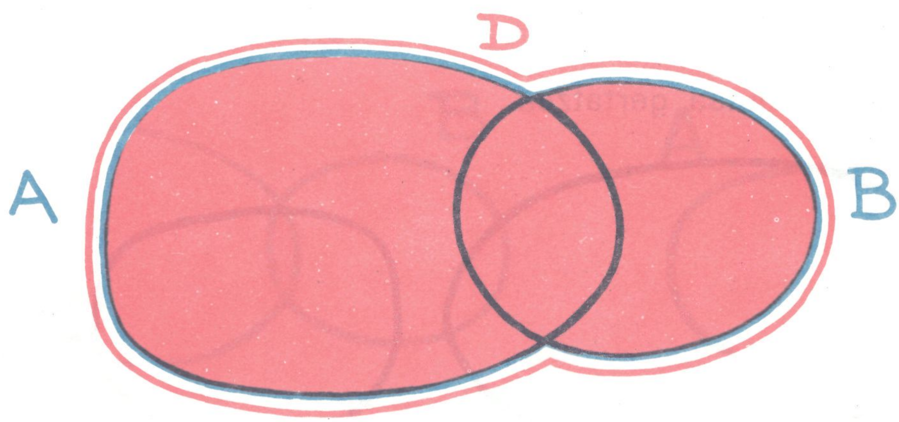
6. 10. — Multzoen **BILKETA.**

D = A ∪ B (« D berdin A bil B »)



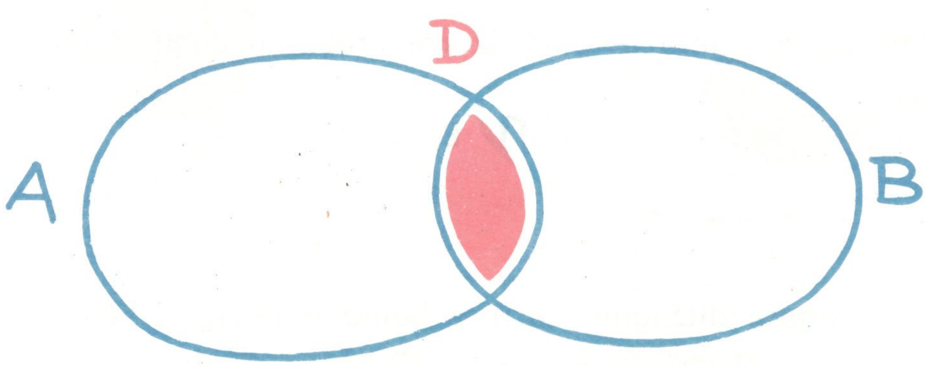
D-ko elementu izateko, aski da A-ren barrenean egotea **EDO** B-ren barrenean egotea.

Jakina: A eta B multzoek elementu batzuk batera badituzte,



6. 11. — Multzoen **EBAKETA.**

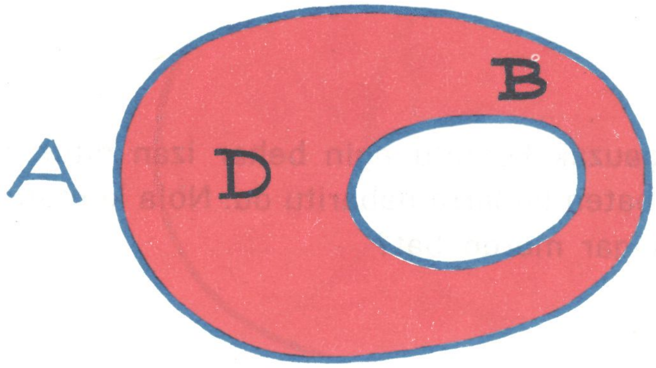
D = A ∩ B = (« D berdin A ebak B »)



D-ko elementua izateko **batera** izan behar da A-koa **ETA** B-koa.

6. 12. — Multzoen **KENKETA.**

D = A \ B (« D berdin A ken B »)



Lortzen den multzoa, B-ren OSAKINA da A lortzeko.

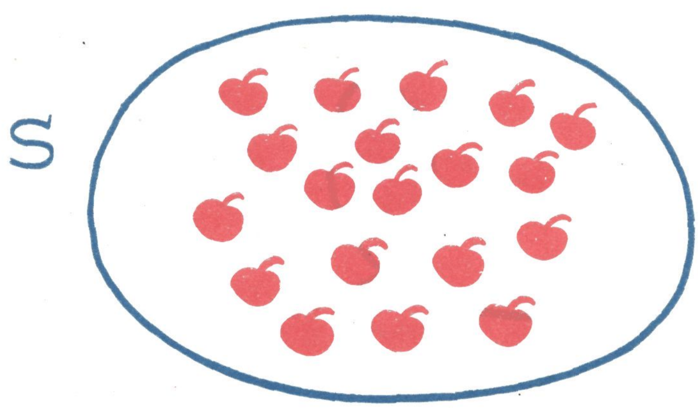
7 — ZENBAKUNTZA, BOSTA OINARRI

7. 1. — Gizonak gauzak kontatu egin behar izan dituenean, kontaketa horrentzako OINARRI baten beharra nabaritu du. Nola kontatuko intxaur pilo bat? nola kontatuko sagar mordo bat?

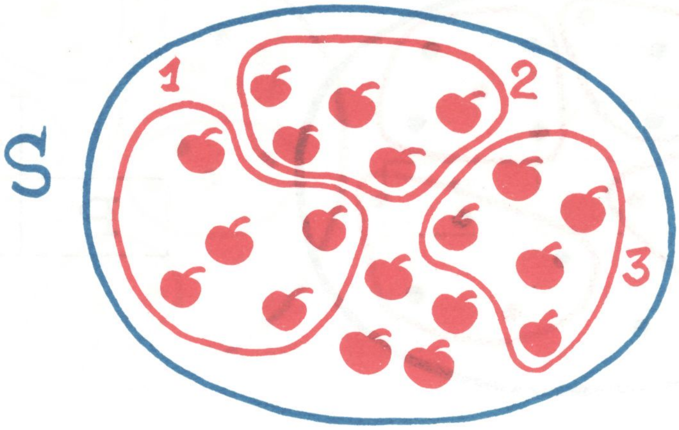
Burura zitzaion lehendabiziko gauza hau izan zen: eskuen eriak baliatuz kontatzea; eta zenbakizuna BOSTETAKO PILOTAN taxutzea eta neurtzea. Bostetatik gora nunbait ez zitzaion argi iruditzen; eta honen aztarna dira gaurko gure esaera ezagun hauek: «bost axola!», «bostek daki»!, edo «bosti entzun diot». Alegia, hor bost hitzak askoren ordezkoa dirudi, bosta azken lumerotzat hartua balitz bezala edo.

Eman dezagun, beraz, guk ere geure arbaso urrun haiek bezala, esku bakar bat hartzen dugula zenbakuntzaren oinarritzat, eta ez dugula geure zenbakuntzan bostetatik gorako kopururik. Hitz batez, esku batek BOST eri izanik, oinarritzat BOSTA hartuko dugu.

7. 2. — Eman dezagun orain sagar pilo hau, eta S-multzotzat ezagu dezagun:



Saia gaitezen orain esku bat baliatuz pilo horretan kontaketa bat egiten. Esku bat burutzean (alegia, bost kontatzean), bil ditzagun marra batez bost sagar horiek; gero beste bost sagar, eta abar. Eta taxuketa hau lortuko dugu:

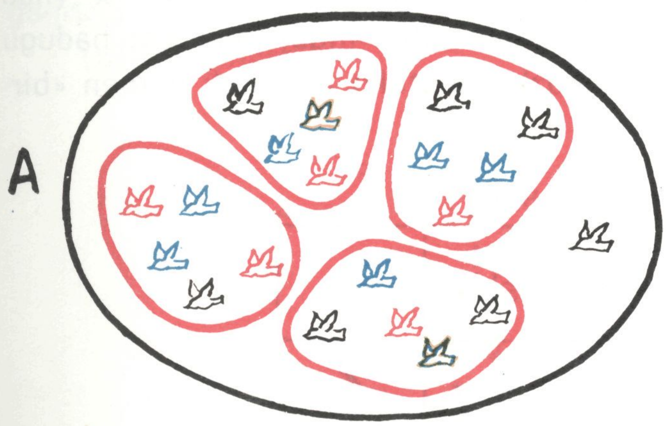


Ikus dezakezunez, bost sagar aletako HIRU azpi-multzo lortu ditugu; eta beste LAU sagar gelditu zaizkigu libro, berex. Sagar-piloa kontatzerakoan, 3 «esku» kontatu ditugu, hortaz, eta 4 «eri» gelditu.

Nola idatz genezake hori? Honela:

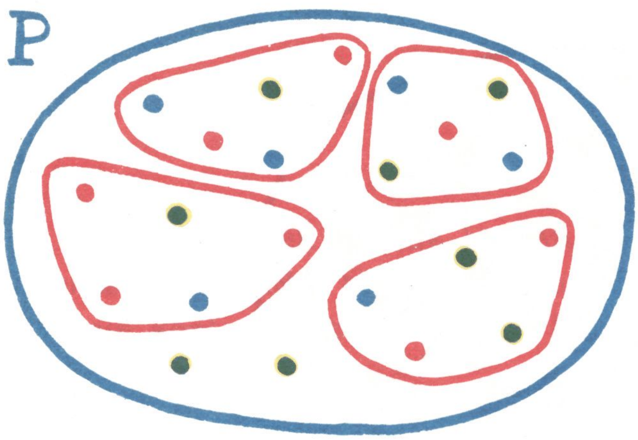
	esku	eri
S	3	4

7. 3. — Konta dezagun, beti eskua baliatuz, A antxeta-multzo hau; eta idatz dezagun emaitza:



	esku	eri
A	4	1

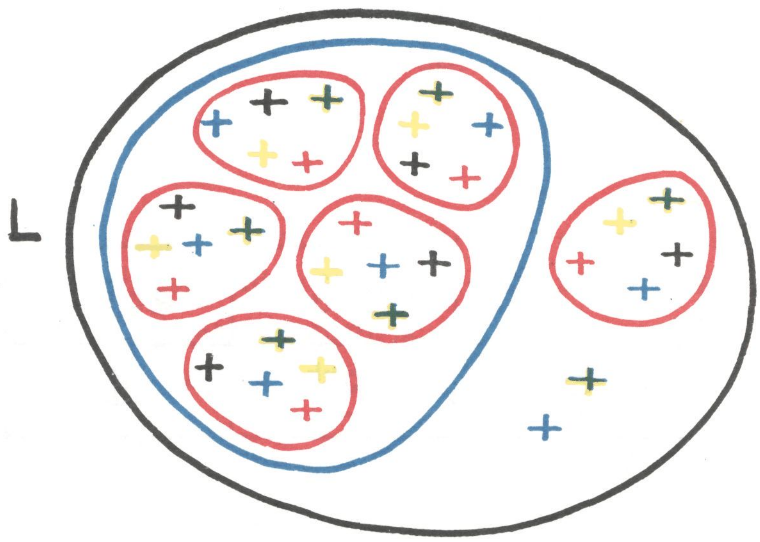
7. 4. — Beste adibide bat: Jakes-en pustarri-piloa («P»-multzoa, esate baterako):



	esku	eri
P	4	2

7. 5. — Modu berera kontatuko genituzke babarrunak, baratxuriak, txanponak, toxako arkatzak, ikastolako ikasleak, eta abar.

Azter dezagun orain L multzo hau, «x»-ez osatua:

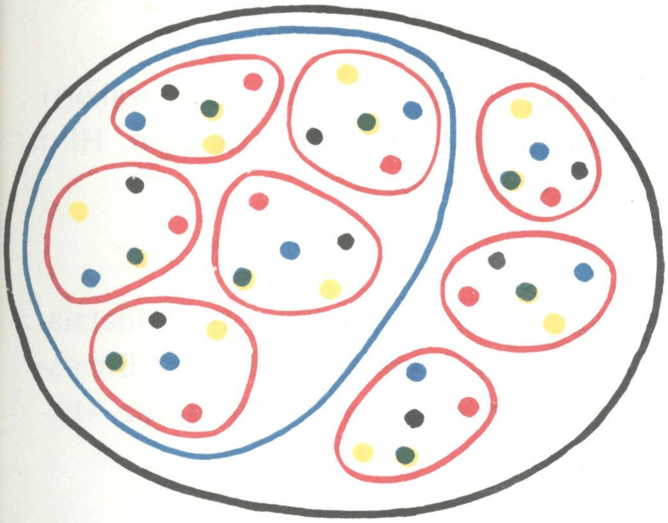


«Esku» bataiatu ditugun bostekoak ere, jakina, eskua bera baliatuz kontatuko ditugu; eta multzozko bosteko berri horri nolapait hemen deitzeko, «bir-esku» bataiatuko dugu: alegia, BIGARREN MAILAKO bosteko, edo bost esku duen azpi-multzoa. L-multzoan, beraz, baditugu 2 «x» berex (hau da, bi «eri»); badugu «esku» bat, marra gorri batez inguratua; eta badugu ere, marra urdin batez inguratua, bostekozko bosteko bat, guk hemen «bir-esku» bataiatu duguna.

L-multzoa, horretara, honela idatziko genuke:

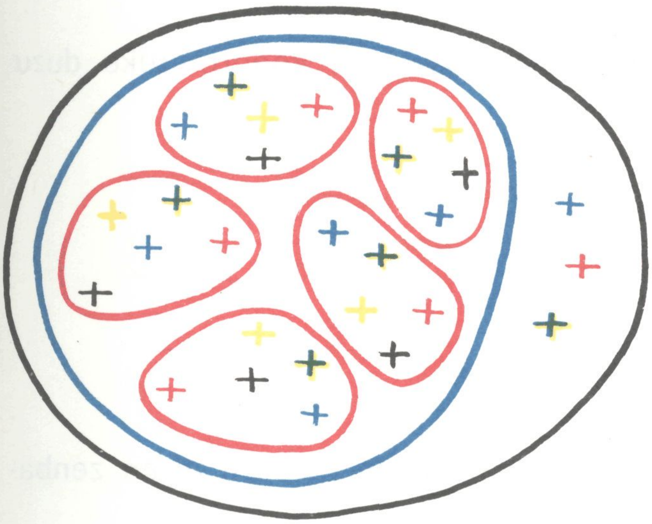
	bir-esku	esku	eri
L	1	1	2

Eta ondoko T-multzoa:



	bir-esku	esku	eri
T	1	3	0

Eta segidako W hau:



	bir-esku	esku	eri
W	1	0	3

7. 6. — Beti zenbaki horiek taulatan ez emateko (orain arteko lerro eta zutarritan, alegia), eta idazkizuna laburtu beharrez, honela ere idatz genitzake zenbaki horiek:

(BOST oinarri)

S	=	34	(«hiru esku, lau eri»)
A	=	41	(«lau esku, eri bat»)
P	=	42	(«lau esku, bi eri»)
L	=	112	eta abar.
T	=	130	
W	=	103	

7. 7. — OHAR GARRANTZITSU BAT

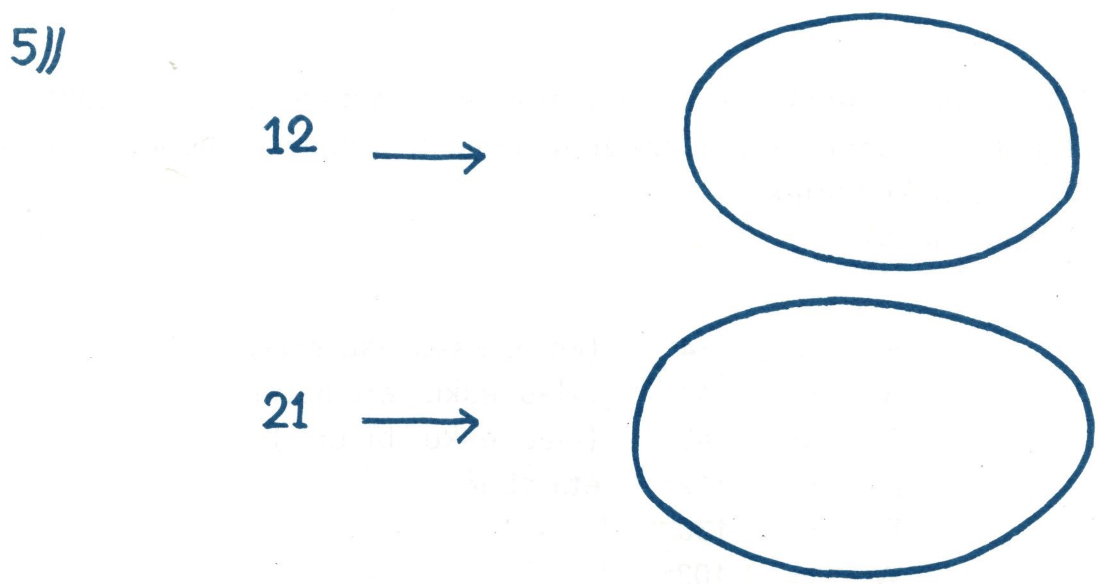
S-multzoa, BOSTA oinarritan 3-4 idatzia, «hiru esku, lau eri» irakurri behar da; eta ez inolaz ere «hogei ta hamalau». Ez baita hau egia. Hiru eskuk, hamabost egiten dute; beraz S = «hemeretzi».

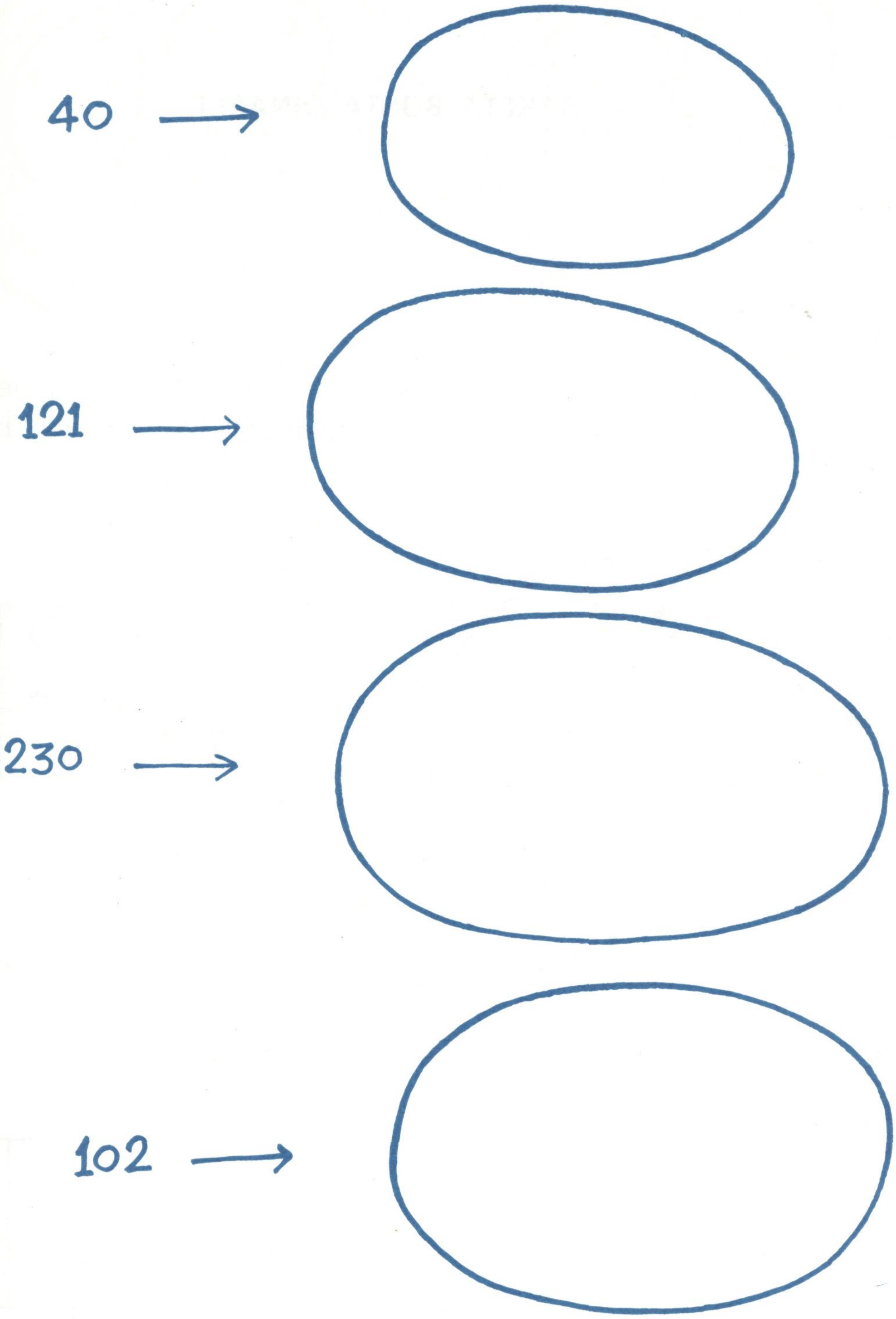
Era berean, L-multzoa, esate baterako, BOSTA oinarritan 1-1-2 idatzia, «birresku bat, esku bat, bi eri» irakurri behar da. Zenbat da, beraz? Birresku batek hogei ta bost eri ditu, esku batek bost, eta bi eri libro: beraz, «hogei-ta-hamabi». Ez inolaz ere «ehun-da-hamabi».

Aski duzu ilara arruntaren arabera multzo horiek banan-banan kontatzea (bat, bi, hiru, lau, bost, sei, zazpi, eta abar) hau garbi ikusteko.

HAMARRA OINARRIZKO ZENBAKUNTZA ikastean konprenituko duzu hau guztia argiroago.

7. 8. — Marraz itzazu, BOSTA OINARRI, ondoren ematen diren zenbaki hauek:



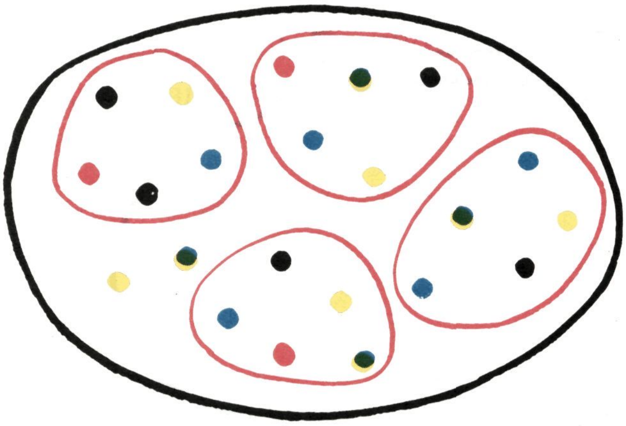


7. 9. — Gogoan har zazu hau: BOSTA OINARRI duen zenbapidean, **lau** numero baizik ez dela behar (1, 2, 3 eta 4), baita **zero** ere (0).

8 — BAKETA BOSTA OINARRI

8. 1. — Eman dezagun batetik Jakes-en pustarri-piloa, joan den ikas-kaian «P» bataiatua. Zenbakuntzaren oinarritzat BOSTA harturik, hau zen multzoaren taxuketa eta idazkia

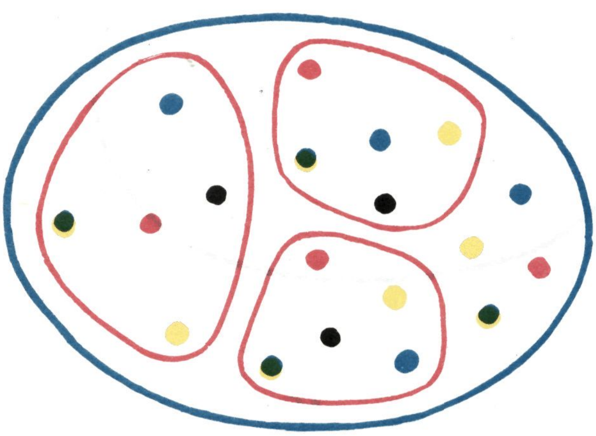
P



	esku	eri
P	4	2

Eta kontutan har dezagun orain Piarres-ek ere dadukan pustarri-piloa: «R» eman dezagun:

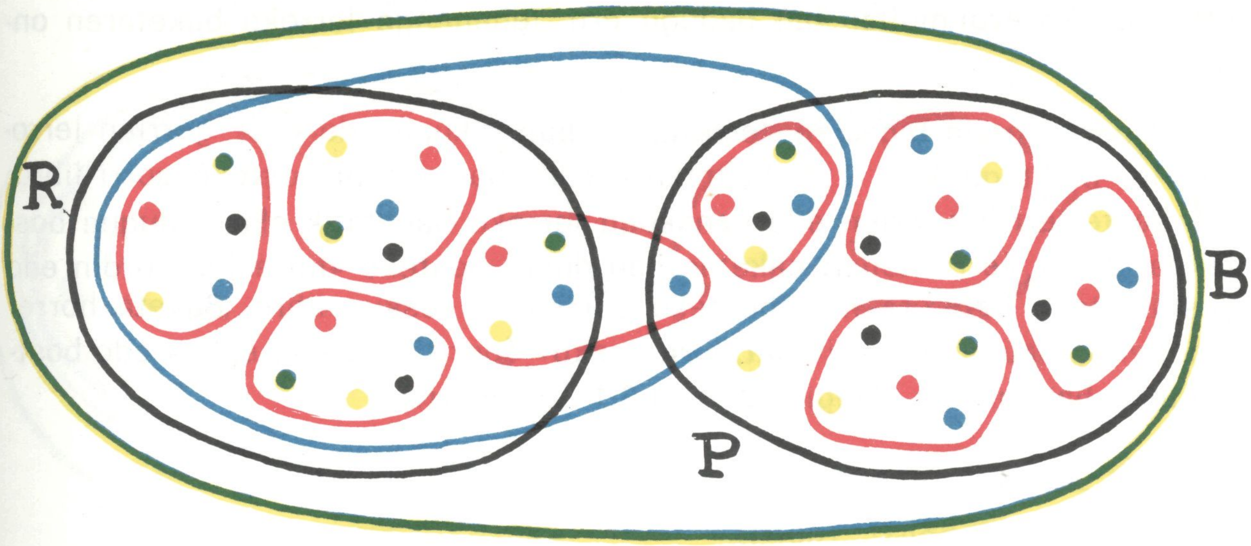
R



	esku	eri
R	3	4

Zenbat pustarri dute bien artean? Pustarri guztiak batuz gero, zenbat dago? Bi multzoon bildura hitz batez, zenbat da?

Buru dezagun eragiketa hori: P $\cup$ R



Eta molda ditzagun BOST aletako azpi-multzoak:

	bir-esku	esku	eri
B	1	3	1

Beraz, baketa hori honela idatz daiteke:

P		4	2
+ R		3	4
B	1	3	1

Egin dezagun baketa hori orain lerroka: lehendabizikorik banakoak («eriak») batuko ditugu, eta BOST aletako multzotan taxutuko; segidan bostekoak batuko ditugu (hemen «eskuak» deitu ditugunak); gero bost-bostekoak (hemen «bir-esku» bataiatu ditugun bigarren mailako azpi-multzoak) eta abar.

Lehendabiziko lerroan (eskuin aldetik hasten, jakina) banakoak batuko ditugu:

$$2 + 4 = \text{bosteko bat, eta ale bat libro.}$$

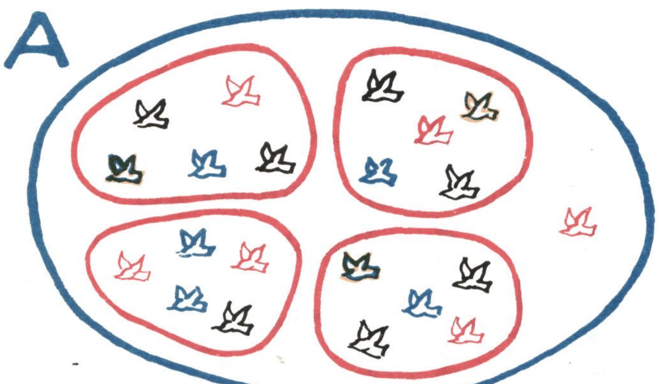
Ale bat dugu beraz, azken funtsean, banakoen edo «eri»en lerroan; eta bosteko azpi-multzo bat badugu ere, lehenengo lerroko baketaren ondorioz.

Goazen orain bigarren lerrora, alegia: eskuen edo gorrien lerrora. Hor baditugu 4 + 3 = bosteko URDIN bat, eta bi bosteko gorri libro; eta beste lerrotik, erien edo banakoen lerroko baketatik ekarri dugun bostekoa. Beraz, lerro honen baketan hau dugu: bosteko «bir-esku», urdin edo bost-bosteko **bat;** eta hiru bosteko gorri edo «esku» libro. Baketa horretan, beraz, hau dugu: «eri» **bat, hiru** «esku» (gorri) eta «bir-esku» edo bost-bosteko **bat,** urdina. Alegia: **B** = **1.3.1** (5 oinarri).

— ERI bat.
— hiru ESKU. (gorri)
— BIR-ESKU bat. (urdin)

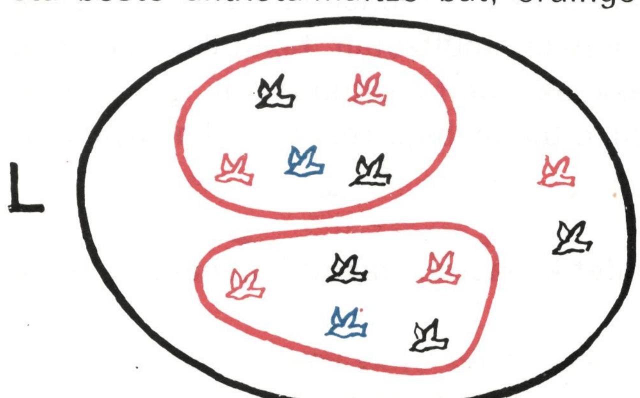
— Alegia: B = 1. 3. 1. (bosta oinarri).

8. 2. — Gogoan har ditzagun orain beste bi multzo hauek: alde batetik aurreko ikaskaian aipatu dugun «A» antxeta-multzoa:



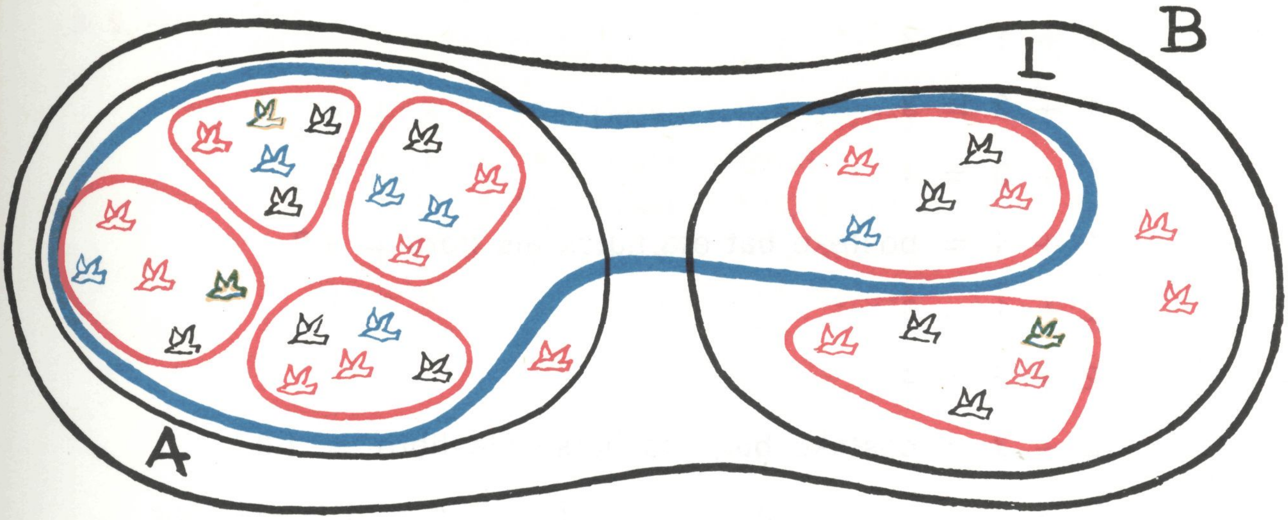
	esku	eri
A	4	1

eta beste antxeta-multzo bat, oraingo hau «L» bataiatua:



	esku	eri
L	2	2

Bila dezagun, beti BOSTA oinarri, «B» bildura-multzoa; alegia, bil ditzagun bi multzook:



Hau da:

	bir-esku	esku	eri
B	1	1	3

Ezer marraztu beharrik gabe ere ondorio berbera irits genezakeen:

		bir-esku	esku	eri
A			4	1
L			2	2
B		1	1	3

Lehendabizi, hitz batez, «erien» baketa egingo genuke:

1 + 2 = 3 eri.

Segidan «eskuak»: 2 + 4 = multzo urdin («bir-esku») bat, eta beste multzo GORRI (edo «esku») bat libro.

Beraz: eskuinetatik ezkerretara, beti bezala, **hiru** ale, bosteko gorri edo esku **bat,** eta bost-bosteko edo birresku **bat.** Hau da: **B** = **1.1.3.**

8. 3. — Baketaren taula molda dezakegu, beraz, BOSTA oinarri:

1 + 1 = 2

1 + 2 = 3

1 + 3 = 4

1 + 4 = bosteko **bat** eta hutsa ale libro = 1.0

2 + 1 = 3

2 + 2 = 4

2 + 3 = bosteko **bat,** eta hutsa ale libro = 1.0

2 + 4 = bosteko **bat,** eta ale bat libro = 1.1; eta abar.

Eta baketaren taula molda genezake horrela:

⊕	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

1+3 = 4
2+4 = 1.1
3+2 = 1,0

8. 4. — Egizkizu, taula begien aurrean duzularik, ondoko baketa hauek:

2 + 3 = 1.0
3 + 1 = 4
4 + 2 = 1.1
4 + 4 = 1.3
1 + 4 = 1.0

Pratikan, halere, pundu hori ez da idazten; eta hau irakur daiteke:

8. 5. —

$2 + 3 = 10$ (irakur «bat, zero»)
$3 + 1 = \ \ 4$ (irakur «lau»)
$4 + 2 = 11$ (irakur «bat, bat»)
$4 + 4 = 13$ (irakur «bat, hiru»)
$1 + 4 = 10$ (irakur «bat, zero»)

8. 6. — Egizkizu gurekin, eta taularen bitartez nahi baduzu, ikaskai honetantxe egin ditugun bi baketak. Lerrotan idatziz, eta beti eskuinetatik ezkerretara joanez:

5))

			o
		4	2
+		3	4
	1	3	1

Lehenengo lerroan: 4 + 2 = 11; «1» idatz, eta 1 eraman (alegia hurrengo lerroko azpi-multzo bat sortu dugu, eta hara daramagu).

Bigarren lerroan: 4 + 3 = 12; eta lehenengo lerrotik dakarguna, 12 + 1 = 13 (alegia: hurrengo lerrorako **bat,** eta honetarako **hiru**). «3» idatziko duzu, beraz; eta kontutan hurrengo lerrorako 1 eramango.

Hirugarren lerroan: deusik ez dago. Hortaz, bigarren lerrotik dakargun bata baizik ez dago; beraz, «1» idatziko dugu.

Hor duzu, beraz: **131** (ez baita, kasu, ehun eta hogei ta hamaika!).

Egin dezagun bigarrena:

5//

			o
		4	1
+		2	2
	1	1	3

Lehenengo lerroan: 1 + 2 = 3; «3» idatziko, beraz, eta ezer ez daramagu hurrengorako, bosteko «esku»rik batere ez baitugu eratu.

Bigarren lerroan: 4 + 2 = 11; «1» idatz, eta 1 eraman.

Hirugarren lerroan: deusik ez dago. Beraz, «1» idatziko.

Egin dezagun orain beste baketa hau:

5//

					o
		3	2	0	4
+		4	3	4	2
	1	3	1	0	1

eta azal dezagun dena urratsez urrats:

Lehenengo lerroan: 4 + 2 = 11 («bat, bat» = bosteko bat, bateko bat). «1» idatziko dugu, eta 1 eramango (hau da: ale **bat** idatziko dugu, eta bosteko edo «esku» **bat** ere eramango, beste bosteko edo eskuekin bateratzeko).

Bigarren lerroan: 4 + 0 = 4; eta lehenagoko lerroan eratu duguna (1) = honela idatziko dugu: 4 + 1 = 10 («bat, zero» = bost-bosteko edo birresku bat, hurrengora eraman beharrekoa; eta bosteko libro **zero;** edo, laburkiago esateko, «0» idatz, eta 1 eraman.

Hirugarren lerroan, multzo urdinenean. Hor baditugu 2 batetik, 3 bestetik, eta 1 guk lehenagoko lerrotik dakarguna. Hau da:

2 + 3 + 1 = 11 («bat, bat» = azpi-multzo urdin bat, eta hurrengo lerrokoei biltzeko beste multzo bat, hemen berde markatu duguna). Laburkiago mintzatuz, «1» idatz, eta beste 1 eraman.

Laugarren lerroa (azpi-multzo berdeena). 3 + 4 = 12 (= «bat, bi»). Baina guk bagenekarren lehenagoko lerrotik beste berde bat; beraz: 13. **Hiru** berde, eta **bat** hurrengo lerrorako.

Boskarren lerroan (azpi-multzo laranjena). Ez dago ezer. Baina guk badakargu 1. Beraz, «1» idatziko, eta kitto. Baketa bukatua da:

B = 13101 («bat, hiru, bat, zero, bat»)

— Egin dezagun oraindik beste azken bat, nola jokatu behar den argi eta garbi ikusteko:

		4	1	4	2
+		3	4	4	1
	1	3	1	3	3

Lehenengo lerroan: 2 + 1 = 3; «3» idatz, eta aurrera.

Bigarren lerroan: 4 + 4 = 13 («bat, hiru»); «3» idatz, eta 1 eraman.

Hirugarren lerroan: 1 + 4 = 10 («bat, zero»). Baina badakargu beste bat, beraz: «bat, bat», 11. «1» idatz, eta 1 eraman.

Laugarren lerroan: 4 + 3 = 12. Eta badakargu beste bat: 13. «3» idatz, eta 1 eraman.

Boskarren lerroan: ezer ez dago, baina badakargu bat. Beraz, «1» idatz, eta kitto.

B = 13133 (= «bat, hiru, bat, hiru, hiru»)

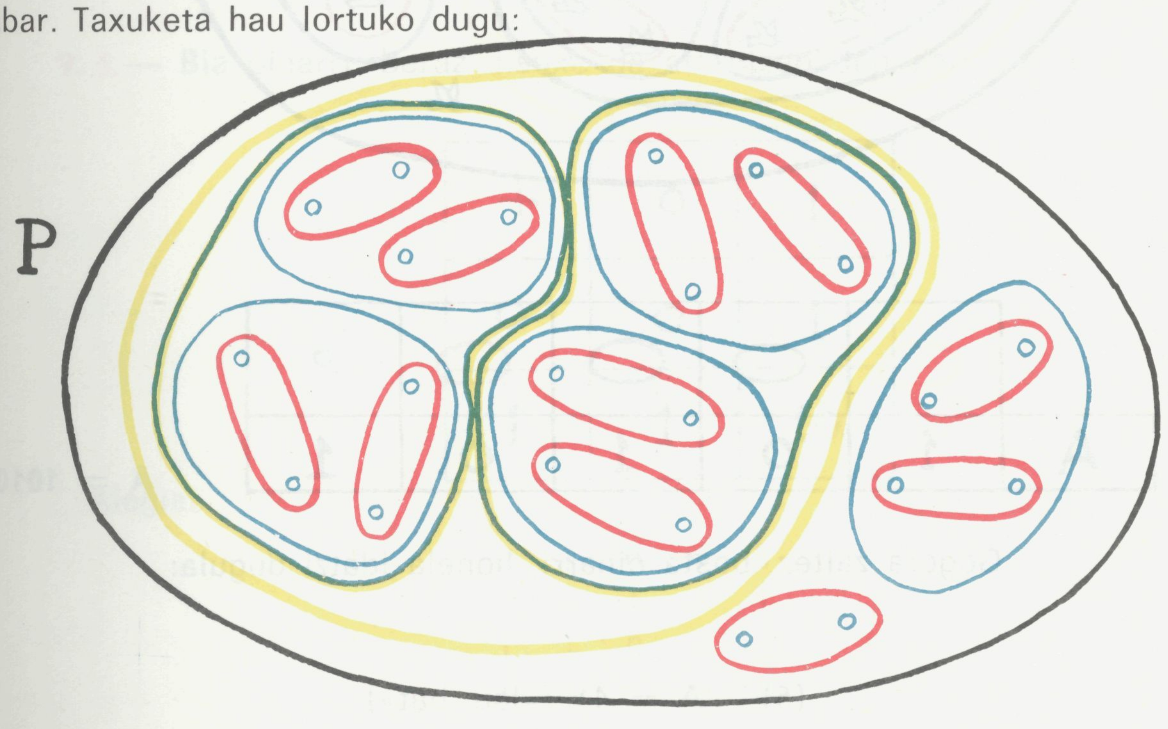
9 — ZENBAKUNTZA ETA BAKETA BIA OINARRI

9. 1. — Elektrikaren gaitasunak baliatuz, dagoeneko ikusiak dituzkezun zerebro elektroniko edo ordinadoreak asmatu dira azkeneko urteotan. Makina horietan, elektrika pasa **bai** eta pasa **ez** hartu da denaren oinarri. Ordinadoreetan, hortaz, **bi** lumero baizik ez dira erabiltzen ahal: «1» eta «0»; hau da, elektrika **bai,** eta elektrikarik **ez.** Hitz batez, funtsean, zerebro elektronikoetan BIA hartu da zenbakuntzaren eta karkuluen oinarria.

Oinarritzat «BI»a duen zenbakuntza, horretara, oso pratikua da.

9. 2. — Eman dezagun «P» multzoa (Jakes-en pustarri-piloa). Eta egin dezagun zenbakuntza, **bia** oinarri (eta, hortaz, «1» eta «0» baizik ez baliatuz).

Lehendabizi molda ditzagun BI aletako multzo gorriak (alegia, lehenengo mailako azpi-multzoak zenbapide honetan). Gero, azpi-multzook oinarri, molda ditzagun multzo berdeak (alegia, bigarren mailakoak); eta abar. Taxuketa hau lortuko dugu:



Eta hortaz hau idatziko dugu:

	◯	◯	◯	◯	∘
P	1	0	1	1	0

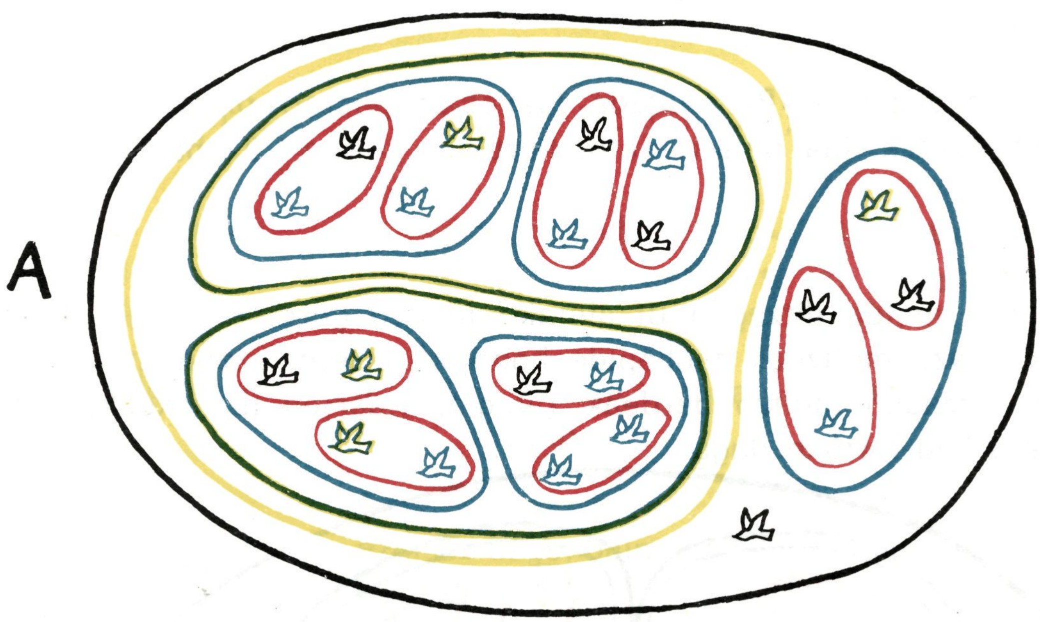
P= hogei-ta-bi

BIA oinarri, beraz, honela idatz daiteke P multzoa:

P = 10110 («bat, zero, bat, bat, zero»)

(Gogora zaitez, bidenabar, lehenago BOSTA oinarri, honela idatzi dugula P = 42 [«lau, bi»]).

9. 3. — Har dezagun orain gogoan «A» antxeta-multzoa; eta taxu dezagun, binaka, honetara beraz:



	◯	◯	◯	◯	∘
A	1	0	1	0	1

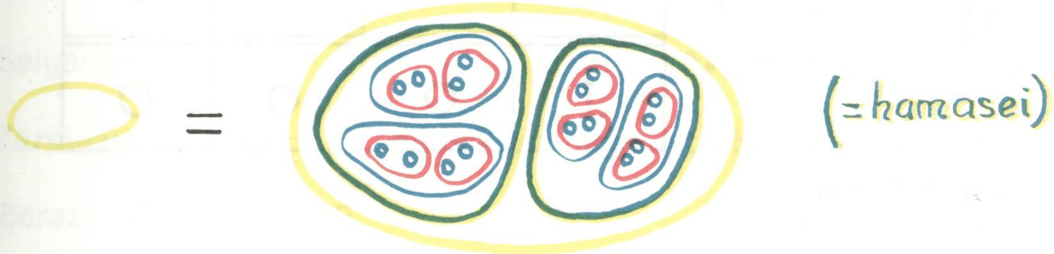
A = 10101

Gogora zaitez, bosta oinarri, honela idatzi dugula:

(5) A = 41 («lau, bat»)

9. 4. — Alderantziz ere, zenbaki bati zenbat ale edo banako dagokion jakitea erraza da. Leku bakoitzean, zenbakuntza-oinarri hartan zer adierazten den gogoan hartzea aski da.

Eman dezagun: **A = 10101 (BIA oinarri)**



Eta ere berean: **P = 10110 (2)**

					o
P	1	0	1	1	0

9. 5. — Bia oinarri, beraz, hauxe da ateratzen den karkulu-taula:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Alegia:

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 10$$

9. 6. — Nola egingo, bia oinarri, bi multzoren bilketa?

Eman ditzagun bi hauek:

A = 101
B = 11 → +

	1	0	1
		1	1
1	0	0	0

eta goazen baketa egitera:

Lehendabiziko lerroan, eskuinetik hasita beti bezala:

1 + 1 = 10 («bat, zero» = biko bat, eta bateko zero). Beraz, «0» idatziko dugu, eta 1 eramango.

Bigarren lerroan: 0 + 1 = 1; eta beste 1 lehen bildua 1 + 1 = 10. «0» idatziko, beraz, eta 1 eramango.

Hirugarren lerroa: 1 + 1 (dakarguna) = 10. «0» idatzi, eta 1 eraman.

Laugarren lerroa: Deusik ez dago. Beraz, dakargun «1» idatz, eta baketa bukatua da: B = 1000 (= «bat, zero, zero, zero»).

9. 7. — Egin ditzagun beste baketa batzuk:

						o
	1	0	1	0	0	1
	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	0

Lehenengo lerroa: $1 + 1 = 10$; zero idatz, eta bat eraman;

Bigarren lerroa: $0 + 0 = 0$; baina badakargu bat; beraz, «1».

Hirugarren lerroa: $0 + 1 = 1$; «1» idatz, eta aurrera.

Laugarren lerroa: $1 + 0 = 1$; «1» idatz, eta aurrera.

Boskarren lerroa: $0 + 0 = 0$; «0» idatz, eta aurrera.

Seigarren lerroa: $1 + 1 = 10$; «0» idatz, eta 1 eraman.

Zazpigarren lerroa: deusik ez dago, eta bat dakargu. Beraz, «1».

Beraz: **B = 1001110.**

Eta beste hau:

2)		1	0	1	1	0
+		1	1	0	1	1
	1	1	0	0	0	1

Lehenengo: $0 + 1 = 1$. idatz, eta aurrera.

Bigarren: $1 + 1 = 10$; «0» idatz, eta 1 eraman.

Hirugarren: $1 + 0 = 1$; eta dakargun $1 = 10$. «0» idatz, eta 1 eraman.

Laugarren: $0 + 1 = 1$; eta dakargun 1 : 10. «0» idatz, eta 1 eraman.

Boskarren: $1 + 1 = 10$; eta dakargun 1, 11. «1» idatz, eta 1 eraman.

Seigarren: ez dago deusik. Beraz, dakarguna bakarrik: «1» idatz.

9. 8. — Egizkizu zerorrek baketa hauek:

2)

$$\begin{array}{r} 100101 \\ 101101 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110101 \\ 1101 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110101 \\ 11011 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 111111 \\ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000011 \\ 100001 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101111101 \\ 110011010 \\ \hline \end{array}$$

10. — ZENBAKUNTZA ETA BAKETA HAMARRA OINARRI

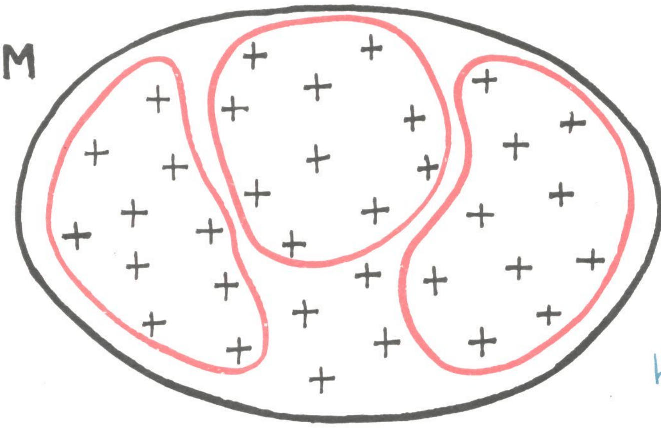
10. 1. — Aspaldiko denboretan euskaldunek hogei-a bide zuten zenbakuntzaren oinarritzat; eta gauzak zenbatzerakoan hogei aletako piloak eratzen zituzten (hogei, berrogei, hirurogei, laurogei, horren aztarnak dira). Zenbakuntzaren oinarria hogeia hartua balute bezala. Gauza bera, itxura denez, zenbait herri zeltak ere; eta hortik heldu omen da gaurko frantsesaren joera: vingt, quatre-vingts.

Hori dela bide, euskaldunok berandu arte oskirik erabili izan ez dugula somatu uste dute batzuek: hogeika zenbatu izan badugu —diote— eskuetako eriak eta oinetako behatzak agirian geneduzkan seinale... Hots, orain dela oso gutxi arte, baserriko alabak berak hiriraino oinutsik etorri ohi zirela gauza ezaguna da: kalerakoan jazten zituzten oskiak, ez lehenago... Beraz, baliteke gure hogeikaren gakoa horretan egotea. Bego.

Nolanahi ere, HAMARRA hartu da zenbakuntza arruntaren oinarritzat Mendebaldeko zibilizazioan; oinetakoak oherakoan ez bestetan kentzen ditugula adieraztekotan edo... Hamar eri agerian! Eta kaleetan, liburuetan eta kontu-liburuetan ikusi ohi ditugun zenbakiak, HAMARRA oinarri idatzirik daude.

10. 2. — Eman dezagun M ondoko gurutzetxo multzo hau; eta molda dezagun hamarra oinarri.

M

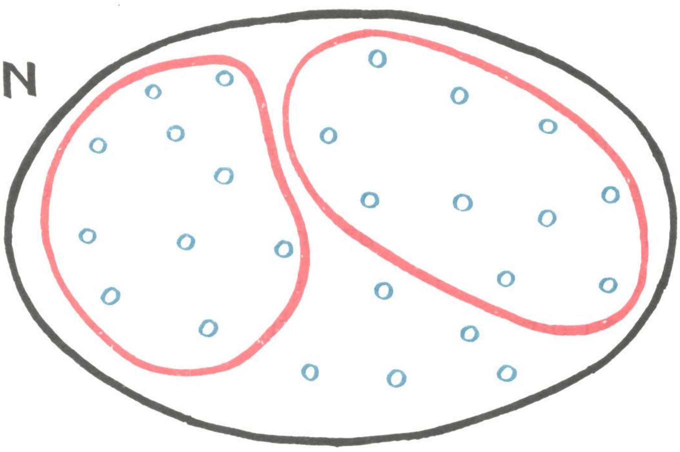


	hamarreko	bateko
M	3	4

hamar)) M = 34 (= "hiru, lau

eta beste hau ere, N, bide beretik, punduz osatua:

N



	hamarreko	bateko
N	2	5

hamar)) M = 25 (= "bi, bost

Har dezagun Hiribarren-en olerki-atal hau, eta molda dezagun letra edo hizkien zenbakuntza (berriz ere HAMAR oinarri):

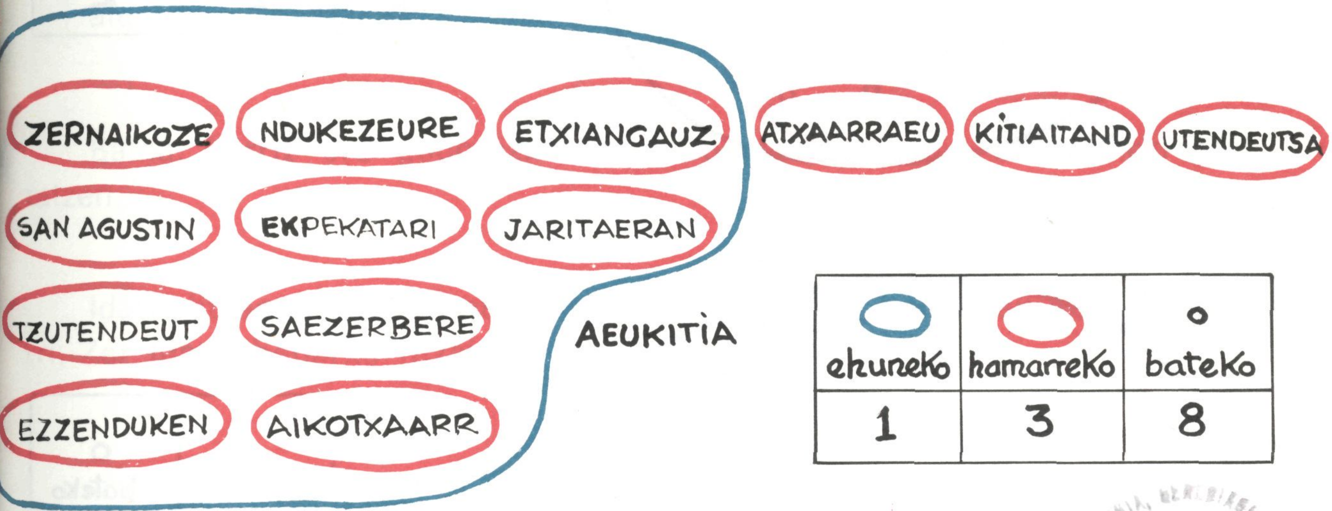
«Eskribatzerat noha gauza zahar asko,
herritar gehienek dute prezatuko.»

6	0

Eta hortaz hau dugu: SEI hamarreko, eta batekorik BAT ERE EZ. Idazterakoan, beraz: **60.**

Egin dezagun orain gauza bera Prai Bartolome-ren atal honetaz:

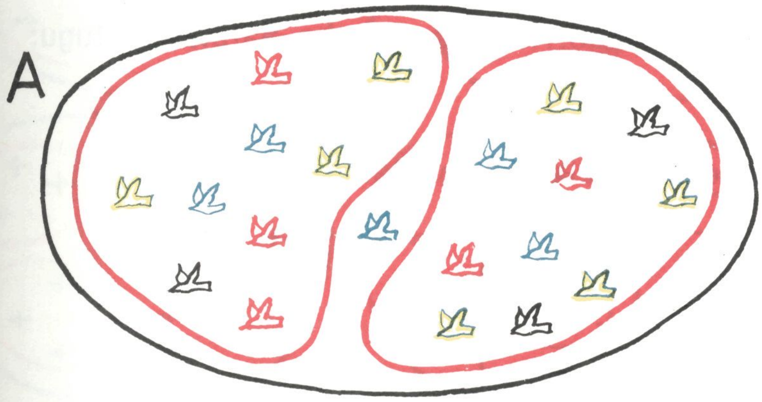
> «Zer! Naiko zenduke zeure etxian gauza txaarra eukitia? itanduten deutsa San Agustinek pekatarijari. Ta erantzuten deutsa: ezer bere ez zenduke naiko txaarra eukitia.»



ehuneko	hamarreko	o bateko
1	3	8

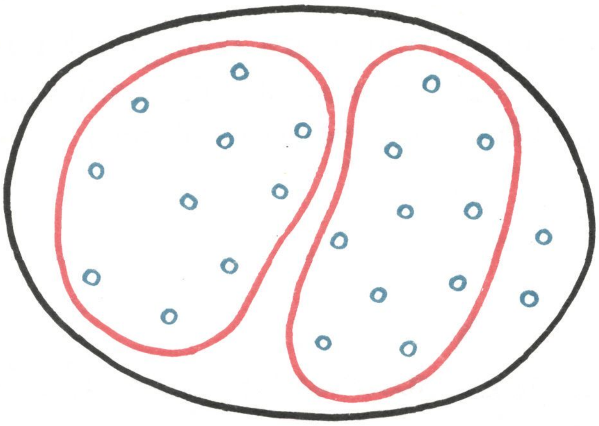
10. 3. — Har ditzagun gogoan berriro lehenagoko ikaskaietan ikusitako multzo batzuk, eta zenbat ditzagun HAMARRA oinarri hartuz.

A antxeta-mordoa, esate baterako:



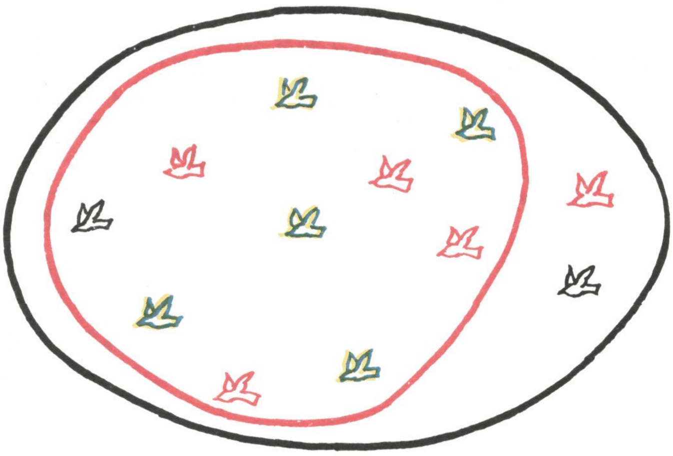
	hamarreko	o bateko
A	2	1

P



	hamarreko	o bateko
P	2	2

L



	hamarreko	o bateko
L	1	2

Beraz : **hamar))** ... A = 21
P = 22
L = 12

10. 4. — Hamar ale duten azpi-multzo gorriak, **hamarreko** bataiatu ditugu; eta urdinak **ehuneko.**

Hamarreko soila, beraz, honela idatziko da hamarra oinarri:

	o
1	0

alegia : **hamar))** hamar = **10.**

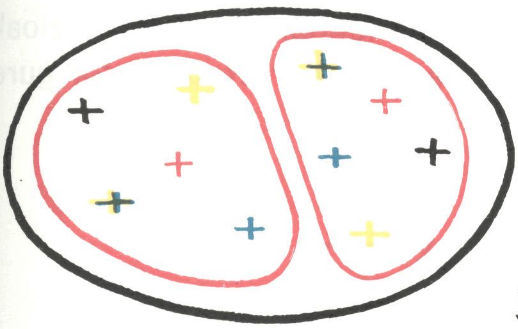
Eta ehuneko SOILA, era berean, eta hamarra oinarri bakarrik:

		o
1	0	0

alegia : **hamar))** ehun = **100.**

Baina, berriz ere gogoraziko dugu, beste oinarritan ez da hori gertatzen.

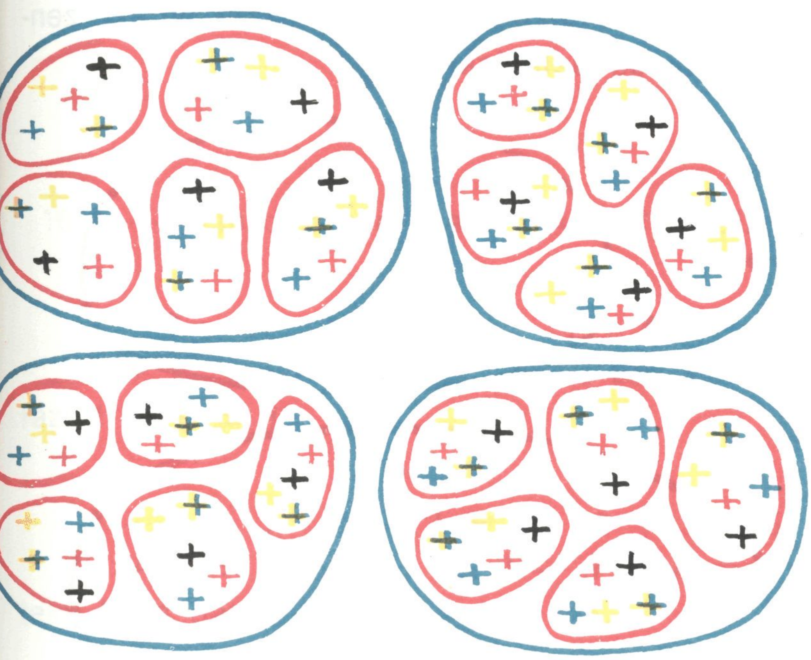
Idatz ditzagun, esate baterako, **hamar** eta **ehun** horietxek BOSTA oinarri. Zer idatzi beharko litzake?



5))

bosteko	o bateko
2	0

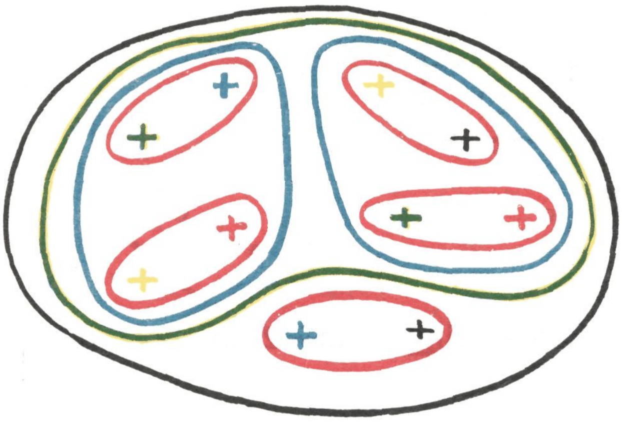
5)) hamar = 20



(biresku) hogei-ta-bosteko	(esku) bosteko	o (eri) bateko
4	0	0

5)) ehun = 400

Eta, era berean, **hamar** multzoa BI-a oinarri idatzi nahi izanez gero, hau lortuko dugu:



2))

Zortziko	Lauko	biko	batek
1	0	1	0

Hau da : hamar = **1010** (2)))

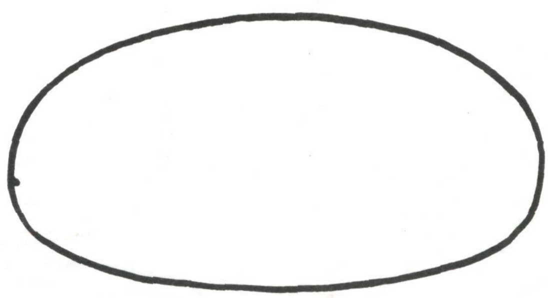
Hamar, hitz batez, ez da beti **10** idazten: **hamarra oinarri** delarik idazten da **10,** baina ez beste inoiz.

Baina, gorago aditzera eman dugunez, Mendebaldeko zibilizazioak HAMARRA hautatu du zenbakuntzaren oinarritzat, eta horretatik dator gure ohitura.

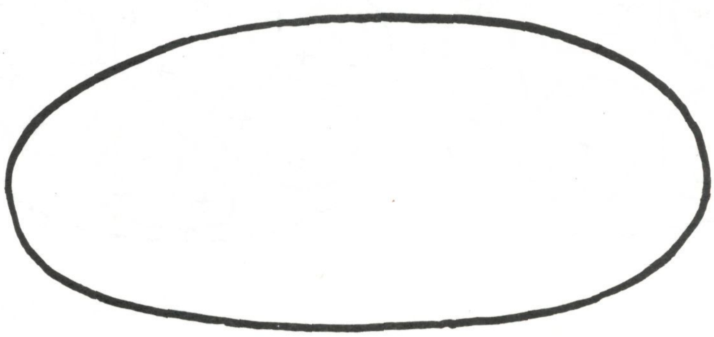
10. 5. — Bete itzazu gurutzez eskuin aldeko hutsarteok, ezker aldeko zenbakiak HAMARRA oinarriz idatzirik daudela jakinda:

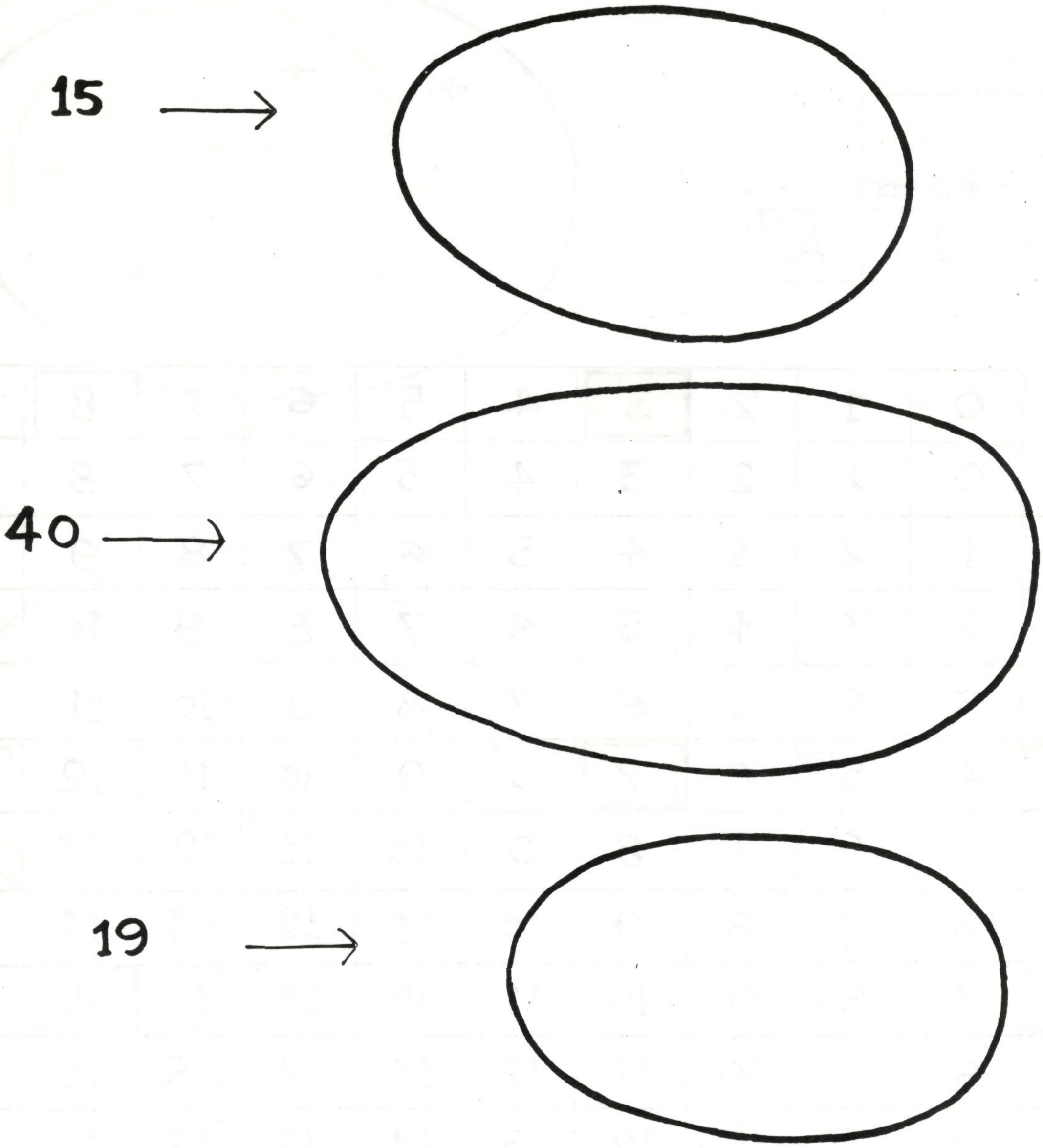
hamar //

21 ⟶



34 ⟶





10. 6. — Osa dezagun orain, HAMARRA oinarri, baketa-taula:

1 + 2 = 3; 1 + 3 = 4; 1 + 4 = 5; 1 + 5 = 6; 1 + 7 = 8 ...
1 + 9 = hamar = hamarreko **bat,** eta bateko librorik **bat ere ez.** Beraz: 1 + 9 = **10.**

2 + 1 = 3; 2 + 2 = 4; 2 + 3 = 5; 2 + 4 = 6; ...
2 + 8 = hamar = 10; 2 + 9 = hamaika = hamarreko bat, eta bateko libro bat. Beraz: 2 + 9 = **11.**

Eta horrela azkeneraino: 9 + 9 = 10 + 8 = **18.**

Eta baketa-taula, beraz, honela osatuko dugu:

⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

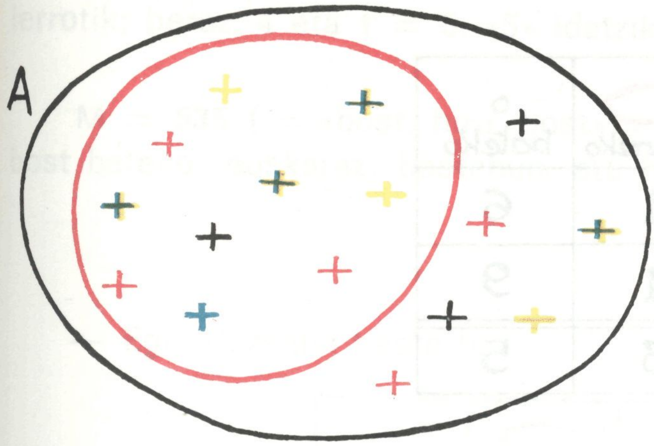
$3 + 4 = 7$
$6 + 5 = 11$
$8 + 7 = 15$

hamar //

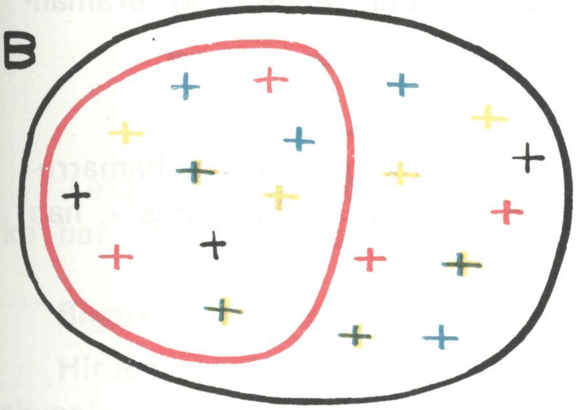
10. 7. — Goazen orain baketa batzuk egitera.

Eman ditzagun bi multzo hauek (A eta B), eta bila dezagun M

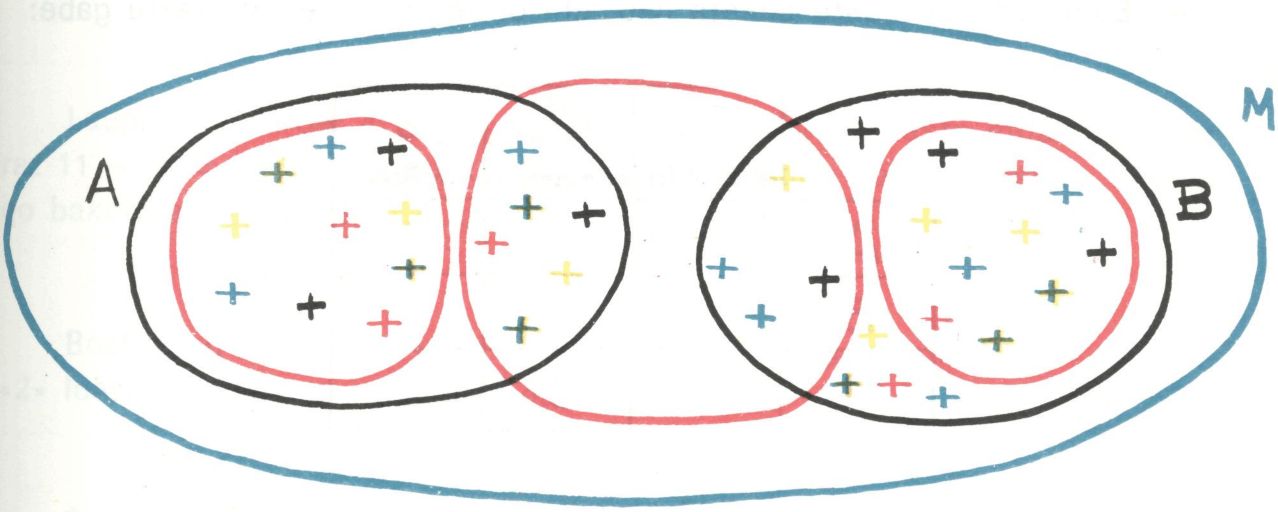
$M = A \cup B$.



	hamarreko	o bateko
A	1	6



	hamarreko	o bateko
B	1	9



	hamarreko	o bateko
M	3	5

Marraztu gabe ere egin zitekeen baketa hori. Egin dezagun:

	hamarreko	bateko
A	1	6
B	1	9
M	3	5

Has gaitezen eskuin aldetik; alegia, beti bezala, batekoetatik. Eta hau dugu: 6 + 9 = 15 (= hamarreko **bat** eta bateko **bost)**. Hortaz, oraingoan batekoak biltzen ari garenez gero, «5» idatziko dugu batekoen lerroan, eta agertutako hamarreko berria hurrengo lerrora (hamarrekoenera) eramango dugu.

Bigarren lerroan : 1 + 1 = 2; eta lehenagotik genekarren hamarrekoa: 2 + 1 = beraz. «3» idatz, eta kitto. M = 35 (= «hiru, bost», hau da, hiru hamarreko eta bost bosteko).

— Egin dezagun beste baketa hau, eta oraingoan ezer marraztu gabe:

	ehuneko	hamarreko	bateko
A	1	6	1
B	3	7	4
M	5	3	5

Lehenengo lerroa, eskuin aldetik beti 1 + 4 = 5. Ez baita hurrengo mailako azpi-multzorik sortu, «5» idatziko dugu, eta aurrera.

Bigarren lerroa : 6 + 7 = hamairu = 13 (alegia: ehuneko bat, eta hiru hamarreko). Beraz, hamarrekoen lerrogunean ari garenez gero, hamarrekoak markatuko ditugu («3»), eta sortu den ehunekoa ehunekoen lerroko baketarako eramango.

Hirugarren lerroa: 1 + 3 = 4; eta badakargu beste bat lehenagoko lerrotik; beraz, 4 eta 1 = 5. «5» idatziko dugu, beraz, eta kitto.

M = **535** (= «bost, hiru, bost» = bost ehuneko, hiru hamarreko eta bost bateko; euskaraz: bòstehun, eta hogei-ta-amabost).

— Egin dezagun beste bat:

	hamar-mil.	milako	ehuneko	hamarreko	bateko
A	1	4	9	0	7
B		7	2	4	5
M	2	2	1	5	2

Lehenengo lerroan, eskuinetatik hasita: 7+ 5 = hamabi = hamarreko bat, eta bi bateko. «2» idatziko, beraz, eta 1 eramango.

Bigarren lerroan: 0 + 4 = 4; eta dakarguna: 5.

Hirugarren lerroan (ehunekoena): 9 + 2 = milako bat, beraz, eta ehuneko bat. Eunekoetan ari garenez gero, «1» markatuko, eta milako bat milakoen baketara eramango.

Laugarren lerroa: 4 + 7 = 11. Eta bagenekarren beste milako bat, beraz 11 + 1 = 12. «2» idatziko dugu, eta sortu den hamar-milakoa, hurrengo baketarako eramango dugu.

Boskarren lerroa: 1 + 0 = 1; eta dakargun beste hori: 1 + 1 = 2. «2» idatziko dugu, eta bukatua da baketa.

Ohar: pratikan, idazkizuna arindu beharrez, honela idatziko litzake eragiketa hori:

$$\begin{array}{r} 1\ 4\ 9\ 0\ 7 \\ 7\ 2\ 4\ 5 \\ \hline \mathbf{2\ 2\ 1\ 5\ 2} \end{array}$$

10. 8. — Egin itzazu ondoko baketa hauek, beti HAMAR oinarri:

			o
	2	0	6
+	3	5	4
	5	6	0

			o
	7	2	9
+	3	0	6
1	0	3	5

				o
	6	3	0	7
	5	2	9	6
1	1	6	0	3

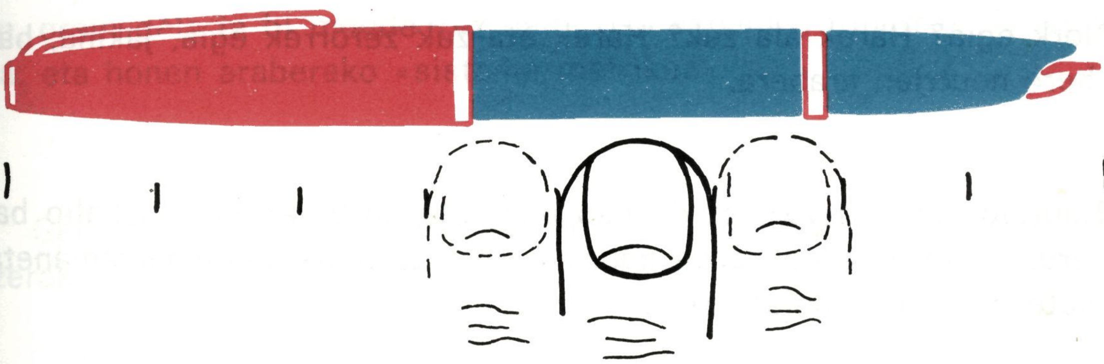
				o
	2	6	5	7
	7	4	2	1
1	0	0	7	8

			o
7	3	0	9
1	3	4	2
8	6	5	1

					o
	5	3	5	0	2
	2	9	4	9	7
	8	2	9	9	9

11. — LUZERAREN NEURKETA

11. 1. — Har zazu zeure lapitza, eta saia zaitez haren luzera neurtzen. Nola egingo zenuke? Zeure erpurua (eri lodi eta txikerra) baliatuz egin dezakezu, esate baterako:



Zenbat aurkitu duzu? Zortzi, eman dezagun. Zuk, beraz, hau idatziko zenuke: L = 8 ontz (erdaraz, pulgada, pouce).

Zure irakasleak bere eriez neurtuko balu, ordea, hau aurkituko luke: L = 6 ontz (eta ez 8, beraz).

Gauza ageria da norberaren erpurua erabiltzeak alderdi txar nabarmenak lituzkeela. Baina, berez, luzerak neurtzeko ontza erabil liteke; eta gutxi gorabeherako «azbete» edo ontz (pulgada, pouce, erdaraz) **bakar** bat denontzako hautatuz, mendeetan barrena neurtu izan ditugu luzerak bai euskaldunok bai erdaldun anitzek ere. Herri batetik bestera, ordea, askotan ohartu izan dira diferentzia txikiak; eta horretatik mila istilu sortu ere bai.

11. 2. — Goazen orain geure ikas-gelaren luzera neurtzera. Ohiturako abiadan joan zaitez pareta batetik bestera. Ahalik eta urratsik berdinenak eman itzazu. Zenbat? Hamabi, eman dezagun. Zenbakuntzaren oinarritzat hamar hartuz, beraz, hau idatz genezake: L = 12 pausu edo ixtape.

Abia zaitez orain ikas-gelaren zabalera neurtzera. Zenbat? Sei pausu, eman dezagun; eta hau idatziko zenuke: Z = 6 pausu.

Dudarik gabe horrela neur litezke luzerak.

Baina zure ordez Joanes abiatu izan balitz neurketan, zu baino handiago denez gero, hauek aurkituko zituzkeen:

L = 10 pausu; eta Z = 4 pausu.

Nork egia? Harek ala zuk? Harek eta zuk zerorrek egia, jakina, baina nork bere neurrien arabera.

Neurpide hori, beraz, ez da oso ona; eta norberarentzako balio badezake ere, besterentzako ez da gauza bera; eta merkatalgo-harremanetarako, esate baterako, inolaz ere ez.

11. 3. — Gauzak horrela, beste neurri bat erabil liteke (eta kondairan barrena erabilia izan da): oina. Alegia: oinaren luzera baliatuz neurketak egitea.

Ikas-gela horrela neurtuz gero, beraz, zuk hau aurkituko zenuke:

L = 25 oinbete
Z = 12 oinbete

eta, era berean, beste edozein luzera neur zenezake.

Baina zure ordez Joanes-ek bere oinaren arabera neurtuko balu, hau aurkituko luke:

L = 22 oinbete; Z = 11 oinbete.

Inglesek eta amerikarrek, halere, erdibideko oinbete bakar bat hautatuz, oraindik gaur berton ere oso maiz neurtzen dituzte luzerak ontzez eta oinbetez.

11. 4. — Zerorrek uler dezakezunez, luzeren neurketa seguru eta bakar bat izatea oso inportantea zen; batez ere herri guztiek batera elkar konprenitzeko; eta luzera bati buruz mintzatzean ados egoteko. Eta horrela sortu zen, orain dela ia bi mende (ez baita oso aspaldi!) «metro» deritzan neurria, eta honen araberako «sistema metrikoa».

Gero eta maizago eta osokiago herri guztiek **metrotan** neurtzen dituzte luzerak; eta metro hori bakarra eta berbera da denontzako.

Luzera txikiak neurtzeko, halere, metroaren parte diren dezimetroa, zentimetroa eta milimetroa erabiltzen dira; eta hauek berdintza hauen arabera finkatu dira:

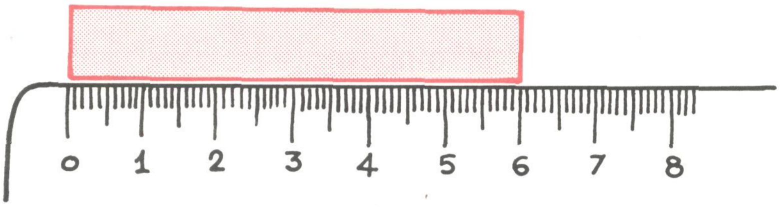
1 metro = 10 dezimetro = 100 zentimetro = 1000 milimetro.

1 dezimetro = 10 zentimetro = 100 milimetro.

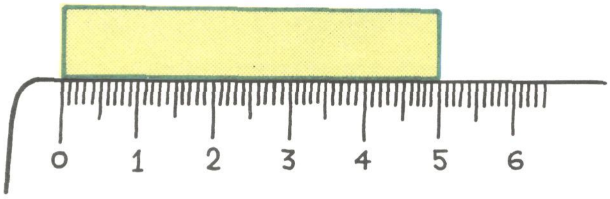
1 zentimetro = 10 milimetro.

«Metriko» deritzan luzera-neurpide edo sistema honek, beraz, HAMARRA hartu du oinarri.

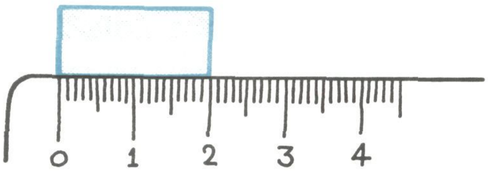
11. 5. — Goazen ondoko luzera hauek neurtzera:



L = 6 cm



L = 5 cm



L = 2 cm

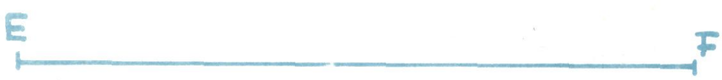
Milimetrotan neurtuz gero, berriz:

L = 60 mm
L = 50 mm
L = 20 mm

11. 6. — Neur itzazu ondoko segmento hauek:

AB =

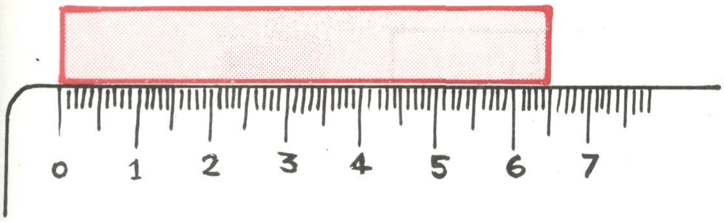
CD =



EF =

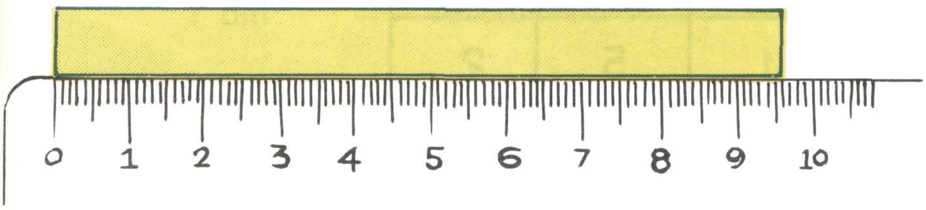
GH =

11. 7. — Neur zazu orain erregelatxo hau:



L=6cm5mm

6 zentimetro baino luzeago da, 7 zentimetro baino motzago. Zenbat du xuxen? 6 zentimetro eta 5 milimetro; edo 65 milimetro.

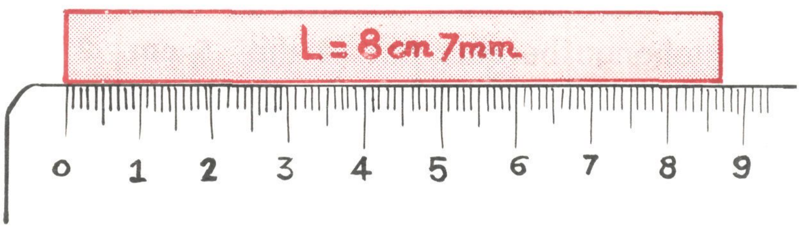


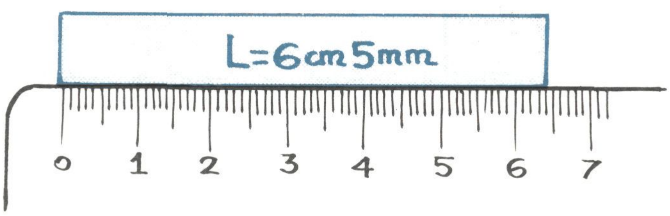
L= 9cm7mm

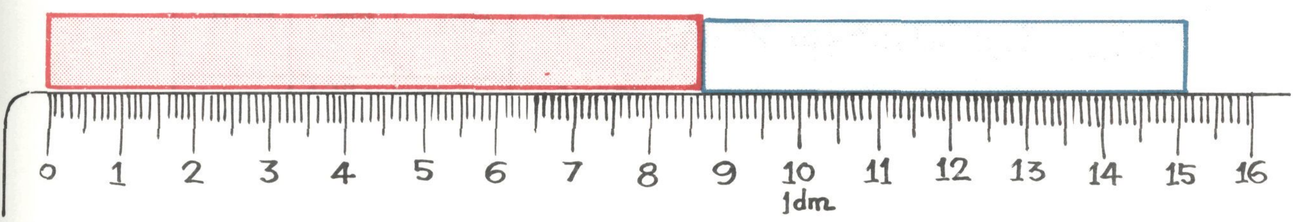
Eta beste honek:

9 zentimetro baino gehiago, 10 baino gutxiago. Xuxen esateko: 9 zentimetro eta 7 milimetro (edo 97 milimetro).

11. 8. — Egin dezagun orain bi luzeraren baketa:







L= 1dm 5cm 2mm

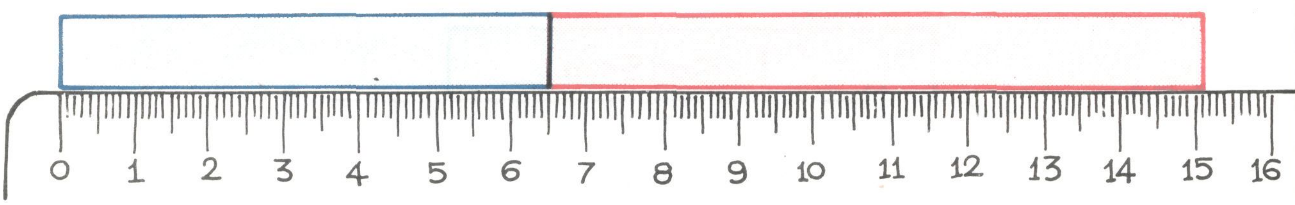
dm	cm	mm
	8	7
	6	5
1	5	2

Alegia: 7 + 5 = 12; hau da, «2» milimetro idatz milimetroen lerroan, eta zentimetro bat eraman hurrengora.

Bigarren lerroan: 8 + 6 = 14; eta dakarguna 14 + 1 = 15. Beraz, «5» idatz (bost zentimetro oraingoan, jakina), eta 1 eraman.

Hirugarren lerroan: dakarguna besterik ez dago. Beraz, «1» dm.
Eta ondorioa, lehengo berbera da: **1 dm 5 cm 2 mm.**

Erregelatxoak alderantziz jarrita ere, ondorio berbera dugu:



L = 1dm 5cm 2mm

dm	cm	mm
	6	5
	8	7
1	5	2

11. 9. — Sistema metrikoaren neurri-multzoa hau da:

1 Km	=	10 Hm	kilometro
1 Hm	=	10 Dm	hektometro
1 Dm	=	10 m	dekametro
1 m	=	10 dm	metro
1 dm	=	10 cm	dezimetro
1 cm	=	10 mm	zentimetro, milimetro

Baketak egiterakoan, beraz, hau dugu:

Hm	Dm	m	dm	cm	mm
2	6	0	9	3	1
3	4	6	2	7	8
6	0	7	2	0	9

L = 607209 mm = 6 Hm. 0 Dm. 7 m. 2 dm. 0 cm. 9 mm.

Eta era berean:

25 cm = 5 cm. 2 dm.

37 cm = 7 cm. 3 dm.

122 cm = 2 cm. 2 dm. 1 m.

361 cm = 1 cm. 6 dm. 3 m.

1321 cm = 1 cm. 2 dm. 3 m. 1 Dm.

2328 m = 8 m. 2 Dm. 3 Hm. 2 Km.

3609 m = 9 m. 0 Dm. 6 Hm. 3 Km.

4371 m = 1 m. 7 Dm. 3 Hm. 4 Km.

11. 10. — Idatz itzazu aldamenean, METROTAN, luzera hauek:

1 Km.	3 Dm.	8 m.		=
3 Km.	8 Hm.	8 Dm.	1 m.	=
8 Km.	3 Hm.	3 m.		=
3 Km.	7 Dm.	8 m.		=
6 Km.	3 Hm.	3 Dm.	1 m.	=
7 Km.	3 Hm.	3 Dm.		=

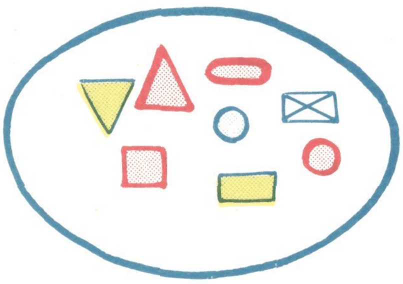
11. 11. — Marka itzazu paper batetan ondoko luzera hauek:

2 dm. 1 cm. — 3 cm. 8 mm. — 47 mm. — 1 dm. 7 cm. 7 mm.
1 dm. 2 mm. — 3 dm. 2 cm. 1 mm. — 2 dm. 7 cm. 1 mm. — 172 mm.

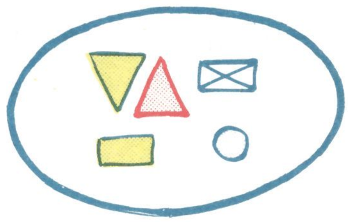
12. — KENKETA, BOSTA OINARRI

12. 1. — Liburu honen boskarren ikaskaian azaldu dugunez, eman ditzagun bi multzo hauek:

A

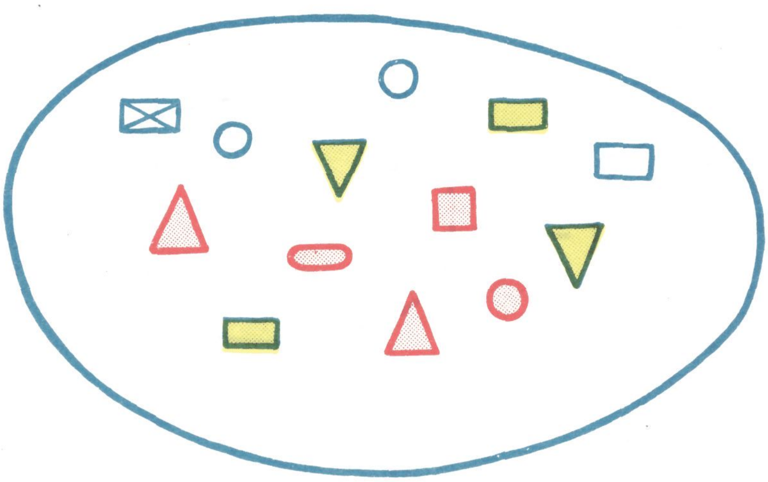


B



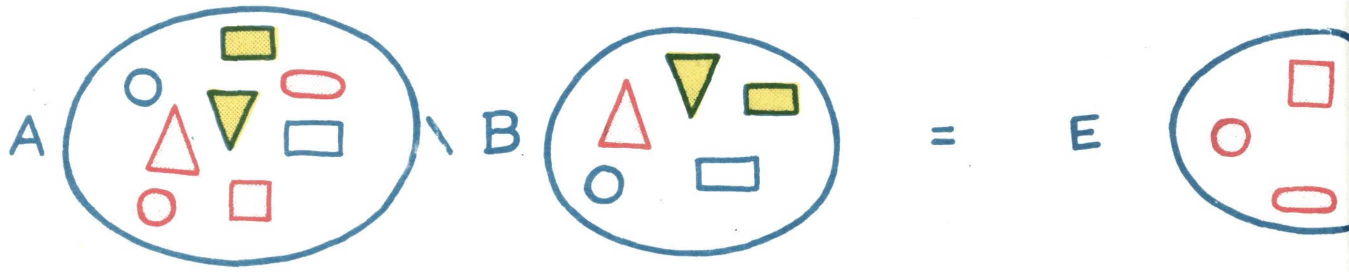
A eta B-ren BILKETA hau da, orduan azaldu genuenez:

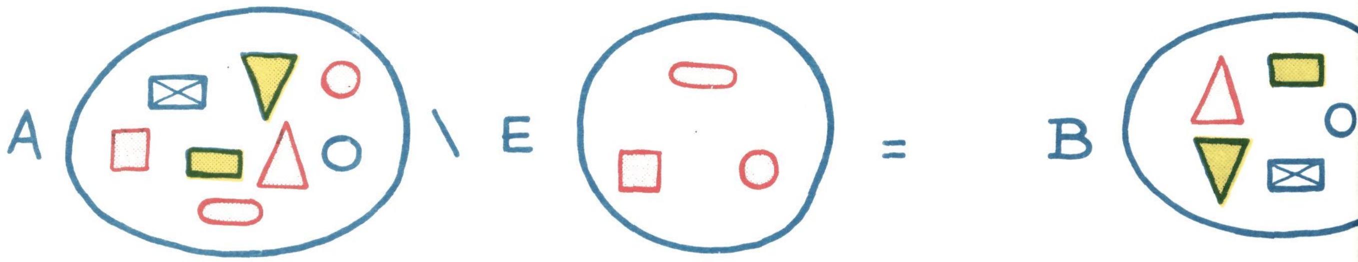
D



eta honela idazten da D = A ∪ B (« D berdin A bil B »)

Eta, era berean, bi multzoren KENKETA zer den ere azaldu genuen:

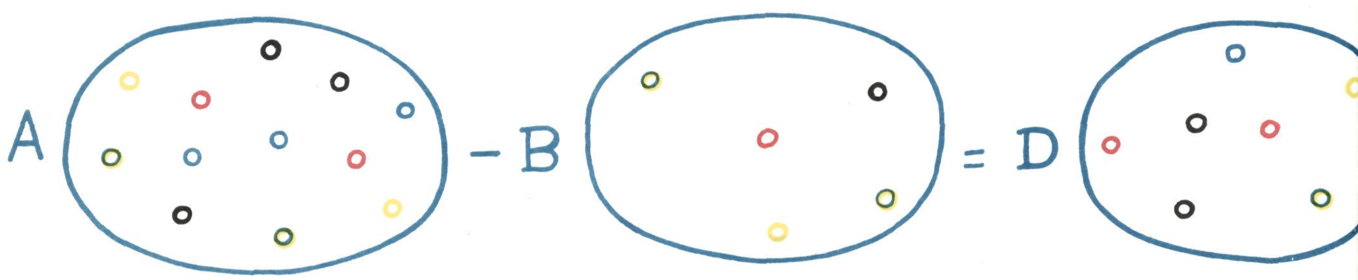


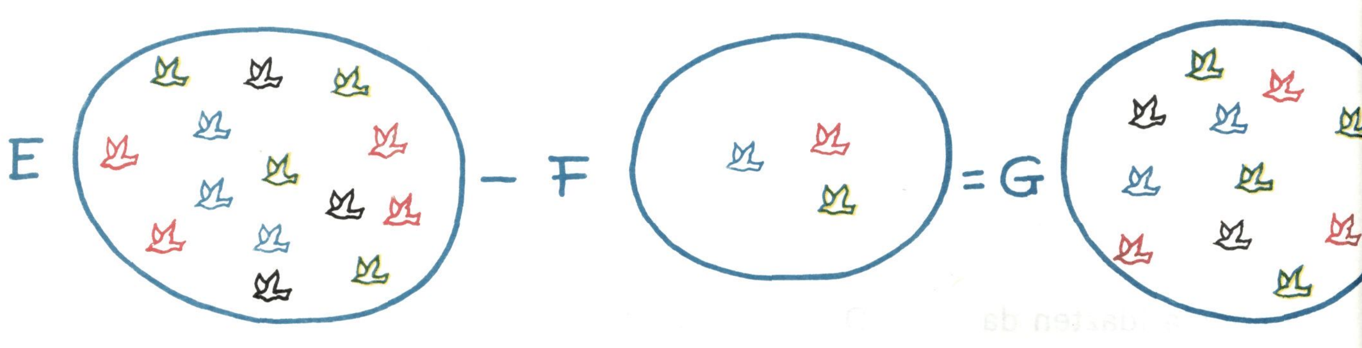


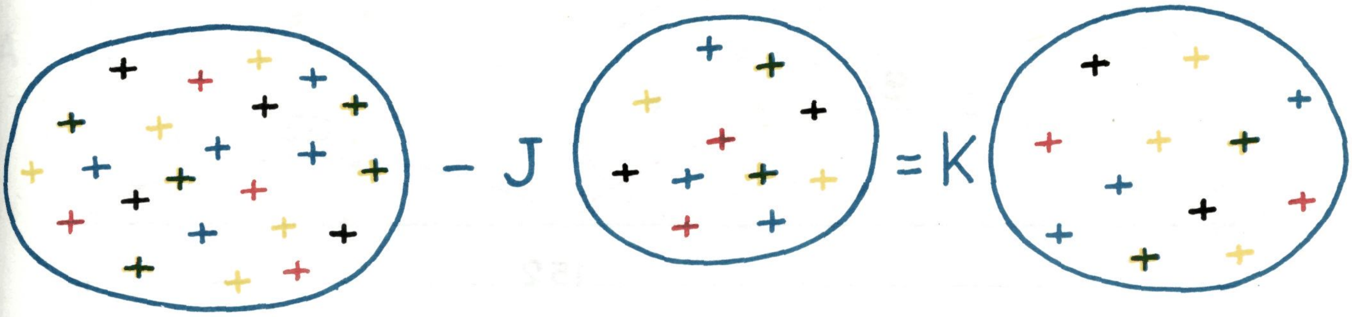
alegia: A \ B = E (« A ken B berdin E »)

A \ E = B

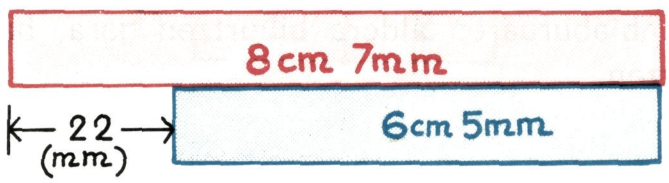
12. 2. — Multzo horien elementuak mota berekoak direlarik, bilketari BAKETA deritza, eta + sinua erabiltzen da. Kenketa, berebat, — idazten da.







12. 3. — Har ditzagun orain lehenagoko ikaskaian erabili ditugun errege- latxoak, eta egin dezagun bi luzera horien kenketa:



Edo beste modu batetara idazteko:

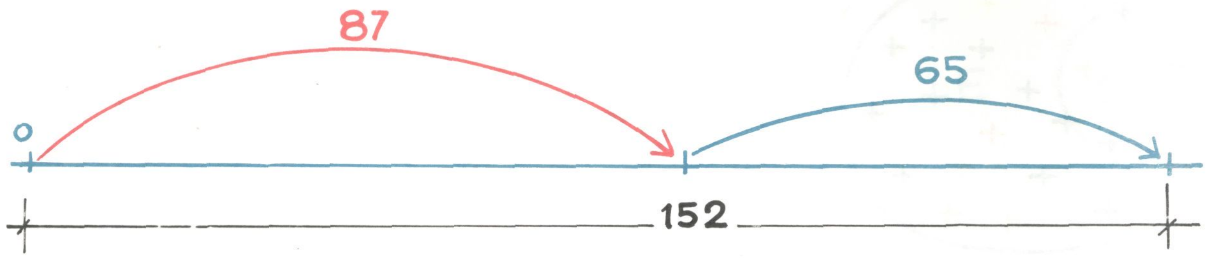
8	7
6	5
2	**2**

Eskuin aldetik hasita: lehenengoan, 7 — 5 = 2; bigarrenean, 8 — 6 = 2.

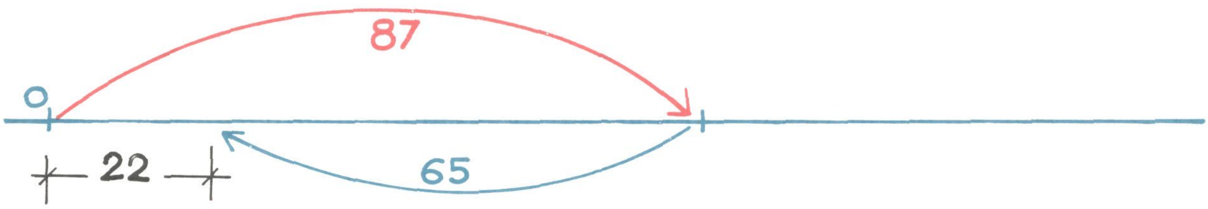
Zerorrek ohar dezakezunez:

8	7
2	**2**
6	5

12. 4. — Baketa egiteko, beraz, honela egiten dugu:



eta kenketa egiteko, berriz, honela:

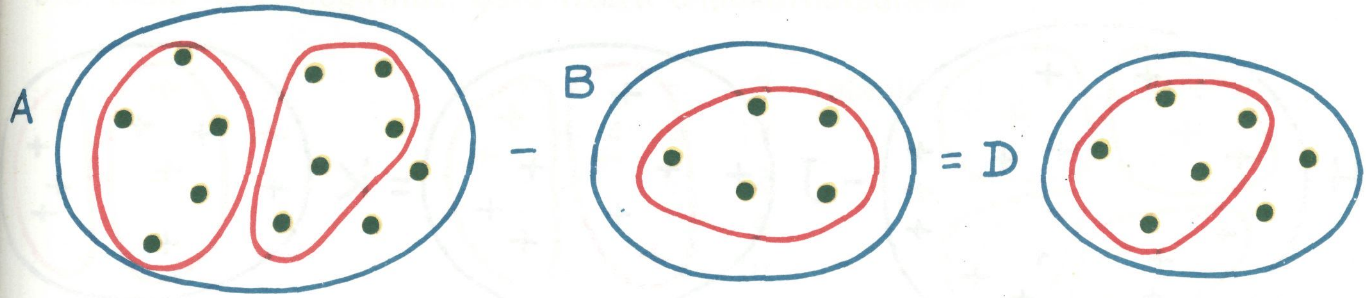


Kenketakoan abiaburuaren aldera bihurtzen gara; baketakoan, berriz, abiaburutik urruntzen.

12. 5. — Egin itzazu, bina erregelatxo prestatuz, ondoko eragiketa hauek:

4 cm + 3 cm	4 cm - 3 cm
8 cm + 5 cm	8 cm - 5 cm
5 cm + 2 cm	5 cm - 2 cm
12 cm + 7 cm	12 cm - 7 cm
79 mm + 31 mm	79 mm - 31 mm
64 mm + 21 mm	64 mm - 21 mm
121 mm + 50 mm	121 mm - 50 mm

12. 6. — Berriz har ditzagun kontutan ikaskai honen bigarren punduan egin ditugun kenketak. BOSTA oinarritzat hartuz, hau izango genuke:



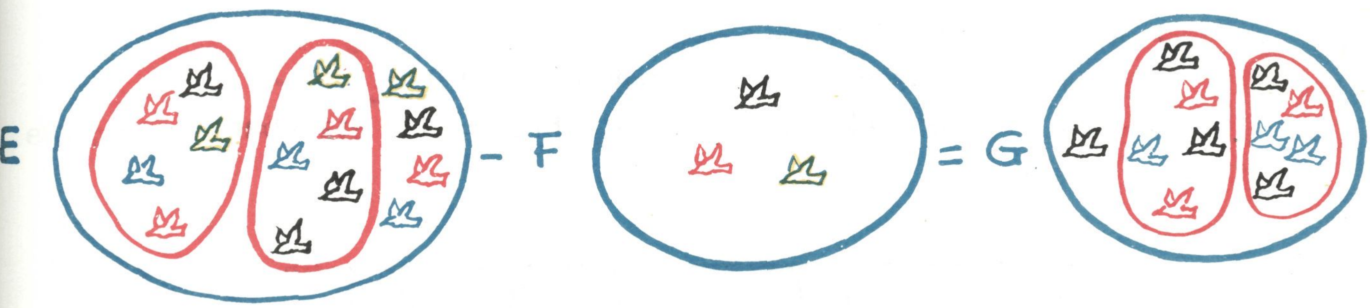
edo 5//

	◯	o
A	2	2
-B	1	0
D	1	2

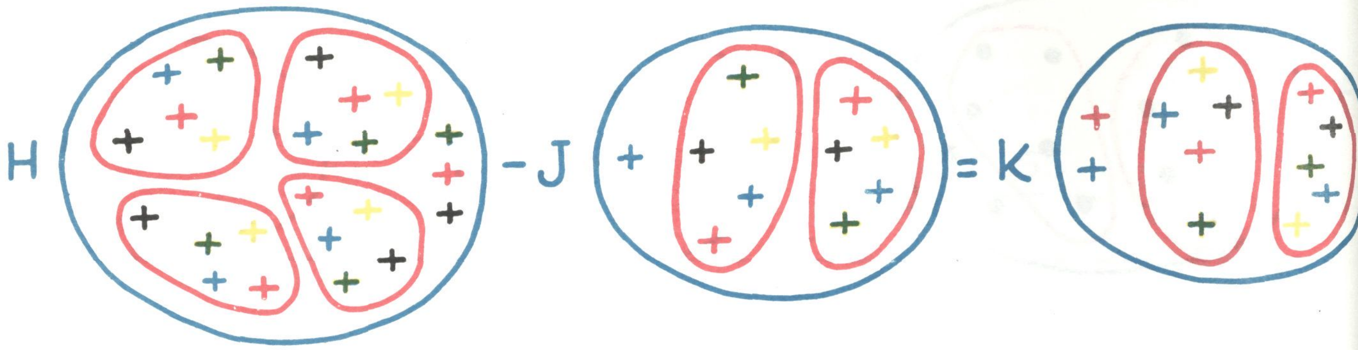
Lehenengo lerroan: 2 ken 0 = 2 . «2» idatz .

Bigarren lerroan: 2 ken 1 = 1 . «1» idatz . Hortaz : D = 12 (BOST oinarria).

Eta bide beretik besteak:



	◯	o
E	2	4
-F		3
G	2	1



		o
H	4	3
-J	2	1
K	2	2

12. 7. — Aisago lanegiteko berriz eman dezagun baketaren taula (BOSTA oinarri):

1 + 2 = 3
1 + 3 = 4
1 + 4 = bosteko bat, librorik ez = 1.0 = 10
2 + 4 = bosteko bat, eta bat libro = 11, eta abar.

5//

⊕	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

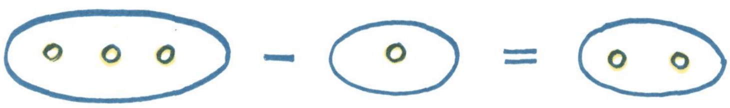
3-1 = 2
10 - 4 = 1

eta, taula horri begiratuz, bete itzazu ondoko hutsuneak:

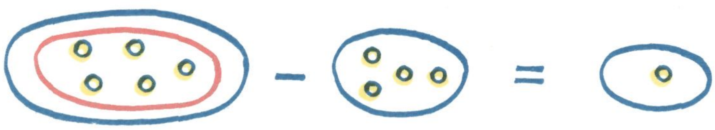
$$
\begin{array}{rcrcr}
1 & + & & = & 3 \\
 & + & 4 & = & 10 \\
3 & + & & = & 12 \\
2 & + & & = & 4 \\
0 & + & & = & 10 \\
 & + & 4 & = & 13 \\
3 & + & & = & 10
\end{array}
\quad \text{(alegia : } 1 + 2 = 3\text{)}
$$

Azter ditzagun batzuk, gakoa zertan datzan garbi ikusteko:

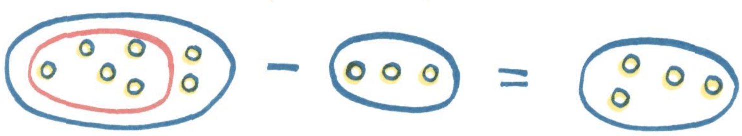
— 1 izanda, 3 izateko: 2 falta:



— 4 izanda, 10 izateko (BOSTA oinarri dugularik ari gara; beraz, bosteko BAT, eta bateko ZERO), 1 erantsi behar da.



— 3 izanda, 12 izateko («bat, bi» BOSTA oinarri: bosteko BAT eta bateko BI), 4 behar dira:



eta abar.

12. 8. — Egin ditzagun kenketa hauek:

5)

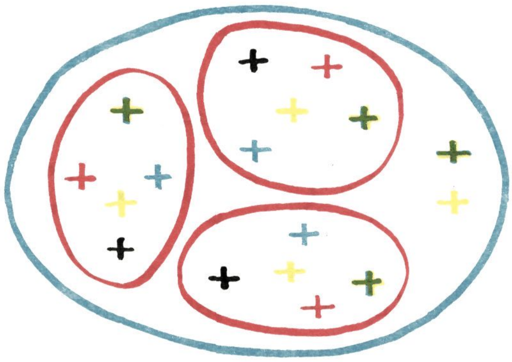
3	2
2	0
1	2

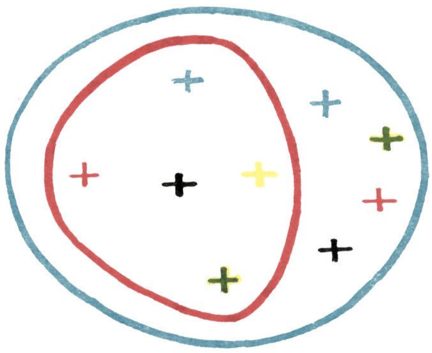
4	3
1	2
3	1

Eman dezagun orain beste kasu hau:

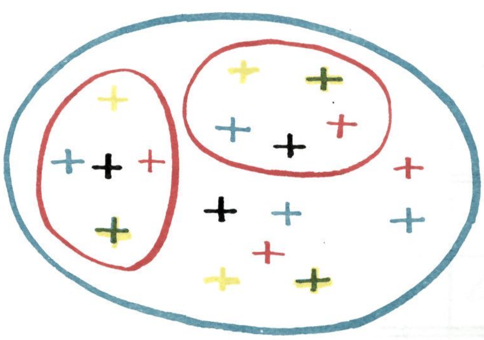
3	2
1	4

Nola egin? Marraz ditzagun bi multzook garbiago ikusteko:

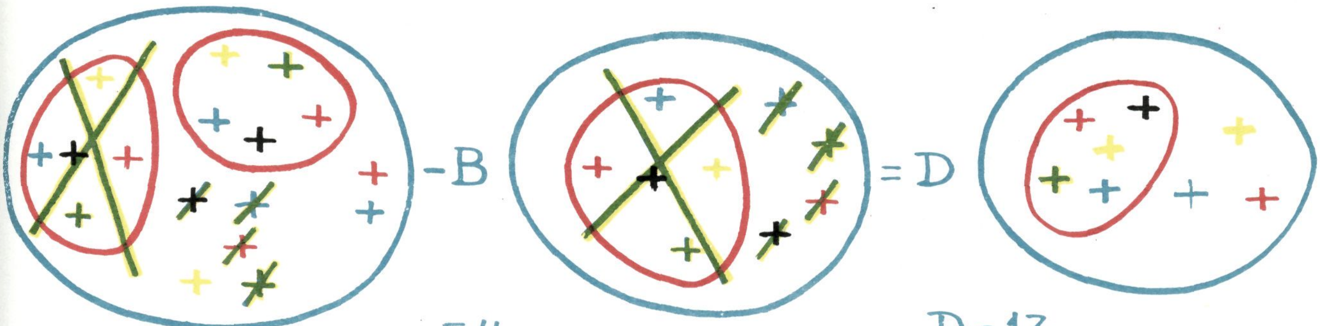
A  32 (5//)

B  14

A-ren bostekoetako bat, aletu egingo dugu; gure baserritarrek ongi dioten bezala, «irakurri» egingo dugu, eta honela jokatu beraz:

A 

Eta orduan hau izango dugu:



5//

D = 13

Eta marraztu gabe:

A	3	2
B	1	4

→

A	2	12
B	1	4
	1	3

Beraz: lehenengo lerroan: 12 ken 4 (begira taula) = 3.
bigarren lerroan: 2 ken 1 = 1.

12. 9. — Egizkizu gurekin ondoko kenketa hauek:

	3	2
−	2	3

→

	2	12
−	2	3
	0	4

5//

+	3	3
−	1	2
	2	1

	4	1
−	1	4

→

	3	11
−	1	4
	2	2

	2	0	4
−		3	2
			2

→

	1	10	4
−		3	2
	1	2	2

	3	2	1
−	1	4	2

→

	3	1	11
−	1	4	2
			4

→

	2	11	11
−	1	4	2
	1	2	4

	3	0	4	3
−	1	4	1	2
			3	1

→

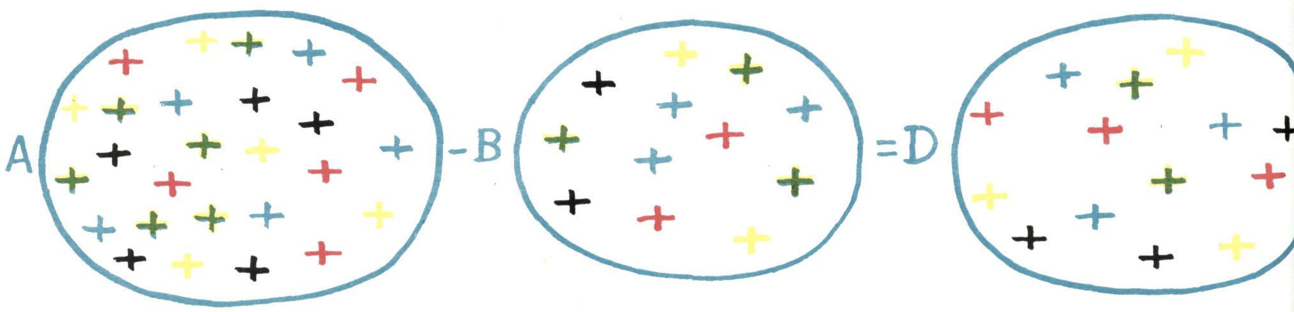
	2	10	4	3
−	1	4	1	2
	1	1	3	1

12. 10. — Beti BOST oinarri, egizkizu zeure kabuz kenketa hauek:

32	—	21	=
42	—	14	=
31	—	20	=
112	—	24	=
202	—	121	=
32	—	24	=
3204	—	2441	=

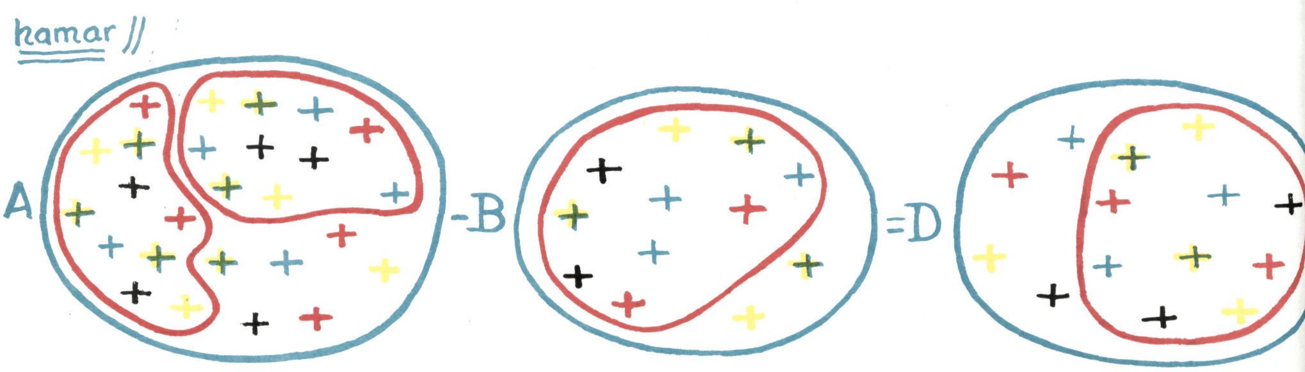
13. — KENKETA HAMARRA OINARRI

13. 1. — Eman ditzagun bi multzo hauek, eta egin dezagun A — B = D kenketa, HAMARRA zenbakuntzaren oinarritzat hartuz.

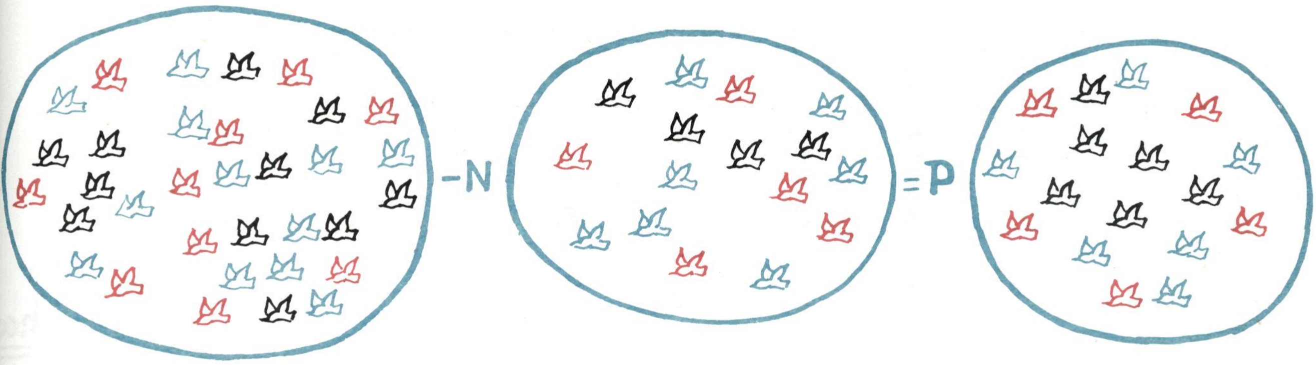


Beraz, HAMARRA oinarri:

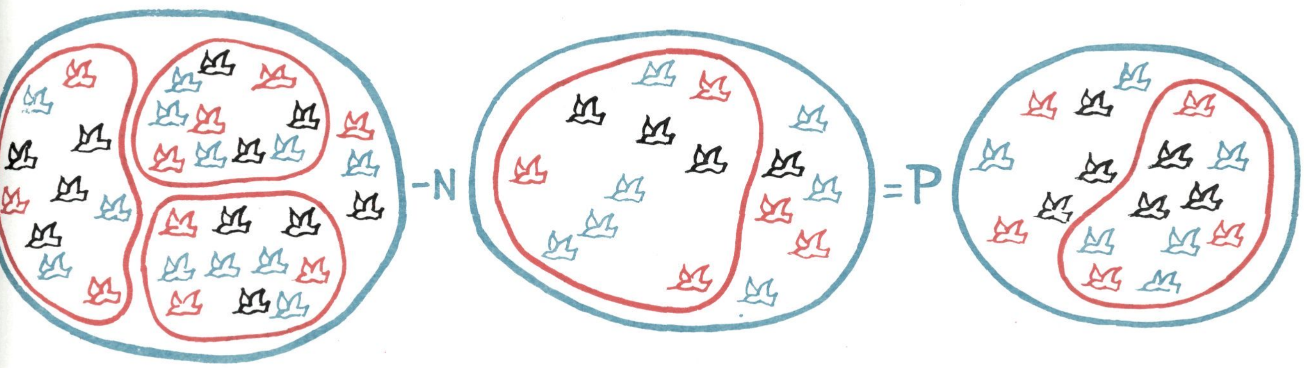
hamar))



Egin dezagun beste kenketa bat:



eta taxu dezagun ere HAMARRA oinarri hartuz:



13. 2. — Bi kenketa horiek idatziz emanez gero, hortaz, hau genuke:

		O	o
	A	2	6
—	B	1	2
	D	1	4

		O	o
	M	3	3
—	N	1	6
	P	1	7

hamar))

13. 3. — Gogoan har dezagun berriz baketa-taula, HAMAR oinarri:

⊕	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

eta honi begiratuz, azal ditzagun xeheki **A-B** eta **M-N** kenketak.

13. 4. — **AB = D.**

Lehenengo lerroa, batekoena beti:
6 ken 2 = 4. Eta «4» idatziko.

Bigarren lerroa, hamarrekoena:
2 ken 1 = 1. Eta «1» idatziko.

D, beraz = **14.**

	O	o
	2	6
−	1	2
	1	4

M — N = P.

	O	o
	3	3
−	1	7
	1	6

2	13
1	7
1	6

Lehenengo lerroan, 3 ken 7: ezin. Hortaz hamarreko bat «irakurriko» dugu, batekotan emanez, eta 33 honela idatziko dugu: 2 (hamarreko), 13 (bateko). Beraz, 13 ken 7 = 6. Eta «6» idatziko.

Bigarren lerroan: 2 ken 1 = 1. «1» idatziko. Kontuz lerro honetan, beraz: kenketa egin ahal izateko, 33-ak dituen hiru hamarrekoetatik, bat «aletu» egin baitugu, horrela 13 izateko (13 ken 7).

13. 5. — Egin ditzagun orain beste kenketa batzuk, egin behar duguna xeheki ohartuz:

	3	7
−	2	1
	1	6

Lehenengo lerroan: 7 ken 1 = 6. Bigarren lerroan: 2 ken 1 = 1. Hortaz: **16** (bat, sei); HAMARRA oinarriz ari garenez gero, hamarreko bat eta sei bateko; beraz, hamasei).

7	2
2	9

→

6	12
2	9
4	3

Lehenengo lerroan: 2 ken 3, ezin. 72 horretan badira 7 hamarreko. Horietako bat, beraz, aletu egingo dugu: 72 = 6 hamarreko eta 12 bateko. Eta horretara hau dugu: lehenengo lerroan, 12 ken 9, beraz 3. Eta bigarren lerroan: 6 ken 2 = 4. Hortaz: **43.**

0 1	13 3	4
	7	1
	6	3

Lehenengo lerroan, 4 ken 1 = 3.

Bigarren lerroan: 3 ken 7. Ezin. Beraz: 134 = 13 hamarreko, 4 bateko. Eta 13 ken 7 = 6.

Hortaz: **63.**

3	7 8	11 1
1	9	2
		9

Lehenengo lerroan: 1 ken 2. Ezin.

Hamarrekoetako bat aletu, eta 11 bateko ditut.

11 ken 2 = 9.

Bigarren lerroan: 8 ken 9 dago idatzirik, baina nik batekoen kenketa egiteko 1 dakart; beraz 7 ken 9 egin behar nuke. Ezin da. Hortaz, ehuneko bat aletuko dut, eta hau egingo 17 — 9 = 8.

Hirugarren lerroan: 3 ken 1 zegoen idatzirik; baina hamarrekoen kenketa egin ahal izateko, ehuneko bat «irakurri» dut hamarrekotan; hortaz 2 ken 1 = 1.

Eta hortaz, **189.**

2 3	17 7	11
1	9	2
1	8	9

13. 6. — Egizkizu zerorrek kenketa hauek, urrats guztiak ongi ulertuz:

$$\begin{array}{r} 61 \\ -\ 14 \\ \hline \mathbf{47} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1321 \\ -\ 620 \\ \hline \mathbf{701} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 36092 \\ -\ 17303 \\ \hline \mathbf{18789} \end{array}$$

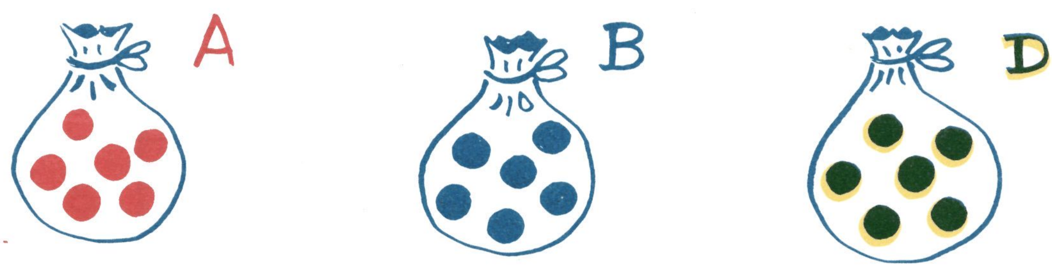
$$\begin{array}{r} 52 \\ -\ 36 \\ \hline \mathbf{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23742 \\ -\ 19471 \\ \hline \mathbf{4271} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 470916 \\ -\ 325092 \\ \hline \mathbf{145824} \end{array}$$

13. 7. — Egizkizu orain kenketa hauek:

32	—	11	=
41	—	10	=
37	—	21	=
103	—	12	=
98	—	69	=
132	—	34	=
2360	—	1325	=
1417	—	682	=

14. — BIDERKETA.

14. 1. — Begira itzazu hiru pilota-zaku horiek:



Zaku bakoitzean 6 pilota ikusten dugu: A-n 6 gorri, B-an 6 urdin eta D-an 6 berde. Zenbat dago guztira?

$$6 + 6 + 6$$

Baketa horretan, beraz, pundu berezi bat dugu: batu behar diren parte guztiak BERDINAK direla (6); eta horrelako **hiru** kasu honetan. Bakari berdinen baketa mota honi, **BIDERKETA** deritza euskaraz; eta honela idatz daiteke.

$$6 + 6 + 6 = \mathbf{3} \times \mathbf{6} \quad \text{(«hiru bider sei»)}$$

14. 2. — Gogoan har itzazu orain ondoko pustarri-multzo hauek:

Jakes-enak Kepa-renak Andoni-renak Joanes-enak

Badago hor, beraz, lau pustarri multzo. Egin dezagun baketa; eta hau idatzi beharko dugu:

$$7 + 7 + 7 + 7$$

Berriz ere, hortaz, batu behar diren bakari edo parteak **berdinak** dira (7 aletakoak); eta horrelako LAU dugu. BIDERKETA bat dugu begien aurrean, eta hau idatz dezakegu:

$$7 + 7 + 7 + 7 = \mathbf{4} \times \mathbf{7}$$ («lau bider zazpi»)

14. 3. — Begira itzazu ondoko multzo hauek: alegia, neska bakoitzak duen liburu-piloen saila:

Marisa Diana Mikele

Liburu-pilo bakoitzean BOST liburu dago; eta HIRU liburu-pilo denera.

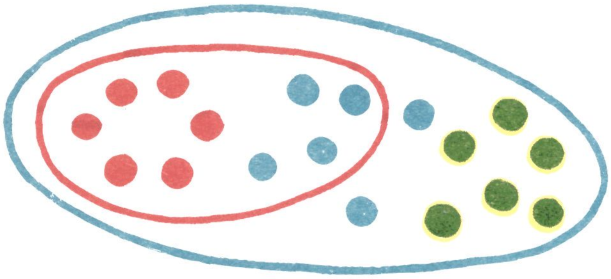
Multzo horien baketa, hortaz, honelakoa da:

$$5 + 5 + 5$$

eta BIDERKETA bat da: $\mathbf{3} \times \mathbf{5}$ («hiru bider bost»).

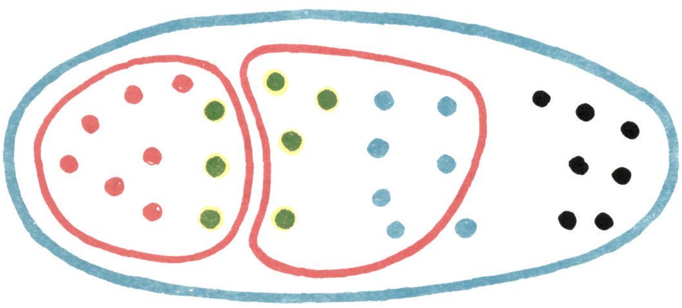
14. 4. — Kasu horietako bakoitzean zenbat?

Lehenengoan:



3×6 = hemezortzi =
hamarreko bat + zortzi bateko = 18

Bigarrenean:

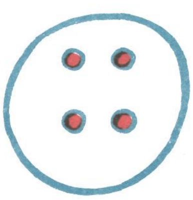


4×7 = hogei-ta-zortzi =
bi hamarreko + zortzi bateko = 28

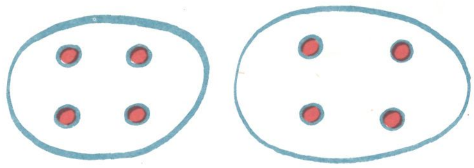
Hirugarrenean:

3×5 = hamabost =
= hamarreko bat + bost bateko = 15

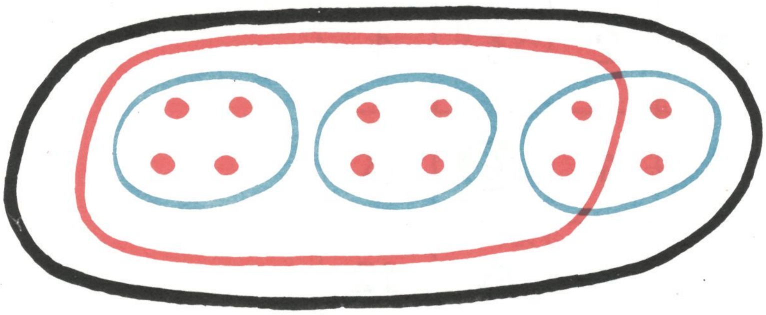
14. 5. — Molda dezagun biderketa-taula txiki bat: 4-koa, esate baterako (beti zenbakuntzaren oinarritzat HAMAR hartuz). Eta hau dugu:



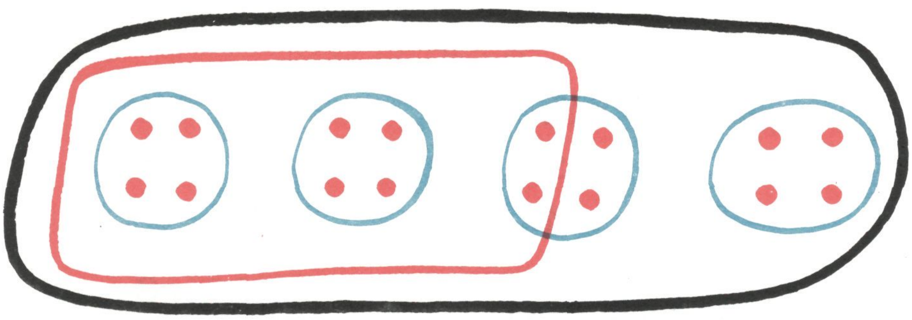
1×4 = 4



$2 \times 4 = 8$



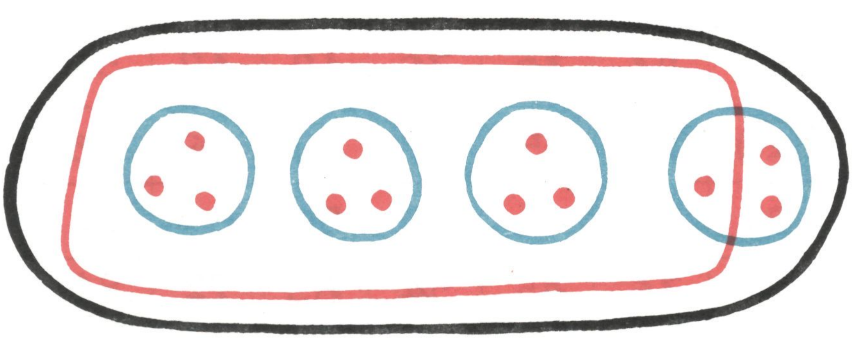
$3 \times 4 = 12$



$4 \times 4 = 16$

$4 \times 1 = 4$

$4 \times 2 = 8$



$4 \times 3 = 12$

eta abar;

eta taula hau lortuko dugu:

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

$$3 \times 2 = 6$$
$$4 \times 3 = 12$$
$$3 \times 4 = 12$$

eta abar

Era berean molda dezakegu taulu osoa.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

14. 6. — Ikus itzazu zerorrek biderketa hauek:

$$3 \times 7 = 21$$
$$8 \times 7 = 56$$
$$4 \times 9 = 36$$
$$9 \times 4 = 36$$
$$5 \times 7 = 41$$
$$3 \times 8 = 24$$
$$8 \times 3 = 22$$
$$9 \times 9 = 81$$
$$7 \times 8 = 40$$
$$9 \times 7 = 63$$
$$2 \times 8 = 16$$
$$8 \times 2 = 16$$

¿Ongi daude?

15. — BIDERKETA (II)

15. 1. — Biderketaren taula begiratuz, osa itzazu ondoko ariketak:

$4 \times 7 =$
$6 \times 4 =$
$7 \times 6 =$
$3 \times 7 =$
$9 \times 6 =$
$5 \times 8 =$
$7 \times 7 =$

eta beste hauek:

$7 \times$ ...... $= 35$
$6 \times$ ...... $= 48$
...... $\times 5 = 40$
...... $\times 6 = 36$
$2 \times$ ...... $= 18$
$3 \times$ ...... $= 24$
...... $\times 7 = 35$
...... $\times 9 = 81$

15. 2. — Egin dezagun orain biderketa hau: **36 × 7.** Nola joka?

Horretarako gogoan har dezagun 36 hori (oinarria HAMAR) zer den:

36 = 3 hamarreko + 6 bateko.

eta funtsean hau da:

10//

36 =

hamarreko	bateko
3	6

Biderketa egiteko, beraz, bi partetan egingo dugu. Batekoak lehendabizi: 7 × 6 (taulan) = 42. Alegia: 7 bider 6 = 4 hamarreko eta 2 bateko.

Hamarrekoena egingo dugu ondoren: 7 × 3 = 21 hamarreko = 2 ehuneko eta hamarreko 1.

Beraz:

	ehuneko O	hamarreko O	bateko o
		3	6
×			7
		4	2
+	2	1	
	2	5	2

$36 \times 7 = 252$

15. 3. — Egin dezagun beste biderketa hau: **42 × 8.**

Gauza bera hartu behar kontutan: 42 zer den.

Hots, HAMARRA oinarri, 42 hau da: 4 hamarreko + 2 bateko.

Egin dezagun lehendabizikorik batekoen biderketa:

8 × 2 = 16 = 1 hamarreko + 6 bateko.

Eta ondoren hamarrekoak:

8 × 4 = 32 = 3 ehuneko + 2 hamarreko.

Beraz

	ehuneko O	hamarreko O	bateko o
		4	2
×			8
		1	6
+	3	2	
	3	3	6

$42 \times 8 = 336$

15. 4. — Beste hirugarren bat oraindik: **76 × 9.**

76 = 7 hamarreko + 6 bateko.

Batekoak aurrenik: 9 × 6 = 54 = 5 hamarreko + 4 bateko.

Hamarrekoak segidan: 9 × 7 = 63 = 6 ehuneko + 3 hamarreko.

	ehuneko	hamarreko	bateko
		7	6
×			9
		5	4
+	6	3	
	6	8	4

76×9 = 684

15. 5. — Hiru biderketa horiek, halere, ohitura hartuz gero, laburkiago egin ditzakegu honetara:

		3	6
×			7
	2 2	4 1 5	2

⟶ 252

Alegia, 7 × 6 = 42; «2» idatziko dugu, eta 4 hamarrekoak hamarrekoen kondurako utziko. Eta gero 7 × 3 = 21, eta dakazkigun 4-ok: 21 + 4 = 25. Eta «25» idatziko. Hortaz: «252».

Era berean beste biak ere:

		4	2
×			8
	3	1 2	
	3	3	6

8 bider 2 = 16; «6» idatziko, eta 1 eramango.
8 bider 4 = 32, eta genekarrena: «33». «336».

		7	6
×			9
	6	5 3	
	6	8	4

9 bider 6 = 54; «4» idatziko eta 5 eramango;
9 bider 7 = 63, eta dakazkigun 5-ok = «68». «684».

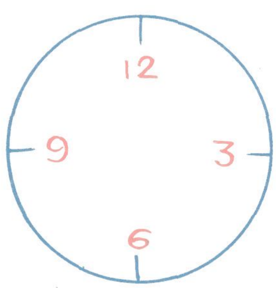
Egin itzazu zerorrek ondoko biderketa hauek:

35	×	5	=
64	×	6	=
71	×	6	=
84	×	9	=
36	×	8	=
26	×	4	=

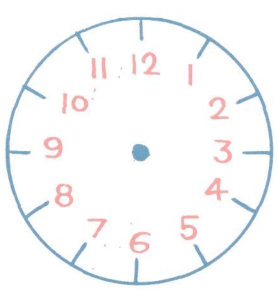
16. ERLOJUA.

16. 1. — Eguna 24 partetan zatitu da, eta parte hauetako bakoitzari ORDUBETEKO denbora dagokio. Orduak neurtzeko, eta eguneko tenoreak berezteko beraz, erlojuak erabiltzen dira.

Goazen gu geu erloju bat prestatzera.



Har zazu kartulinazko puska bat, eta edozein borobil baliatuz (plater bat, edo horrelako zerbait) marraz ezazu erlojuaren ertza edo hegia izango dena, eta ebaki zazu goraizez segidan. Baduzu horrela erlojuaren azpila; alegia, orratzek kurrituko duten zabalera borobila.

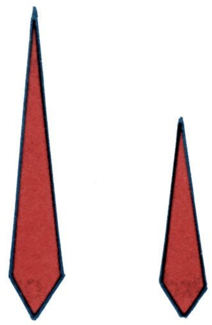


Har zazu orain arkatz bat, eta inguru hori lau parte berdinetan zati ezazu (ikus ezkerretan).

Eta idatz itzazu lau berezgune horietan ordu nagusiei dagozkien zenbakiak: goian «12», behean «6», eskuin-aldean «3», eta ezker-aldean «9».

Lau tarte edo arku horiek hiruna zatitan zati itzazu; eta gainerako orduak idatz.

Erlojuak bi orratz ditu: batari «handia» deritza, eta besteari «txikia». Orratz txikiak ORDUAK markatzen ditu, eta ingurua osatu duelarik, hortaz, 12 ordu pasa dira; orratz handiak, berriz, MINUTUAK markatzen ditu (inguru batetan, beraz, 60 minutu, ordubete).

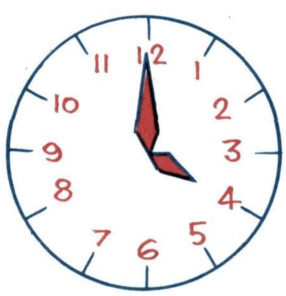


handia txikia

Orratz horiek kartulina berberaz presta daitezke, eta gero, nahi delarik, kolore ilunez margo.

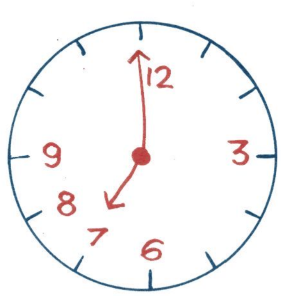
Orratz handiaren luzeratzat zirkuluaren erditik hegiraino har zazu; eta txikiarentzako orren erdia edo. Eta horra hor erloju bat. Erabiliz ikasiko duzu erlojua irakurtzen.

16. 2. — Ordu osoak (ordu bata, ordu biak, hirurak, laurak...) honela

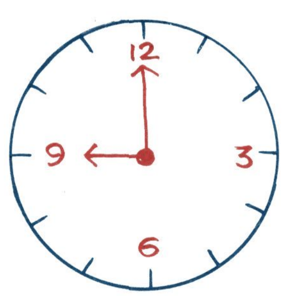


ematen ditu erlojuak: minutaria (= orratz handia) «12»an; eta ordularia (=orratz txikia) orduari dagokion zenbakian: lauetan, eman dezagun, «4»an.

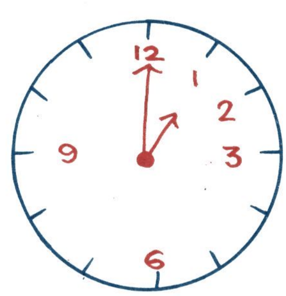
Begira itzazu arretaz ondoko ordu hauek:



Zazpiak dira



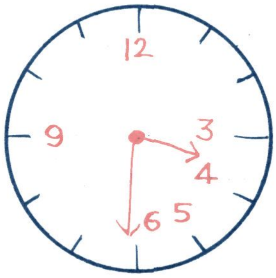
Bederatziak dira



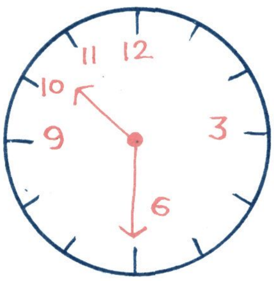
Ordu bata da

16. 3. — Zerorrek prestatu duzun erlojua baliatuz, eman itzazu ordu oso guztiak: ordu bata (handia «12»an, txikia «1»an); ordu biak (handia «12»an, txikia «2»an; hirurak, laurak, bostak...).

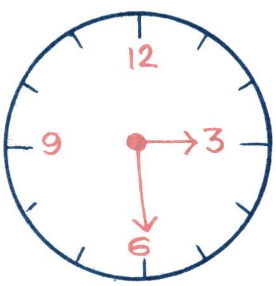
16. 4. — «Eta erdiak» ordu-moldea (alegia, ordu osotik abiatu eta ordu erdi batekoak) honela egiten da: txikia, ordularia, orduari dagokion zenbakian; eta handia «6»an, beherean alegia.



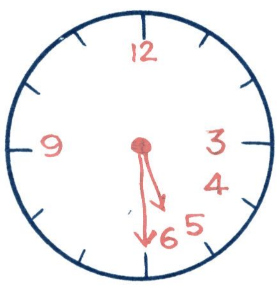
Hiru t'erdiak, eman dezagun. Ordularia, orratz txikia, «3»an egongo da (beheraxeago, jakina; baina hau ez dugu hemen ikertuko): eta minutaria, orratz luzea, beraz, «6»an.



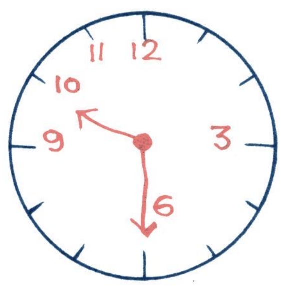
Eman dezagun orain ezkerretako ordu hau. Zer orduri dagokio? Ordularia «10»an dago (aurreraxeago, gorago esan dugun bezala); beraz «hamarrak». Minutaria, berriz, «6»an dago. «Erdia» beraz. Hortaz: hamar t'erdiak.



Hiru t'erdiak dira



Bost et'erdiak dira

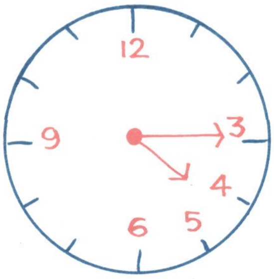


Bederatzi t'erdiak dira

Zeure erlojua baliatuz, orain, gerta itzazu tenore hauek: bost et'erdiak, sei t'erdiak (txikia «6»an, handia «6»an), hamaika t'erdiak, zortzi t'erdiak, hamabi t'erdiak.

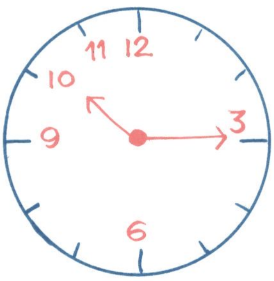
16. 5. — Ikus dezagun orain ordu-laurdenak nola ematen dituen erlojuak.

«Eta laurdenak» aurrenik: alegia, ordu osoa pasa eta ordu laurden bat igaro ondokoak. Hor ditugu: hiru eta laurdenak (edo hirurak eta laurden), ordu bi eta laurdenak (edo ordu biak eta laurden), zazpi eta laurdenak (edo ordu biak eta laurden), zazpi eta laurdenak (edo zazpiak eta laurden), eta abar. Ordu-mota hau emateko orratz txikiak oinarriko ordua markatzen du (zazpi ta laurdenak = txikia «7»an; hiru ta laurdenak = txikia «3»an); eta handia beti «3»an.

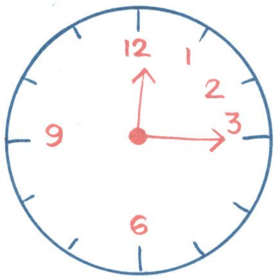


Lau eta laurdenak, esate baterako (zenbait lekutan laurak eta laurden ere esana). Orratz txikia «4»an, eta handia «3»an.

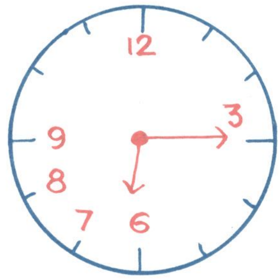
Eta era berean:



Hamar eta laurdenak

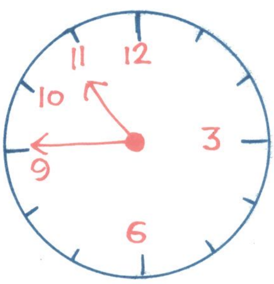


Hamabi eta laurdenak



Sei eta laurdenak

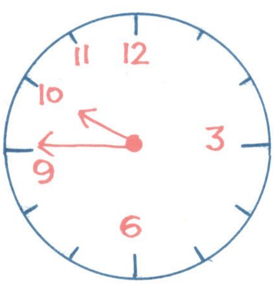
Ikus dezagun orain «laurden gutxi» delakoa.



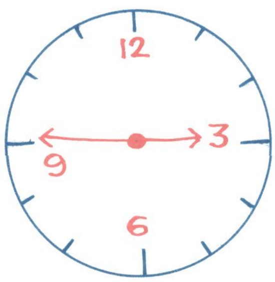
Hamaikak laurden gutxi, gonbarazio baterako.

Hamaikak markatzeko (oinarriko ordua kasu honetan) orratz txikia «11»an jarriko da; eta «laurden gutxi» adierazteko, orratz handia «9»an.

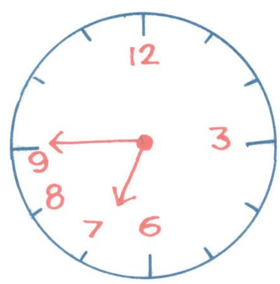
Eta ere berean beste hauek:



Hamarrak laurden gutxi



Hirurak laurden gutxi



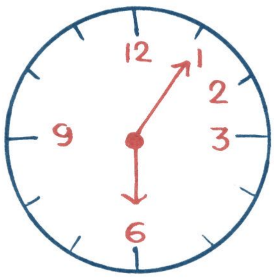
Zazpiak laurden gutxi

16. 6. — Erlojuan minutuak emateko, **handiak** (minutariak) adierazten ditu; baina ez dira honetarako (= minutuak irakurtzeko) erloju-azpilako zenbakiak beren horretan hartu behar. Zenbakiok, beren horretan, ORDUAK markatzen dituzte. Minutuak irakurtzeko hau hartu behar da kontutan: ordu beteak 60 minutu dituela; eta hortaz bi zenbaki horien artean BOST minutu daudela (askotan bost marra txikiren bidez erakutsiak).

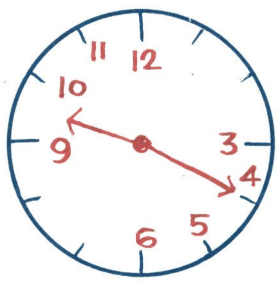
Handiak, beraz, honetara ematen ditu minutuak:

«1»an dagoenean = eta bost
«2»an dagoenean = eta hamar
«3»an dagoenean = eta laurden (lehenago ere esana dugunez)
«4»an dagoenean = eta hogei
«5»an dagoenean = eta hogei-ta-bost
«6»an dagoenean = eta erdiak (gorago esana dugunez)
«7»an dagoenean = hogei-ta-bost gutxi
«8»an dagoenean = hogei gutxi
«9»an dagoenean = laurden gutxi (lehenago ere esana)
«10»an dagoenean = hamar gutxi
«11»an dagoenean = bost gutxi

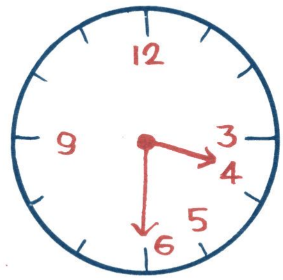
Ondoko tenore hauek, esate baterako:



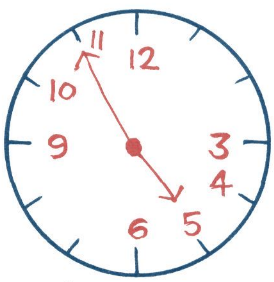
Seiak eta bost



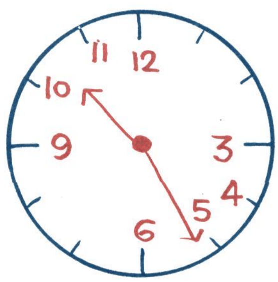
Bederatziak eta hogei



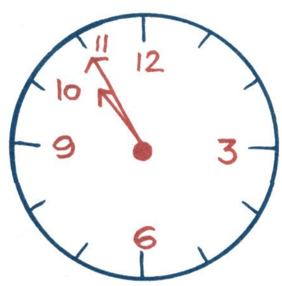
Hiru t'erdiak



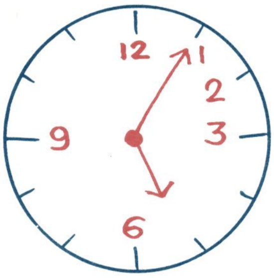
Bostak bost gutxi



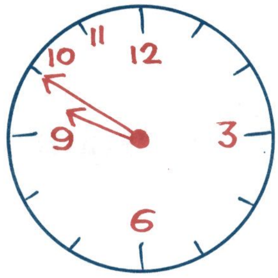
Hamarrak eta hogei-ta-bost



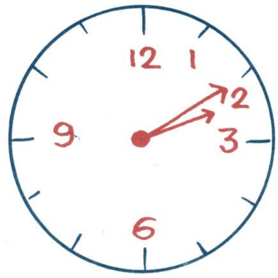
Hamaikak bost gutxi



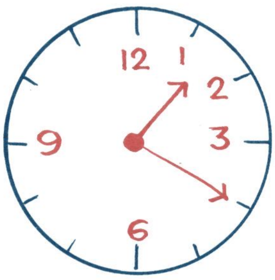
Bostak eta bost



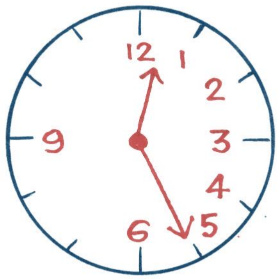
Hamarrak hamar gutxi



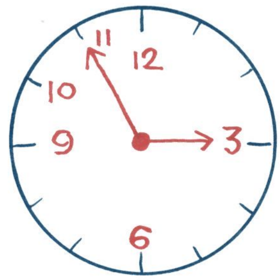
Ordu biak eta hamar



Ordu bata eta hogei



Hamabiak eta hogei-ta-bost



Hirurak bost gutxi

16. 7. — Orain zeure erlojua baliatuz, marka itzazu ondoko tenore edo ordu hauek:

Zazpiak eta hamar
Zazpi ta laurdenak
Ordu bata hamar gutxi
Ordu biak laurden gutxi
Zortziak
Zortzi t'erdiak
Hamarrak hogei gutxi
Hamaikak eta bost
Hirurak hogei-ta-bost gutxi
Hiru t'erdiak
Lau ta laurdenak
Laurak laurden gutxi

17. EGUTEGIA

17. 1. — Egunean barreneko orduak markatzeko erlojua erabiltzen da; eta aurreko ikaskaian ikusi dugu erlojuak ematen dituen orduak nola ezagu eta irakur.

Urtean barrena zein egunetan, zein aste-egunetan eta zein hilabetetan gauden jakiteko, era berean, EGUTEGIA erabiltzen da.

ASTEAK zazpi egun ditu, eta honela esaten dira euskaraz:

ASTELEHENA
ASTEARTEA
ASTEAZKENA
OSTEGUNA
OSTIRALA
LARUNBATA
IGANDEA

Ilaran esaten badakizu, noski; baina, alderantziz? Igandea, larunbata, ostirala, osteguna... Esan zazu honela ere, eta berehala ohituko zara.

Aste-egunari dagokionez, zer egun da gaur?. (Asteartea, eman dezagun) Hortaz, zer zen atzo? (Astelehena). Zer zen herenegun? (Igandea) Zer izango da bihar? (Asteazkena). Zer izango da etzi? (Osteguna) Eta etzidamu? (Ostirala).

Urteak **52 aste** ditu. Ez zazu ahantz.

17. 2. — Eman dezagun orain, egutegitik hartua, hilabete hau:

APIRILA

A	A	A	O	O	L	I
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Ikus dezakezunez egun bakoitzak baditu bi alderdi: alde batetik, eta aste-egun gisa, astelehena da, edo ostirala, edo abar. Eta beste alde batetik, hilabete-egun gisa, zenbaki bat dagokio: 2, 17, 30, 21, 15...

Esate baterako: Apirilaren 12-a (begira zazu egutegia) igandea da; eta Apirilaren 17-a zer den esan ezazu.

Horregatik mahain gaineko egutegietan (Arantzazukoa hauetako bat da, gure artean ezagunena) egun bakoitzari orri bat dagokio; eta orri horretan bai eguneko **zenbakia,** bai **aste-eguna** ageri dira.

Urteak beti HAMABI hilabete ditu:

URTARRILA
OTSAILA
MARTXOA
APIRILA
MAIATZA
EKAINA
UZTAILA
ABUZTUA
IRAILA
URRIA
HAZAROA
ABENDUA

17. 3. — Baina asteak beti ZAZPI egun baditu, eta urteak beti ere HAMABI hilabete, hilabeteak aldiz ez dira berdinak; eta 28 egun izan ditzakete, edo 29, edo 30 edo-ta 31. Bitxikeria honen jatorria azaltzeak urrutiegi eramango gintuzke; aski duzu gaur gaurkoz hau jakitea; astronomiak eta kondairak dutela horretan zer-ikusirik.

Hilabeteen egun-kopuruak hauek dira:

Urtarrilak	31 egun	
Otsailak	28 egun	(edo 29)
Martxoak	31 egun	
Apirilak	30 egun	
Maiatzak	31 egun	
Ekainak	30 egun	
Uztailak	31 egun	
Abuztuak	31 egun	
Irailak	30 egun	
Urriak	31 egun	
Hazaroak	30 egun	
Abenduak	31 egun	

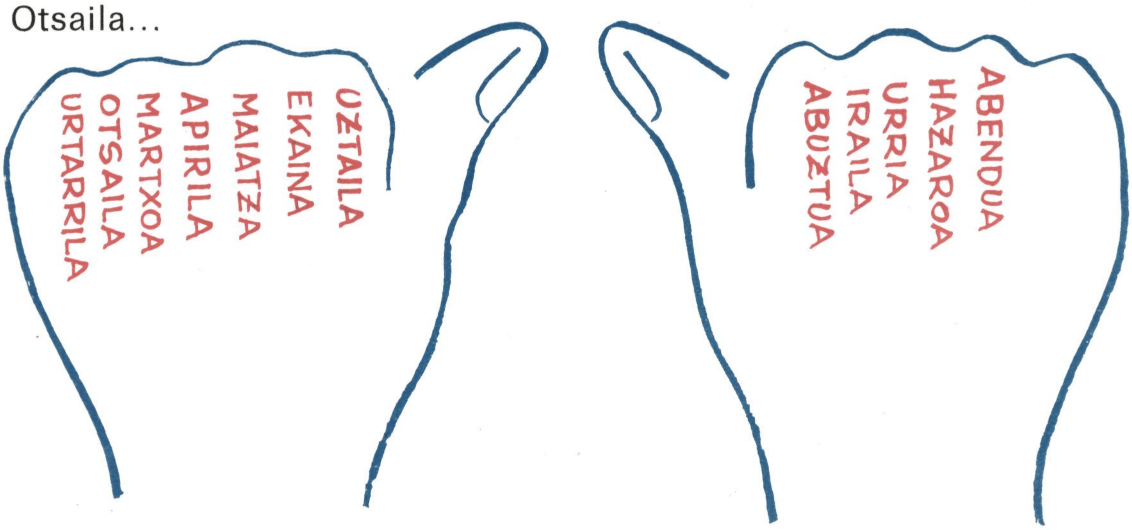
Ikus dezakezunez, beraz, lau hilabetek beti dituzte 30 egun; beste zazpik beti 31 egun; eta batek (Otsailak) 28 edo 29 egun urteen arabera. Lau urtetan hirutan Otsailak 28 egun ditu; eta lautan behin 29 egun: 1972-an, esate baterako, 1976-an, 1980-an, eta abar.

17. 4. — Nola oroi, ordea, hori guztia buruz? Berehala ohituko zara.

Badago halere aspaldidanik erabili ohi den oroibide bat.

Ukabila hetsita, jar itzazu bi eskuak elkarren ondoan, marrazki honetan ageri den bezala.

Eta adierazten zaizun bezala, esan zazu hilabeteen lerrokada: Urtarrila, Otsaila...



Aski duzu gogoan hau hartzea: **konkorretan** tokatzen diren hilabeteek **31 egun** dituztela; eta hutsune edo tarteetan tokatzen direnek, berriz, 30 egun (Otsailari dagozkionez, 28/29 direla ahaztu gabe).

Buruz ermoki ikas artean, beraz, eskuak tankera horretan paratuz badukezu hilabete bakoitzari dagokion egun-kopurua jakiteko bide bat.

17. 5. — Idatz ezazu ondoko lerroetan «BAI» ala «EZ», hitzetan adierazten den egokitasunaren edo desegokitasunaren arabera:

Maiatzak	30 egun	....
Ekainak	30	....
Abenduak	31	....
Otsailak	30	....
Uztailak	31	....
Abuztuak	30	....
Irailak	30	....

17. 6. — Zenbat hilabete dago Otsailaren 20-ez geroztik Ekainaren 20-ra arte?

Zenbat hilabete Maiatzaren 12-ez geroztik Abenduaren 12-ra arte?

Zenbat Otsailaren 2-ez geroztik, Hazaroaren 2-ra arte?

Zenbat Apirilaren 10-ez geroztik, Abenduaren 10-ra arte?

Zenbat Hazaroaren 8-ez geroztik, Martxoaren 8-ra arte?

Zenbat Abenduaren 12-ez geroztik, Urriaren 12-ra arte?

Egin dezagun elkarrekin lehenengoa esate baterako:

Otsailaren 20-ez geroztik, Martxoaren 20-ra arte, hilabete.

Martxoarenetik Apirilarenera, beste hilabete bat.

Apirilarenetik Maiatzarenera, beste bat.

Maiatzarenetik Ekainarenera, beste bat.

Egiten baitu danera: LAU hilabete.

17. 7. — Gaur, eman dezagun, Urriaren 20-a da. Zenbat egun dago Hazaroaren 11-ra arte? (Gaurko eguna ez kondatzekotan). Azter dezagun, eta xeheki egin dezagun: 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 (Urriak 31 egun baititu), 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. **21 egun,** hortaz.

Hilabete bakoitzak duen egun-kopurua kontutan hartuz, beraz, egin itzazu ariketa hauek:

Gaur Otsailaren 13-a baldin bada, zenbat egun falta da hilabetea bukatzeko?

Gaur Urtarrilaren 15-a bada, zenbat egun oso falta da Otsailaren 12-ra arte?

Datorren Otsailaren 27-an hamabi urte beteko ditut, eta gaur Urtarrilaren 25-a da. Zenbat egun falta zait?

17. 8. — Ikus dezagun hilabeteen arazo hau orain, ideia batzuk gogorazteko, MULTZO-en teoriaren arabera.

Gorago esan dugunez, zazpi hilabetek 31 egun dituzte. Hauek, beraz, «H» hilabeteen multzoaren azpi-multzo bat osatzen dute: «L» azpi-multzoa, eman dezagun; eta bi lerro hauek idatz ditzakegu:

H = { Urtarrila, Otsaila, Martxoa, Apirila, Maiatza, Ekaina, Uztaila, Abuztua, Iraila, Urria, Hazaroa, Abendua }

L = { Urtarrila, Martxoa, Maiatza, Uztaila, Abuztua, Urria, Abendua }

Eta 30 egun dituztenak kontutan hartuz, beste menpeko multzo hau eman dezakegu:

M = { Apirila, Ekaina, Iraila, Hazaroa }

Baita irudi edo grafo hau marraz dezakegu:

Eta beste berdintza hauek idatz ditzakegu:

$M \subset H$ (M, H-ren barnean dago)
$O \subset H$
$L \subset H$

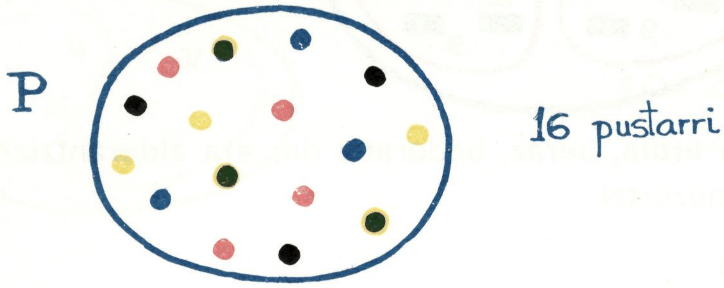
Multzo eta azpi-multzo horien arteko ebaketak idatziz gero, berriz, hauek ezar daitezke:

$$M \cap L = \emptyset$$
$$M \cap O = \emptyset$$
$$M \cap H = M$$

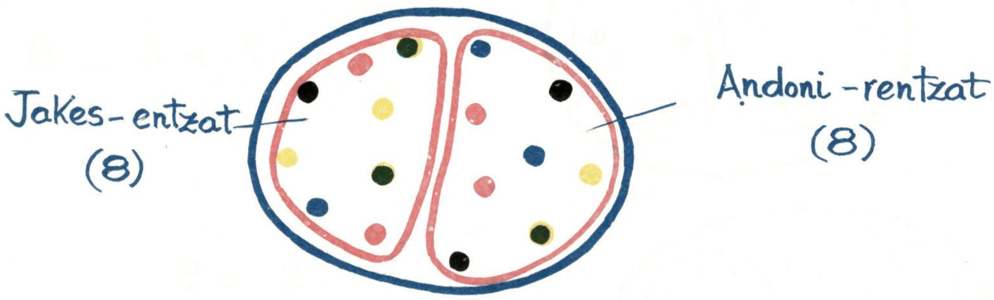
Zergatik? Azal ezazu zehazki marrazki-bidez.

18. — ZATIKETAREN HASTAPENAK

18. 1.— Eman dezagun pustarri-mordo bat, P multzoa (16 pustarri)



eta eman dezagun bi lagunek (Jakes-ek eta Andoni-k) erdi-bana partitzea erabaki dutela



Zer egin dugu P multzoaz? Nola deritza eragiketa horri? Multzoa BI partetan ZATITU dugu. P multzoan bagenituen 16 pustarri; eta, zatitzerakoan, bi azpi-multzo egin ditugu: bata Jakesek hartu du, bestea Andonik.

Azpi-multzo hauek 8-na pustarri dute. Horra hor ZATIKETA bat.

Zatiketa hori honela idatz daiteke:

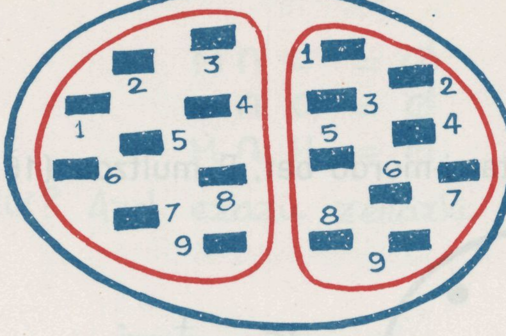
16 : 2 = 8 (hamasei, zati bi, berdin zortzi)

Ageri denez, biderketaren aurkaria da zatiketa.

8 × 2 = 16

Hamasei-ren **erdia,** zortzi da; eta zortzi-ren **bikoitza,** hamasei.

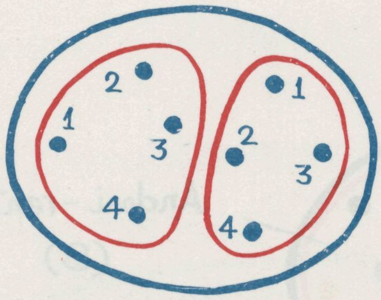
18. 2. — Mikel-en ikasgelan 18 lagun dira, eta fubolean jostatzekotan bi talde egitea erabaki dute: bat honera, bat hara; beste bat honera, eta beste bat hara; eta abar. Zenbana dago talde bakoitzean?



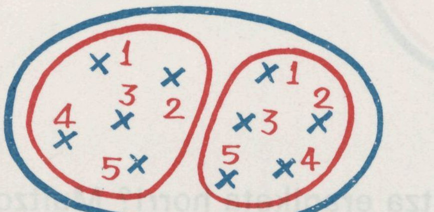
$$18 : 2 = 9$$
$$2 \times 9 = 18$$

Hemezortzi-ren **erdia,** beraz, bederatzi da; eta alderantziz ere, bederatzi-ren **bikoitza** hemezortzi.

Eta era berean:

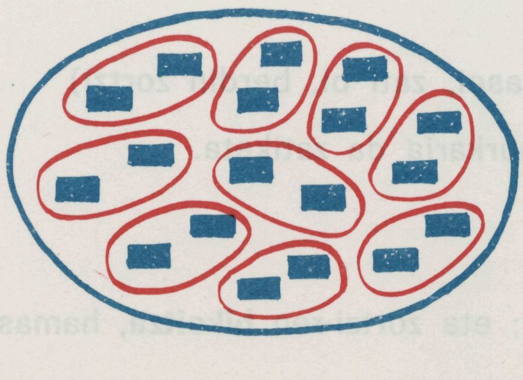


$$8 : 2 = 4$$
$$2 \times 4 = 8$$

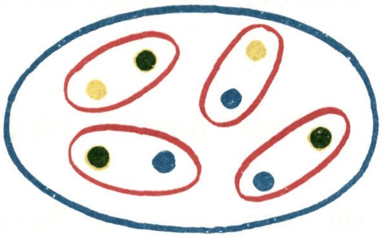


$$10 : 2 = 5$$
$$2 \times 5 = 10$$

Beste era honetara ere:

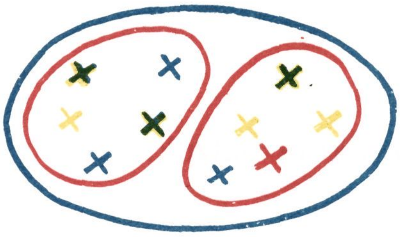


$$18 : 9 = 2$$
$$9 \times 2 = 18$$



$8 : 4 = 2$

$4 \times 2 = 8$

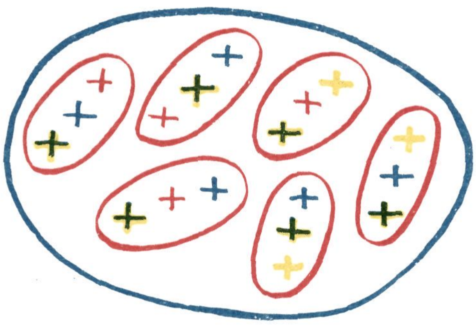


$10 : 2 = 5$

$2 \times 5 = 10$

18. 3. — Egin ditzagun orain 3 aletako talde edo azpi-multzoak (edo, bestela esateko, egin ditzagun 3-ko zatiketa batzuk):

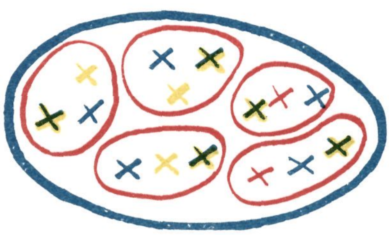
(18)



$18 : 6 = 3$

$6 \times 3 = 18$

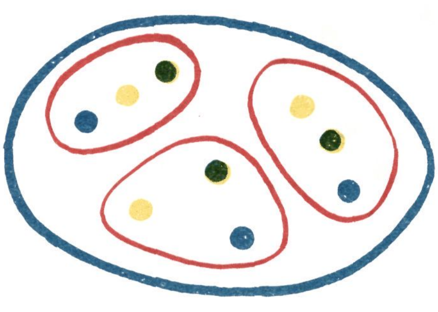
(15)



$15 : 5 = 3$

$5 \times 3 = 15$

(9)



$9 : 3 = 3$

$3 \times 3 = 9$

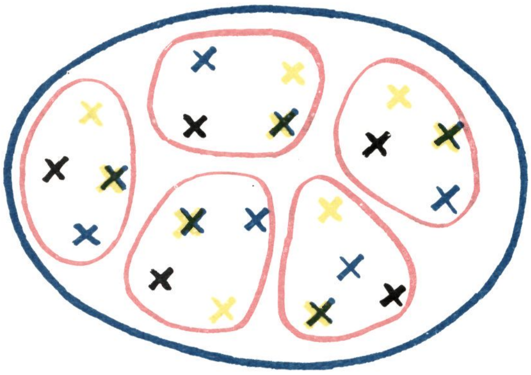
Hemezortzi-ren **herena,** sei da; edo, alderantziz, sei-ren **hirukoitza** hemezortzi da.

Hamabost-en **herena,** bost da; edo bost-en **hirukoitza,** hamabost da.

Bederatzi-ren **herena,** hiru da; edo, hiru-ren **hirukoitza,** bederatzi da.

18. 4. — Ikus ditzagun orain bestelako zatiketa batzuk:

(20)



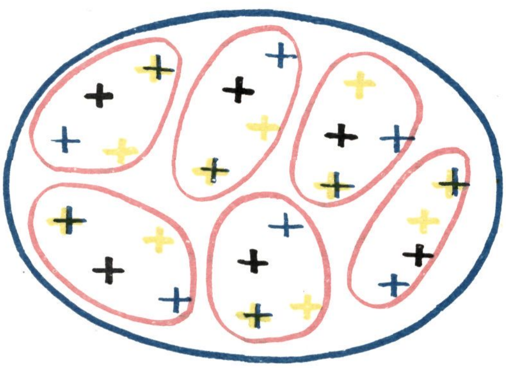
$20 : 5 = 4$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 4 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$$

(hogei, zati lau, berdin bost)

$5 \times 4 = 20$

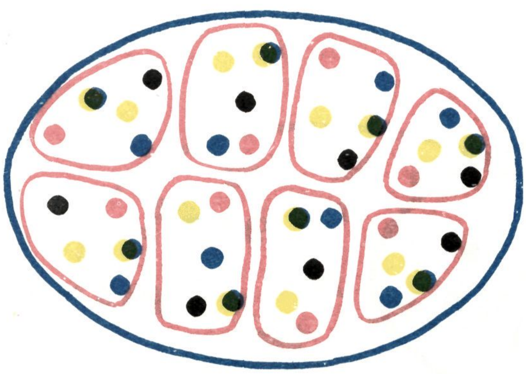
(24)



$24 : 6 = 4$

$6 \times 4 = 24$

(40)



$40 : 8 = 5$

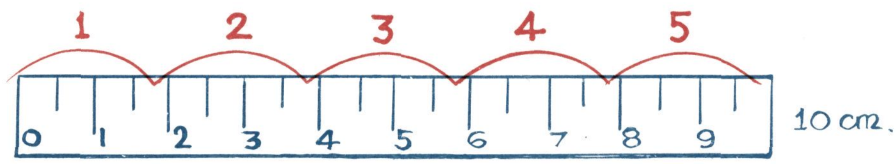
$8 \times 5 = 40$

edo $\begin{array}{r|l} 40 & 8 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$

18. 5. — Ikus dezagun orain gauza bera, baina oinarritzat luzerak hartuz:

Eman dezagun erregelatxo hau (10 cm. luzekoa)

Eta zati dezagun lehendabizikorik 2 cm. tako partetan:

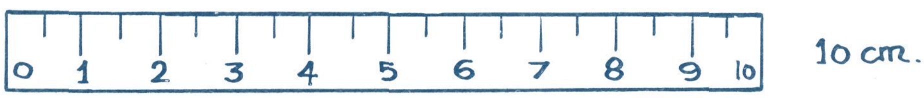


10 cm. : 2 cm. = **5 parte**

Edo, nahiago baldin bada honetara: 10 cm.: 5 = 2 cm.

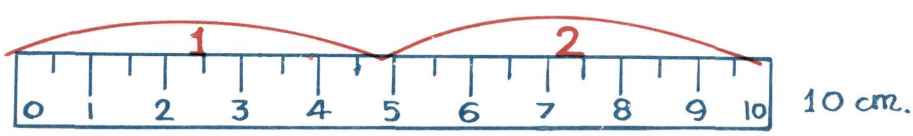
Eta, hortaz: 5 × 2 cm. = 10 cm.

Eta bi partetan zatituz gero:

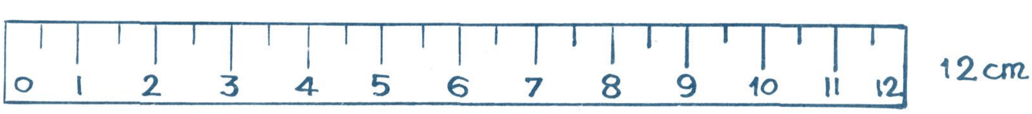


10 cm.: 2 = 5 cm.

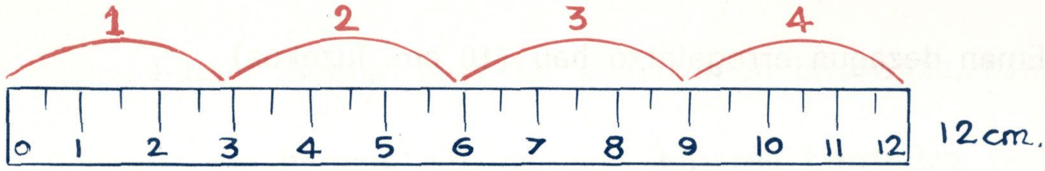
2 × 5 cm. = 10 cm.



Har dezagun orain beste erregelatxo hau:



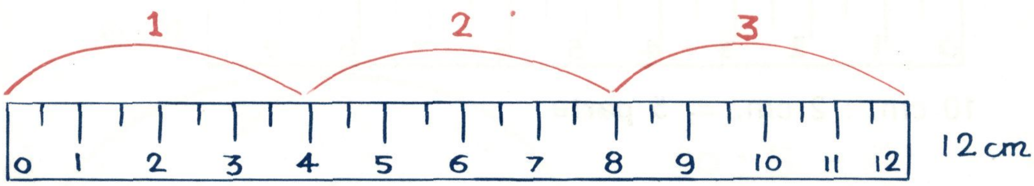
eta egin ditzagun lau parte:



12 cm.: 4 = 3 cm.

edo 4 × 3 cm. = 12 cm.

Hiru parte eginez gero, berriz:

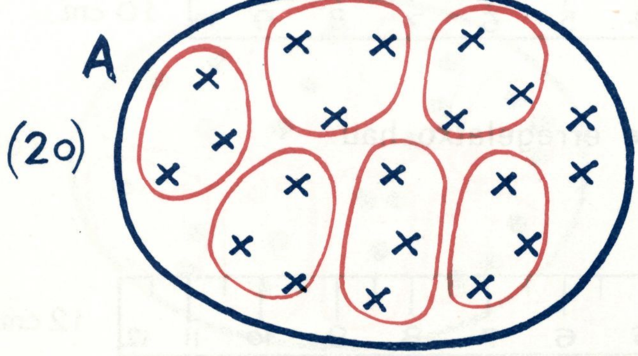


12 cm. : 3 = 4 cm.

edo 3 × 4 cm. = 12 cm.

18. 6. — Zatiketa bat egitean, askotan gertatzen da zehatz ondorio osorik ez izatea, eta hondar bat gelditzea.

Eman dezagun A multzoa (20 elementu), eta egin ditzagun 3 aletako azpi-multzoak.

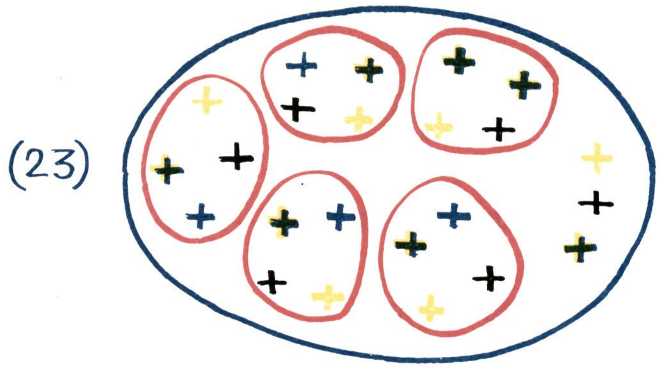


$$\begin{array}{r|l} 20 & 6 \\ \hline 2 & 3 \end{array}$$

Baditugu, beraz, 6 hiruko (6 × 3 = 18 ale), eta bi aletako hondar bat gelditukoda:

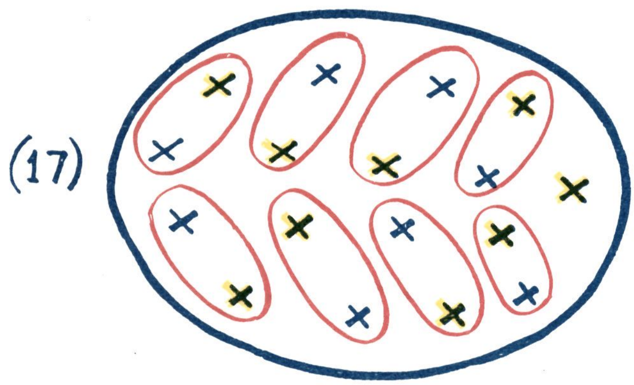
$$20 = 6 \times 3 + 2$$

Egin dezagun beste hau: 23 : 4.



$$\begin{array}{r|l} 23 & 5 \\ \cline{2-2} 3 & 4 \end{array}$$

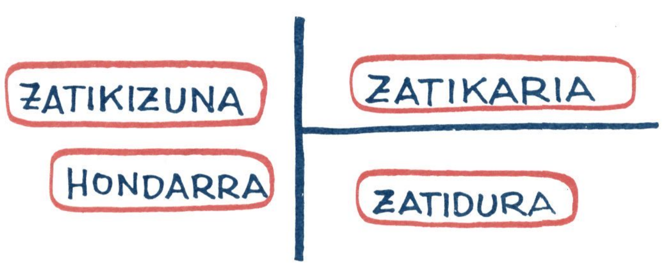
eta beste hau:



$$\begin{array}{r|l} 17 & 8 \\ \cline{2-2} 1 & 2 \end{array}$$

Askotan izan ohi da, hitz batez zatiketaren HONDARRA.

18. 7. — Eskuarki, beraz, honela presentatzen dira zatiketak:



18. 8. — Egin itzazu banaketa hauek, hondarra argi-eta garbi markatuz (zero baldin bada, marka zazu «0» halere):

16 : 3 =

14 : 4 =

27 : 3 =

21 : 2 =

24 : 4 =

21 : 7 =

16 : 5 =

14 : 2 =

20 : 5 =

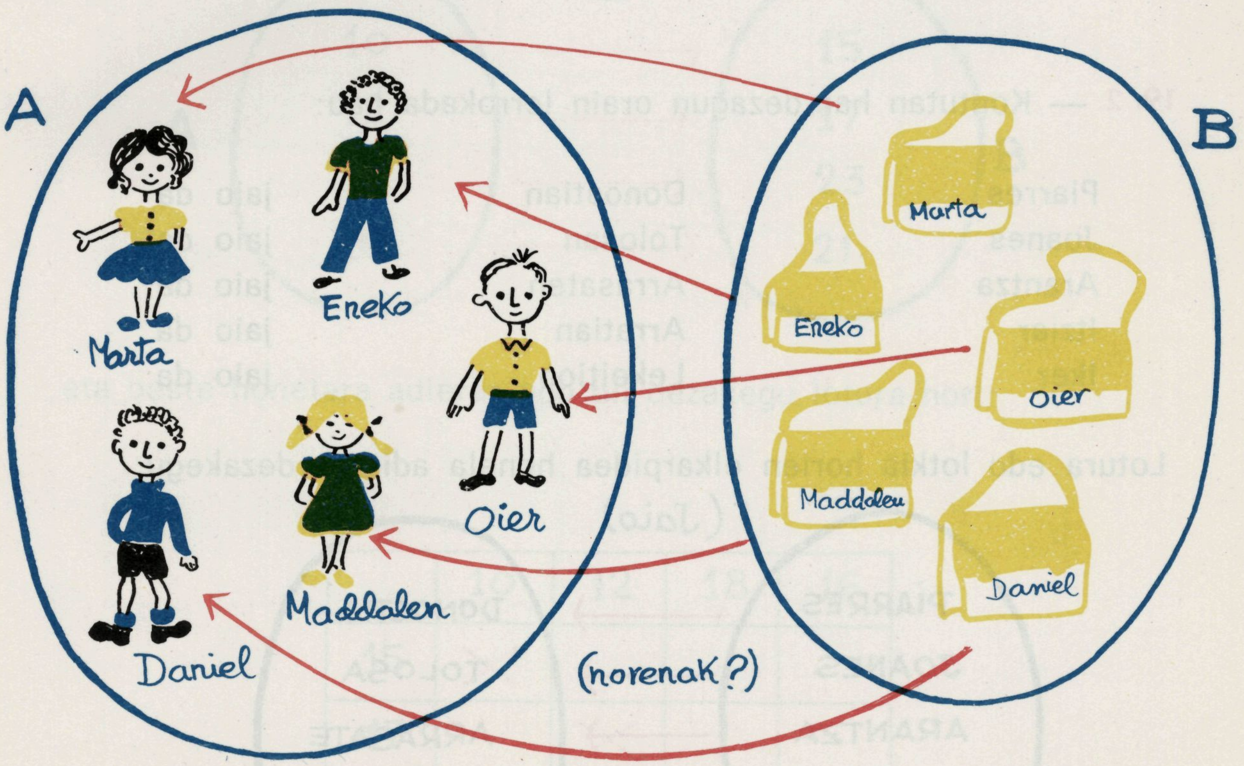
19. MULTZOEN ELKARPIDEAK.

19. 1. — Eman ditzagun bi multzo. Alde batetik A ikasle-taldea:

$$A = \{ \text{Marta, Oier, Eneko, Daniel, Maddalen} \}$$

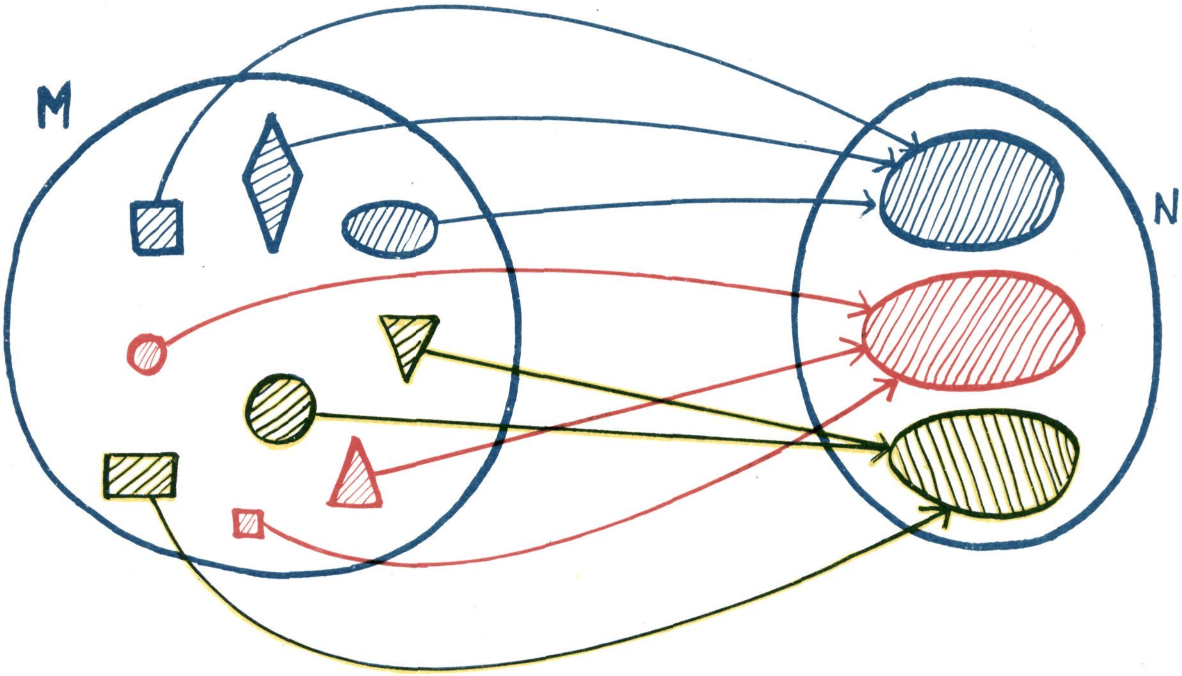
eta B multzoa, beroien eskola-zorroena (zeinek bere izena idatzirik, gaur erabili ohi diren horien antzera).

Nori zein zorro dagokion adierazteko, marka ditzagun jabego horiek marra bidez, bien artean gezi bat marraztuz:



Bi multzoren artean, horrela, lotura edo ELKARPIDE bat egin dugu; eta elkarpidearen lotkia hau izan da kaso honetan: «hau norena da?»

Eman ditzagun orain beste multzo hauek: alde batetik M, kolorezko geometri-poligono batzuk; eta bestetik N, poligono horiek margotzeko erabili diren margo-orbanak. Marraz ditzagun, gezi bidez, bien arteko lotkiak edo lokarriak:



19. 2. — Kontutan har dezagun orain lerrokada hau:

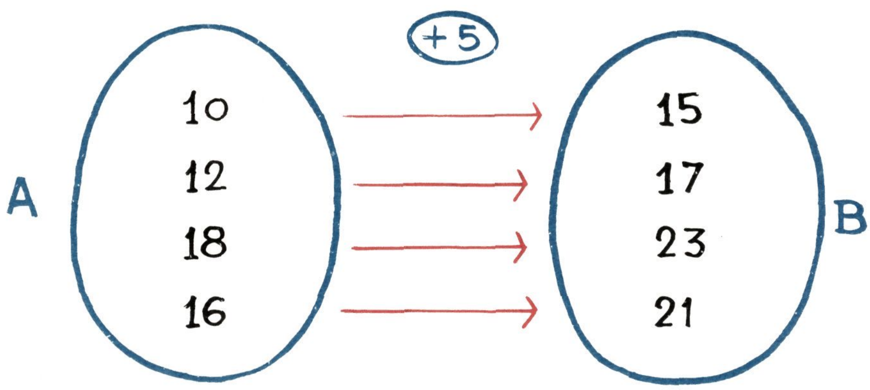
Piarres	Donostian	jaio da
Joanes	Tolosan	jaio da
Arantza	Arrasaten	jaio da
Itziar	Arratian	jaio da
Iker	Lekeition	jaio da

Lotura edo lotkia horien elkarpidea honela adieraz dezakegu:

edo beste honela ere bai:

	DONOSTIA	TOLOSA	ARRASATE	ARRATIA	LEKEITIO
PIARRES	X				
JOANES		X			
ARANTZA			X		
ITZIAR				X	
IKER					X

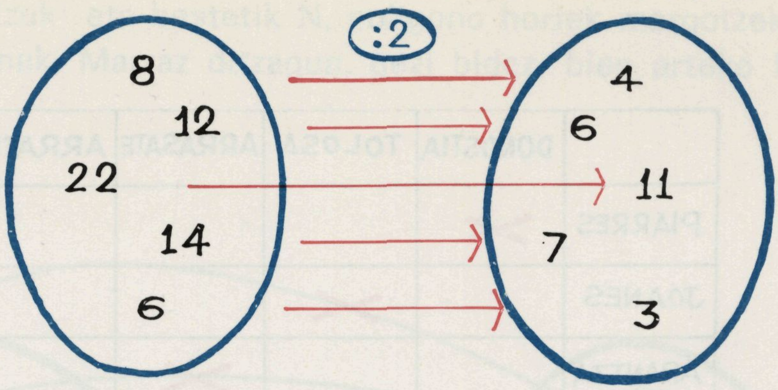
19. 3. — Matematika eragiketa batez ere sor daitezke loturik dauden multzoak. A multzoko elementuei 5 erantsita, esate baterako (horra hor kaso honetako elkarpidea) B multzoa lortuko dugu:



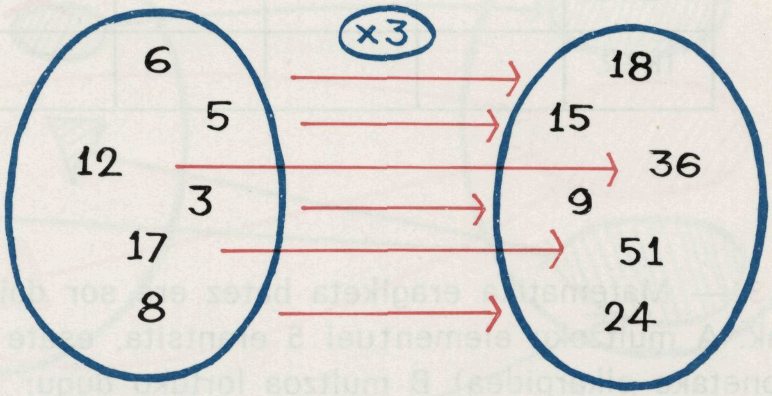
eta beste honetara adieraz edo bil dezakegu lotura hori:

	10	12	18	16
15	X			
17		X		
23			X	
21				X

Eta bide beretik:



edo beste hau:



eta taula modura:

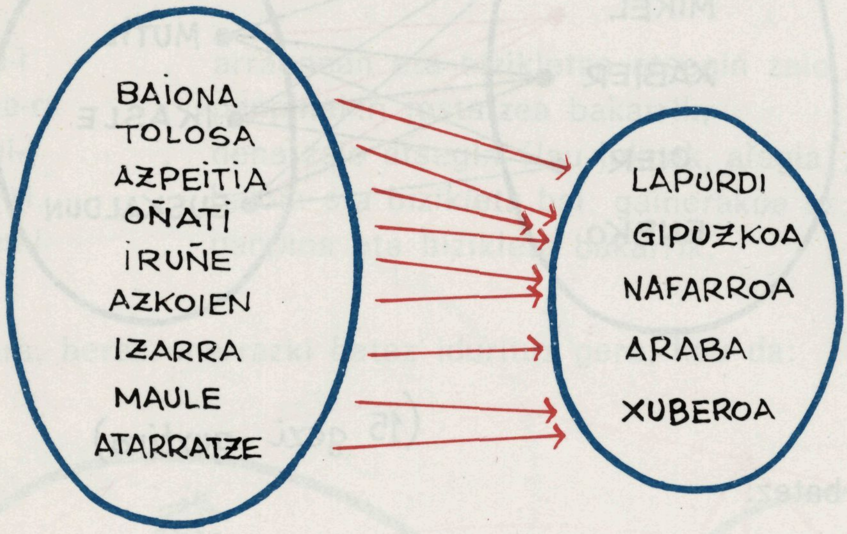
	6	5	12	3	17	8
18	×					
15		×				
36			×			
9				×		
51					×	
24						×

19. 4. — Orain arteko elkarpide horiek bi multzoren elementuak banan-banan lotzen zituen, eta gertatzen ziren lotki-taula edo lotura-irudiak oso simetrikoak ziren; baina zailagoak ere gerta daitezke.

Emam dezagun lotura-lerrokada hau:

Baiona	Lapurdin	dago
Tolosa	Gipuzkoan	dago
Azpeitia	Gipuzkoan	dago
Iruñe	Nafarroan	dago
Izarra	Araban	dago
Azkoien	Nafarroan	dago
Maule	Xuberoan	dago
Oñati	Gipuzkoan	dago
Atarratze	Xuberoan	dago

Marraz ditzagun lotura-geziak, eta molda dezagun ere lotki-taula:



	BAIONA	TOLOSA	AZPEITIA	OÑATI	IRUÑE	AZKOIEN	IZARRA	MAULE	ATARRATZE
LAPURDI	X								
GIPUZKOA		X	X	X					
NAFARROA					X	X			
ARABA							X		
XUBEROA								X	X

19. 5. — Eman ditzagun orain bi multzo hauek: A ikasle-mordoa, eta B ezagugarri-mordoska (mutil, ikasle, euskaldun):

Joanes, esate baterako, mutila da, ikaslea da, euskalduna da.

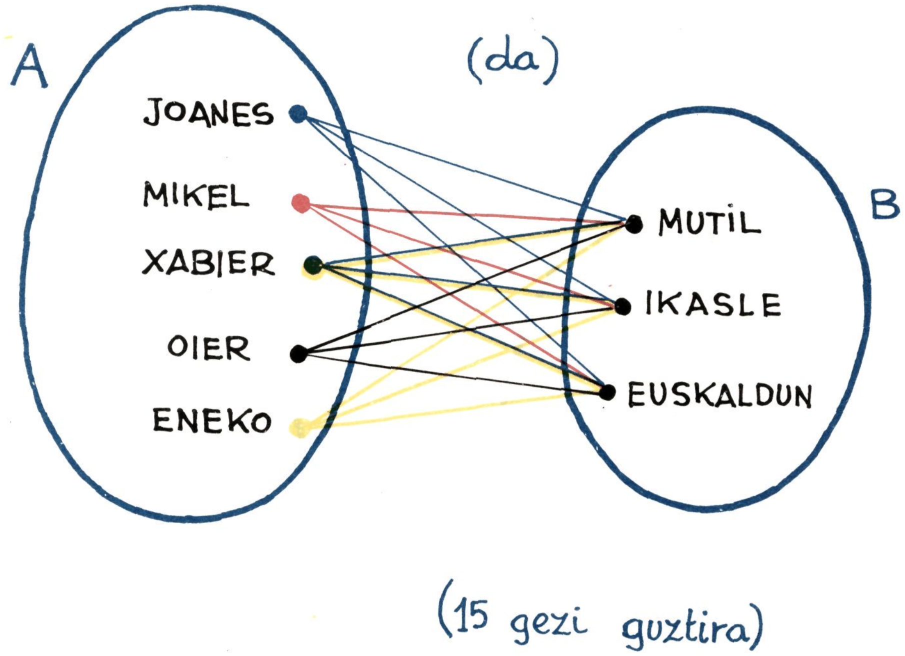
Mikel, mutila da, ikaslea da, euskalduna da.

Xabier, mutila da, ikaslea da, euskalduna da.

Oier, mutila da, ikaslea da, euskalduna da.

Eneko, mutila da, ikaslea da, euskalduna da.

Hortaz, marrazki batez adieraziz gero, hauxe de egoera:



eta taula batez:

	MUTIL	IKASLE	EUSKALDUN
JOANES	X	X	X
MIKEL	X	X	X
XABIER	X	X	X
OIER	X	X	X
ENEKO	X	X	X

Kaso honetan, beraz, taula **betea** da.

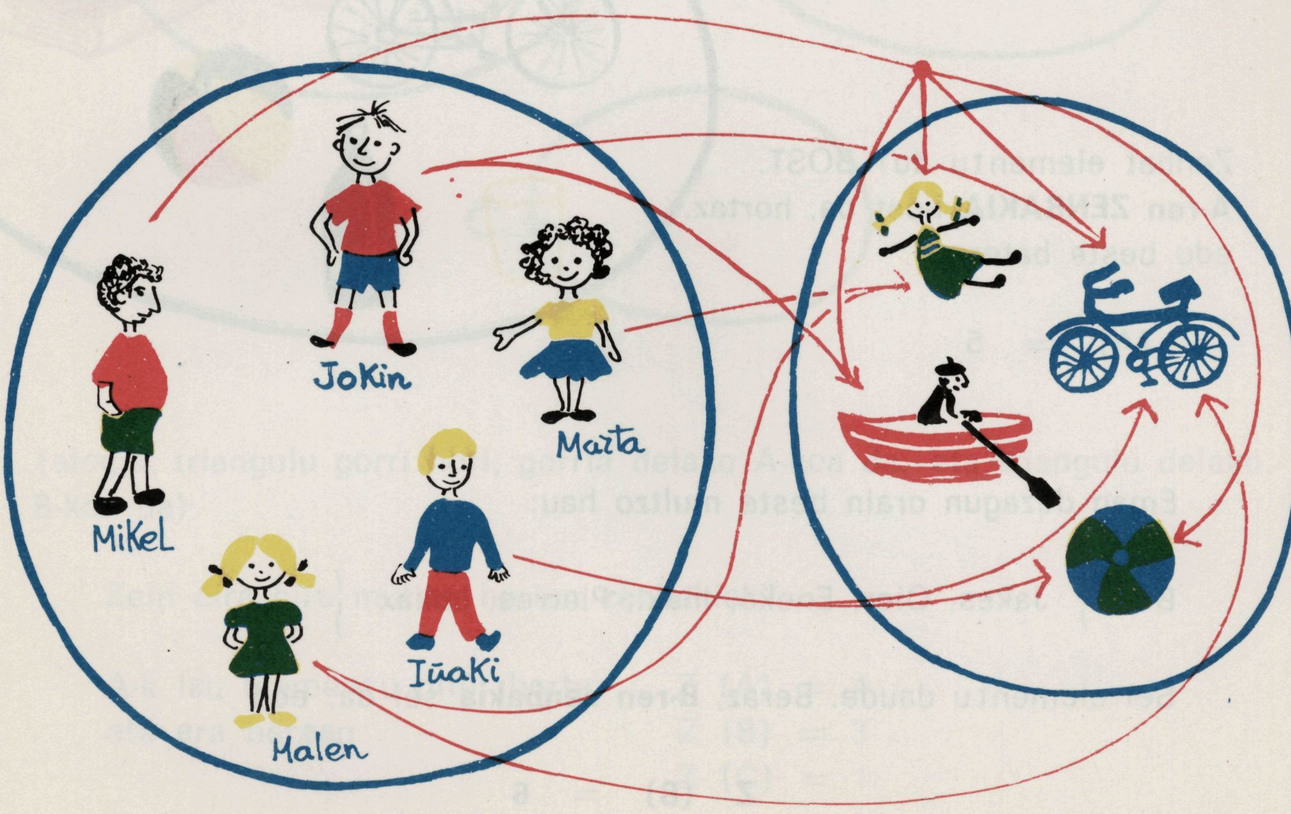
biderketaren taula, esate baterako, osoa da:

	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

Beste batzutan, ordea, taula ez da osoa gertatzen. Esate baterako:

Jokin-i , arraunean eta bizikletan atsegin zaio.
Marta-ri , panpinekin jostatzea bakarrik;
Mikel-i , dena zaio atsegin (lau jokoak, alegia);
Iñaki-ri, , baloia eta bizikleta bai; gainerakoa ez;
Malen-i , panpina eta bizikleta bakarrik.

Egoera, beraz, marrazki batez idurituz gero, hau da:



eta ematen duen taula hau da:

	PANPINA	BIZIKLETA	ARRAUNA	BALOIA
JOKIN		X	X	
MARTA	X			
MIKEL	X	X	X	X
IÑAKI		X		X
MALEN	X	X		

19. 6. — Ikus dezagun orain multzo baten kardinal edo ZENBAKIA zer den.

Demagun A multzoa:

Zenbat elementu du? BOST.
A-ren ZENBAKIA bost da, hortaz.
edo beste batera:

Z (A) = 5

Eman dezagun orain beste multzo hau:

B = { Jakes, Oier, Eneko, Iñaki, Piarres, Lukax }

Sei elementu daude. Beraz, **B-ren zenbakia** sei da; edo

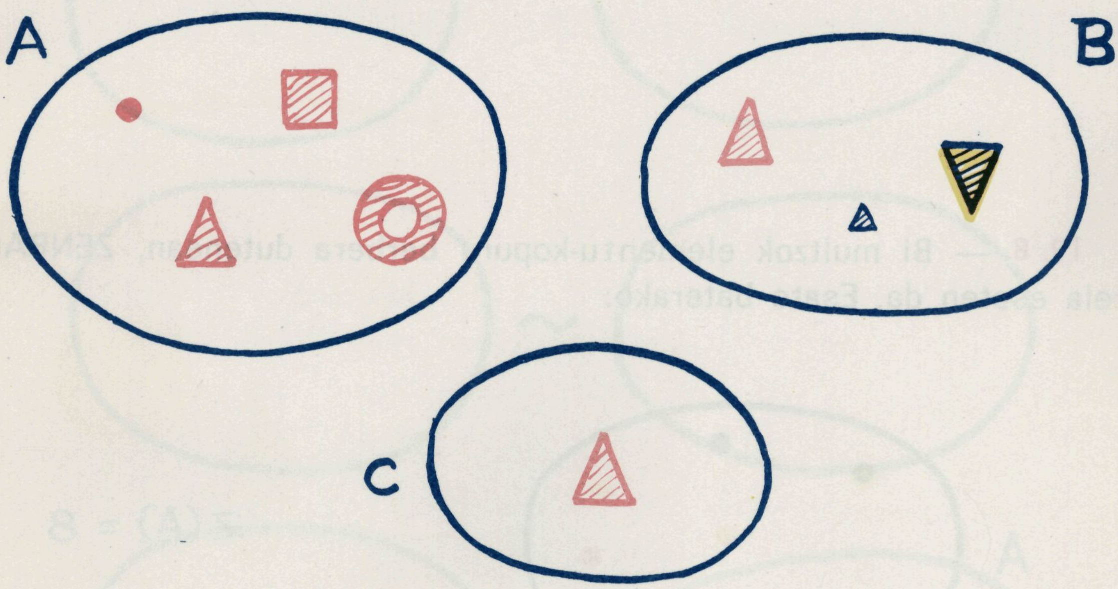
Z (B) = 6

Multzo baten ZENBAKIA, hitz batez, multzoak dituen elementuen KOPURUA da.

Multzo batek elementurik batere ez badu (zero elementu) haren zenbakia ZERO da. Multzoa MULTZO HUTSA DA; eta hau honela idazten da:

$$Z\ (A) = 0$$

19. 7. — Egin dezagun A eta B multzoren ebaketa: **A ∩ B = C** (ez bazara gogoratzen, ikus ezazu 6-garren ikaskaia)



(alegia, triangulu gorri hori, gorria delako A-koa da; eta triangulu delako, B-koa da).

Zein dira hiru multzo horien **zenbakiak?**

A-k lau elementu ditu; hortaz : Z (A) = 4
eta era berean Z (B) = 3
Z (C) = 1

Eman ditzagun orain beste bi multzo hauek:

$$M = \{ \text{Piarres, Jon, Kepa, Andoni, Xabier} \}$$

$$N = \{ \text{Marta, Isabel, Susan, Victoria} \}$$

eta egin dezagun bien arteko ebaketa:

$$P = M \cap N$$

Batera bi multzoetako elementurik BATERE ez dagoenez gero, hau dugu:

$$P = M \cap N = \emptyset$$

Hortaz hiru multzo horien zenbakiak hauek dira:

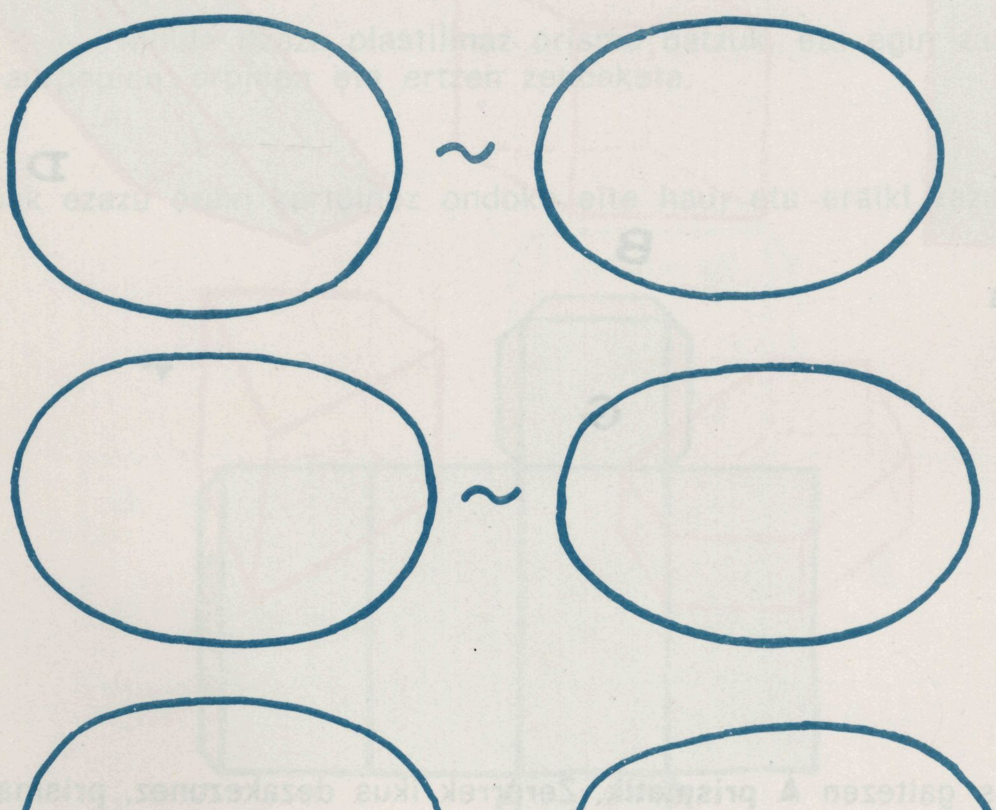
$$Z\ (M) = 5$$
$$Z\ (N) = 4$$
$$Z\ (P) = 0$$

19. 8. — Bi multzok elementu-kopuru berbera dutenean, ZENBAKIDE direla esaten da. Esate baterako:

Beraz, A eta B **zenbakide** dira; eta hau idatz daiteke:

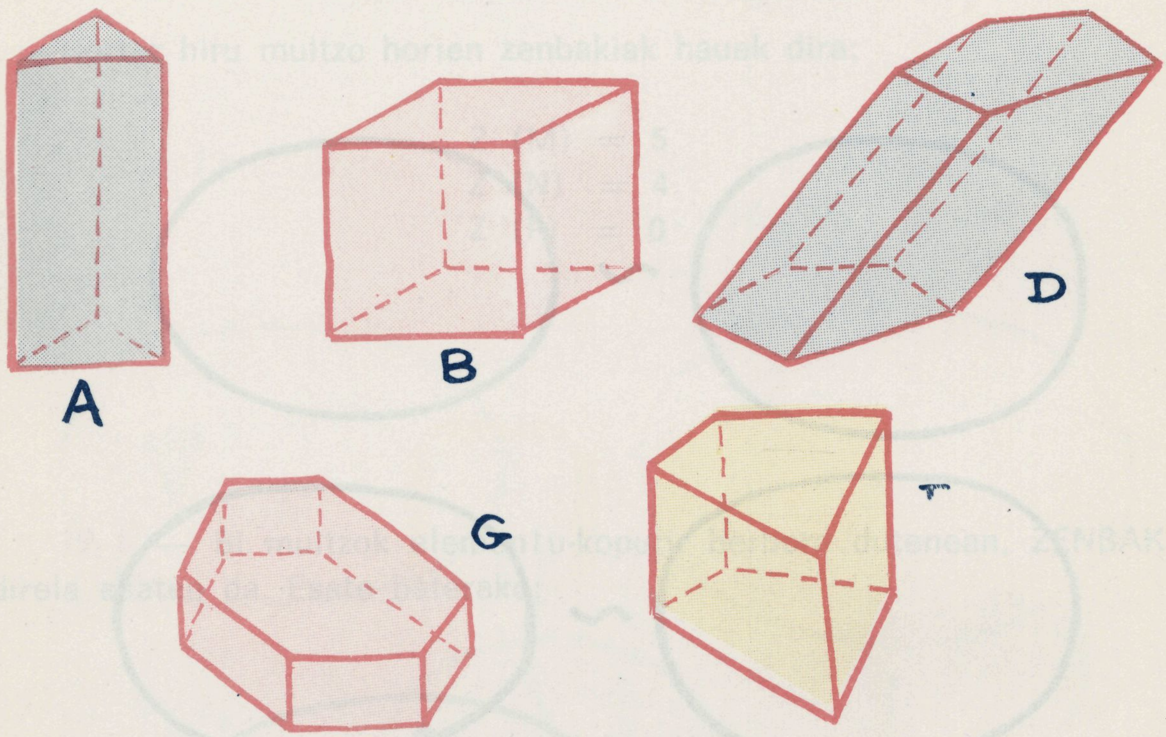
A ~ B (« A eta B, zenbakide »)

19. 9. — Bete itzazu marrazki huts hauek, **6, 5** eta **3** zenbakitzat duten multzoak asmatuz:



20. GEOMETRIA APUR BAT. TOPOLOGIAREN HASTAPENAK.

20. 1. — Hona hemen bost prisma desberdin: A, B, D, F, G.



Has gaitezen **A prismatik.** Zerorrek ikus dezakezunez, prisma honen ezagugarriak hauek dira:

5 AURPEGI ditu: bi triangulu (goikoa eta beherekoa), eta lau lauki edo rektangulu.

6 ERPIN ditu: hiru goian, eta hiru beherean.

9 ERTZ ditu: hiru goian, hiru beherean, eta beste hiru goitik-beherako aurpegien bilgunean

Azter dezagun orain bigarrena (B prisma, alegia):

Zenbat AURPEGI du? **6:** goikoa, beherekoa, eta beste lau.
Zenbat ERPIN? **8:** 4 goian, 4 beherean.
Zenbat ERTZ? **12:** 4 + 4 + 4.

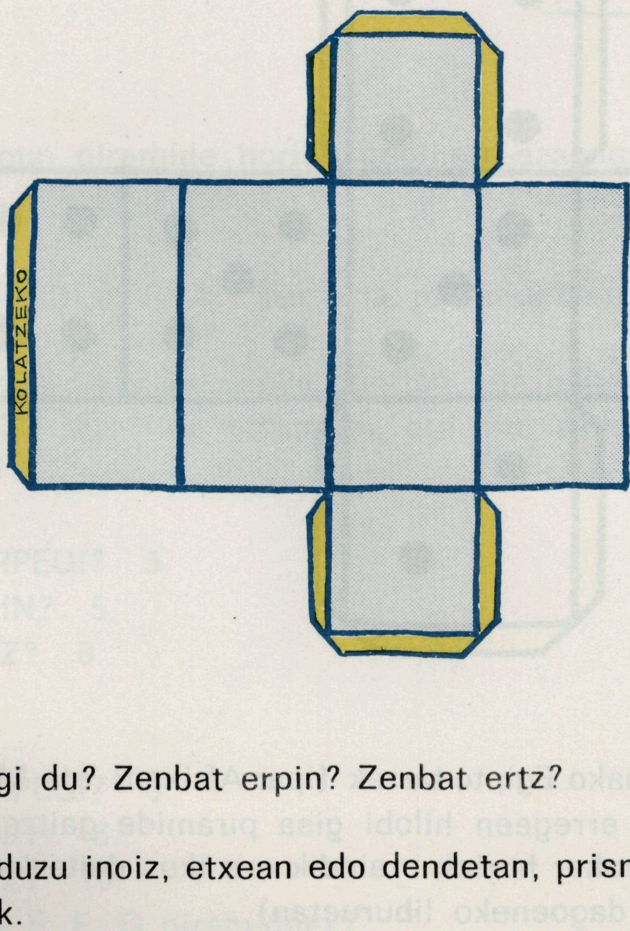
Azter zazu orain D-prisma:

Zenbat AURPEGI du? (7) Zergatik?
Zenbat ERPIN? (10) Zergatik?
Zenbat ERTZ? (15) Zergatik?

Egizu azterketa berbera F eta G prismez.

20. 2. — Molda itzazu plastilinaz prisma batzuk, eta egin zazu zeure kabuz aurpegien, erpinen eta ertzen zenbaketa.

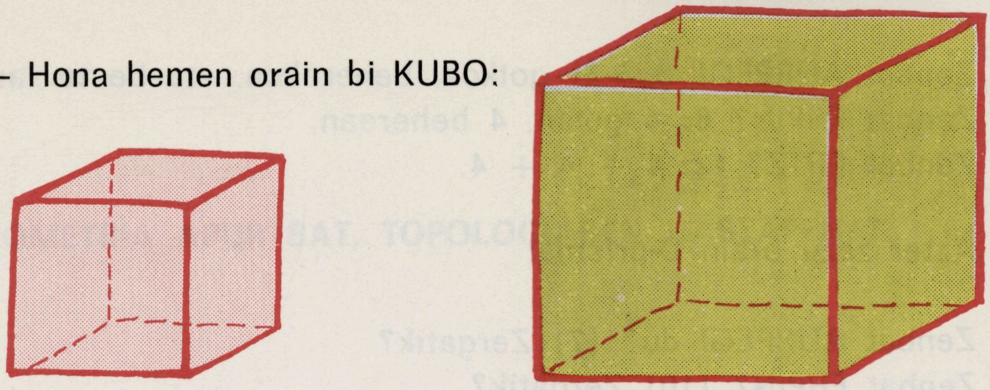
Ebak ezazu orain kartoinez ondoko eite hau; eta eraiki zazu prisma bat:



Zenbat aurpegi du? Zenbat erpin? Zenbat ertz?

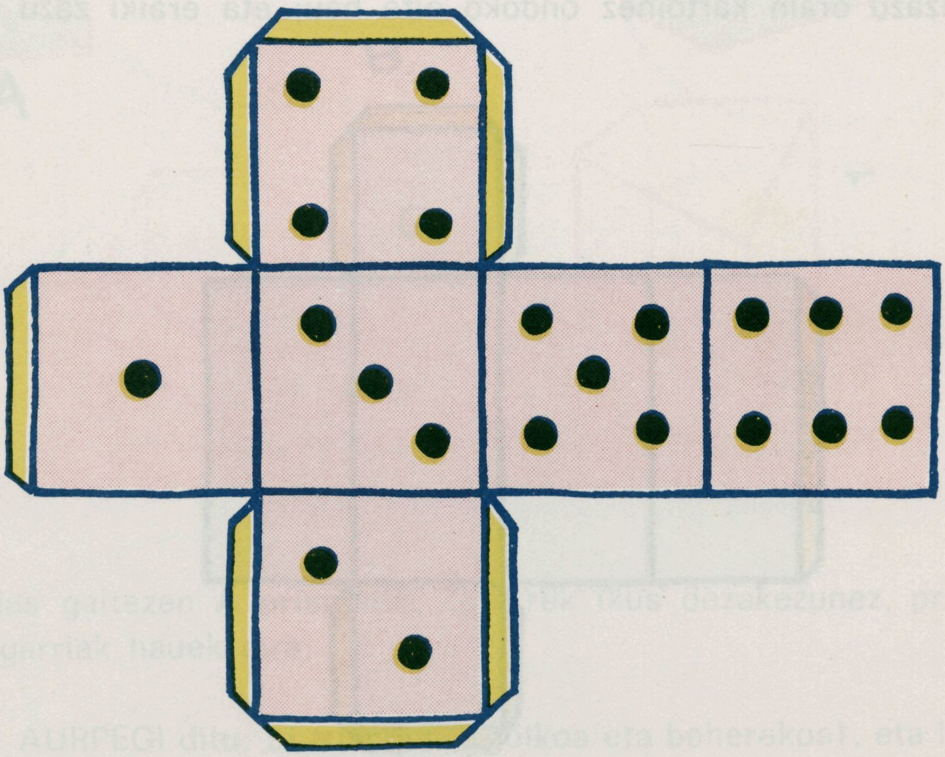
— Non ikusi duzu inoiz, etxean edo dendetan, prisma-eiteko gauzarik? Aipa itzazu batzuk.

20. 3. — Hona hemen orain bi KUBO:



Aurpegi guztiak berdinak dituen prisma bereziak dira.
Zenbat aurpegi du kubo batek? **6**
Zenbat erpin? **8**
Zenbat ertz? **12**
Egia dea?

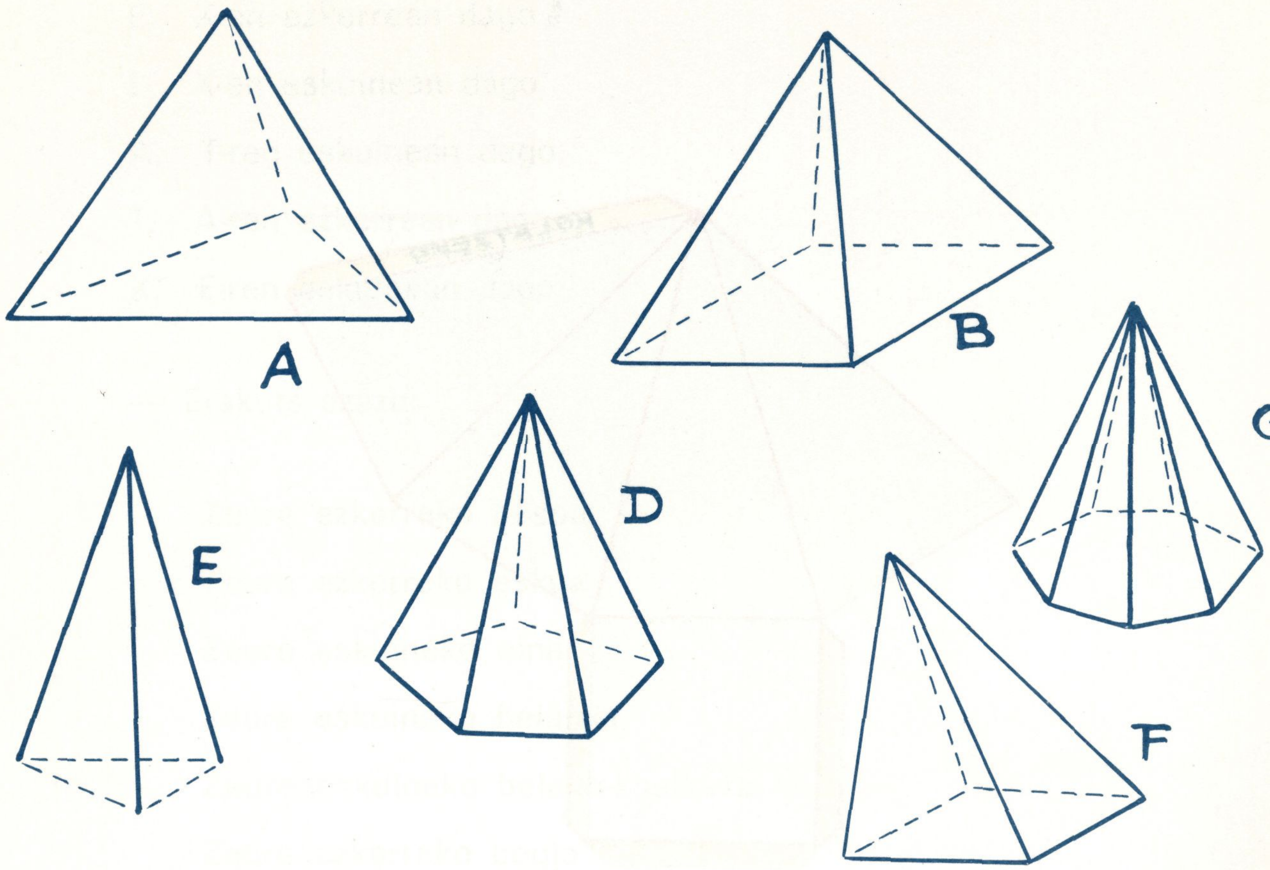
Egizu orain kartoinez dado handi bat:



20. 4. — Antzinako Egipto-tarrek (Ipar-Afrikan) eta Maya-tarrek (Erdialdeko Ameriketan) erregeen hilobi gisa piramide gaitzak eraiki ohi lituzten; eta piramide zahar horiek oraindik ere ikus daitezke (agian fotoak topatuak dituzketzu dagoeneko liburuetan).

Zer da piramidea?

Hona hemen batzuk:



Azter ditzagun piramide horien geometri-ezagugarriak:

A piramidea

Zenbat AURPEGI du? **4:** bat oina, piramidearen azpian; eta saihetsetan beste hiru.

Zenbat ERPIN? **4:** bat goiko punttan, eta behereko hirurak.

Zenbat ERTZ? **6:** hiru beherean, eta hiru saihetsetako aldeetan.

B piramidea

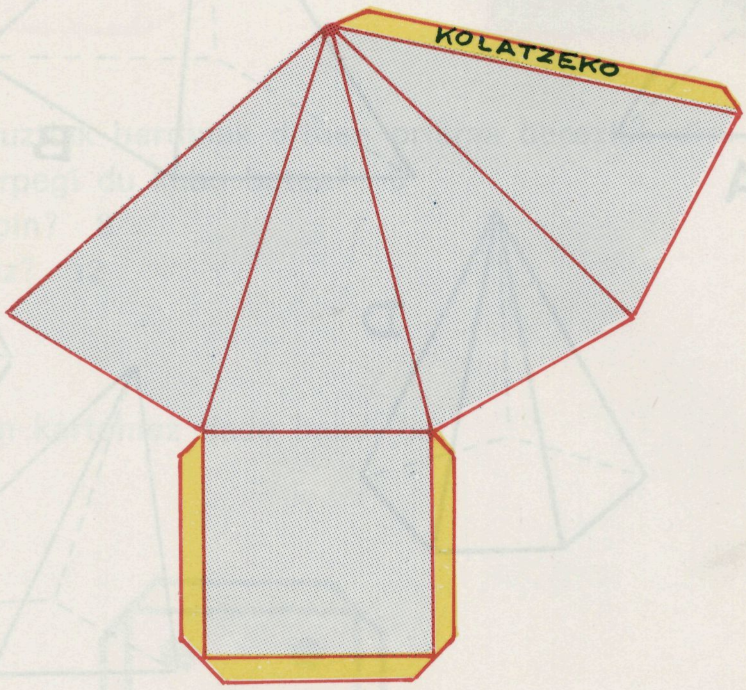
Zenbat AURPEGI? 5.
Zenbat ERPIN? 5.
Zenbat ERTZ? 8.

D piramidea

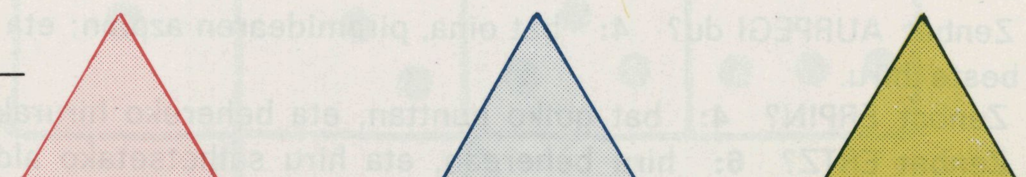
Zenbat AURPEGI? 6.
Zenbat ERPIN? 6.
Zenbat ERTZ? 10.
Zenbat dute E, F, G piramideek?

20. 5. — Molda itzazu plastilinaz piramide batzuk, eta konda itzazu aurpegiak, erpinak eta ertzak.

Egizu kartoinez piramide hau:



20. 6. —



Begien aurrean hiru triangulu dituzu: gorri bat, urdin bat eta berde bat.

Gorria EZKERREAN dago.
Urdina ERDIAN dago.
Berdea ESKUINEAN dago.

— Begira itzazu orain ondoko letra hauek:

E X L T A

E, X-en ezkerrean dago.

L, X-en eskuinean dago.

A, T-ren eskuinean dago.

T, A-ren ezkerrean dago.

X, E-ren eskuinean dago.

— Erakuts ezazu:

Zeure ezkerreko besoa

Zeure ezkerreko eskua

Zeure eskuineko oina

Zeure eskuineko belarria

Zeure eskuineko belaun-koskorra

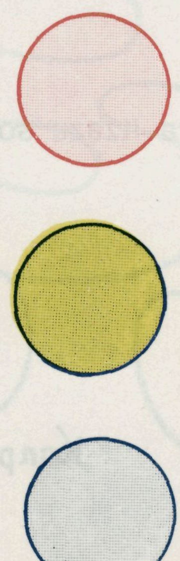
Zeure ezkerreko begia

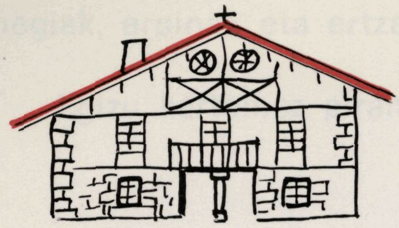
20. 7. — Begira itzazu hiru zirkulu hauek:

gorria GOIAN dago

berdea ERDIAN dago

urdina BEHEREAN dago

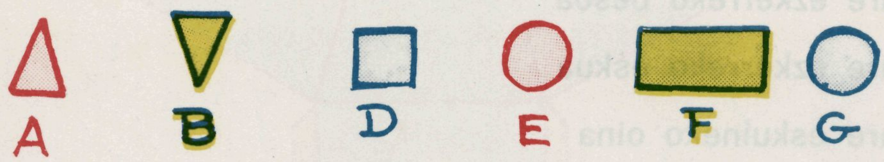




teilatua GOIAN dago (balkoinaren GAINEAN)

ataria BEHEREAN dago (balkoinaren AZPIAN)

20. 8. — Ebak itzazu kartoin puska hauek:



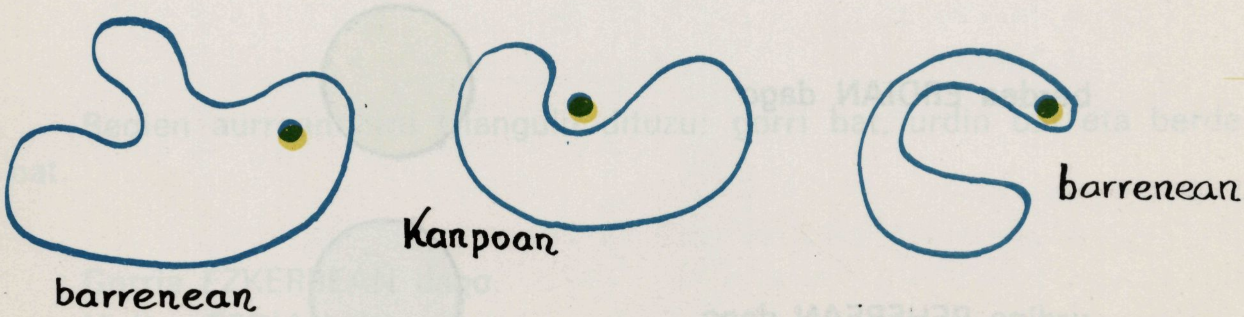
amarillo

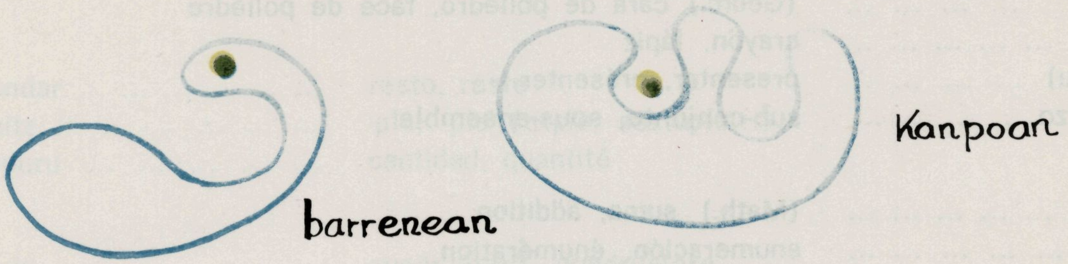
eta erabil itzazu (ezker/eskuin) eta (goi/behere) ideien arabera. Esate baterako:

Jar zazu E, B-ren eskuinean
Jar zazu A, G-ren gainean
Jar zazu F, G-ren azpian

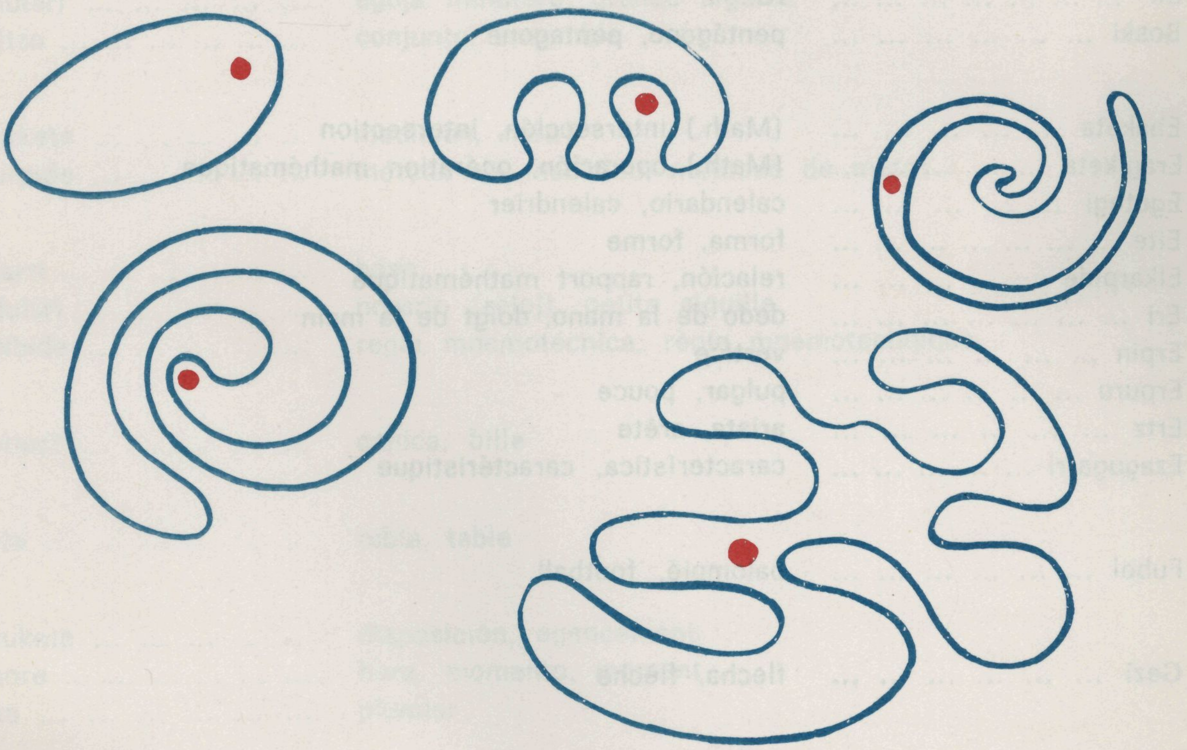
eta abar.

20. 9. — Begira itzazu soka hauek, eta pelota berdea sokari buruz dagoen egoera:





Ondoko soka eta pelotei gagozkielarik, nola dago pelota; barrenean ala kanpoan? Marka zazu erantzuna.



HIZTEGIA

Abiaburu ... ... punto de salida, point de départ
Adibide ... ... ejemplo, exemple
Adierazketa ... ... definición, définition
Akuri ... ... conejillo de Indias, cobbaye
Aurpegi ... ... (Geom.) cara de poliedro, face de polièdre
Arkatz ... ... crayon, lápiz
Aurkez (tu) ... ... presentar, présenter
Azpi-multzo ... ... sub-conjunto, sous-ensemble

Baketa ... ... (Math.) suma, addition
Banaketa ... ... enumeración, énumération
Berdintza ... ... (Math.) igualdad, égalité
Berebil ... ... automóvil, voiture
Biderketa ... ... multiplicación, produit
Bilketa ... ... operación unión de conjuntos, opér. union d'ensembles
Bilkura ... ... resultado unión de conjuntos, résultat union ensembles
Bikoitz ... ... doble, double
Bir- ... ... re-
Boski ... ... pentágono, pentagone

Ebaketa ... ... (Math.) intersección, intersection
Eragiketa ... ... (Math.) operación, opération mathématique
Egutegi ... ... calendario, calendrier
Eite ... ... forma, forme
Elkarpide ... ... relación, rapport mathématique
Eri ... ... dedo de la mano, doigt de la main
Erpin ... ... vértice
Erpuru ... ... pulgar, pouce
Ertz ... ... arista, arête
Ezagugarri ... ... característica, caractéristique

Fubol ... ... balompié, football

Gezi ... ... flecha, flèche

Hastapen ... ... iniciación, fondement
Hegazkin ... ... avión, avion
Heren ... ... tercio, tiers
Hiruki ... ... triángulo, triangle
Hutsarte ... ... espacio vacío, espace vide

Ikaskai ... ... lección, leçon
Ikasgela ... ... clase (habitación), classe (pièce)

Ikastalde	clase (grupo), classe (groupe)
Iker (tu)	analizar, analyser
Ikur	signo, signe
Ikustamen	visita, visite
Kardantxilo	Jilguero, chardonneret
Karkula (tu)	Calcular, calculer
Kenketa	resta, sustracción
Hondar	resto, reste
-koitz	-plo, -ple (triple, séxtuple...)
Kopuru	cantidad, quantité
Lauki	cuadrilátero, quadrilatère
Lera	trineo, traîneau
Lotkia	relación, rapport
Marraz (tu)	dibujar, dessiner
Merkatalgo	comercio, commerce
Minutari	aguja minutero, grande aiguille
Multzo	conjunto, ensemble
Neurketa	medición, métré
Neurpide	método de medición, méthode de métré
Oinarri	base
Ordulari	horario (reloj), petite aiguille
Oroibide	regla mnemotécnica, règle mnemotechnique
Pustarri	canica, bille
Taula	tabla, table
Taxuketa	disposición, agencement
Tenore	hora, momento, moment
Toxa	plumier
Zenbaketa	operación de contar, comptage
Zenbakuntza	numeración, numérotation
Zenbaki	1/ número, nombre 2/ cardinal de un conjunto, cardinal d'un ensemble
Zenbakide	(conj.) equivalente, (ens.) équivalent
Zenbapide	método de numeración, méthode de numérotation
Zatiketa	operación división, opération de divisor
Zatikizun	dividendo, dividend
Zatikari	divisor, diviseur

berdin	$=$
ebak	$\cap$
ken	$\setminus$
bider	$\times$
zati	$:$
zenbakide	$\sim$
bil	$\cup$
barrenean	$\subset$